



省级精品课程配套教材
21世纪交通版高等学校教材

现代道路交通检测原理与应用

Modern Road Detection Principle and Application

孙朝云 沙爱民 编著



人民交通出版社
China Communications Press

省级精品课程配套教材
21世纪交通版高等学校教材

Modern Road Detection Principle and Application

现代道路交通检测 原理与应用

孙朝云 沙爱民 编著

人民交通出版社

内 容 提 要

本教材主要阐述了现代道路交通检测技术与试验仪器的工作原理和工程应用方法,深入分析了现代道路交通智能测控技术的基本理论和应用技术,特别是结合计算机数字图像处理技术,给出了基于影像的路面裂缝智能检测、沥青混合料材料组成自动检测原理与方法,基于视频的高速公路智能交通信息检测以及沥青混合料红外热像仪温度检测原理与方法,为现代道路交通智能测控仪器的研制开发和生产应用,提供了理论依据与工程应用方法。本教材为省级精品课程“现代道路交通测试技术”配套使用教材。精品课程网站(<http://202.117.64.98/ec/C51/index.asp>)可提供多媒体课件、习题集、上机试验指导书和综合课程设计等丰富的教学资源。

本书可作为高等院校本科生教材以及道路交通相关专业的研究生教材,亦可供科研院所和道路交通智能检测以及工程技术人员等参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

现代道路交通检测原理与应用/孙朝云等编著
—北京:人民交通出版社,2011.6
ISBN 978-7-114-09014-1

I . ①现… II . ①孙… III . ①道路工程 - 工程质量 -
测试技术 ②汽车 - 交通运输安全 - 测试技术 IV .
①U415.12②U491.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 062877 号

省级精品课程配套教材

21世纪交通版高等学校教材

书 名:现代道路交通检测原理与应用

著作 者:孙朝云 沙爱民

责任 编辑:沈鸿雁 郑蕉林

出版 发行:人民交通出版社

地 址:(100011)北京市朝阳区安定门外馆斜街3号

网 址:<http://www.cepypress.com.cn>

销售 电 话:(010)59757969,59757973

总 经 销:人民交通出版社发行部

经 销:各地新华书店

印 刷:北京盈盛恒通印刷有限公司

开 本:787×1092 1/16

印 张:18.75

字 数:464 千

版 次:2011年6月 第1版

印 次:2011年6月 第1次印刷

书 号:ISBN 978-7-114-09014-1

印 数:0001~2000 册

定 价:38.00 元

(如有印刷、装订质量问题的图书由本社负责调换)

21世纪交通版

高等学校教材(公路与交通工程)编审委员会

顾 问:王秉纲 (长安大学)

主任委员:沙爱民 (长安大学)

副主任委员:(按姓氏笔画排序)

王 炜 (东南大学)

陈艾荣 (同济大学)

徐 岳 (长安大学)

梁乃兴 (重庆交通大学)

韩 敏 (人民交通出版社)

委 员:(按姓氏笔画排序)

马松林 (哈尔滨工业大学)

王殿海 (吉林大学)

叶见曙 (东南大学)

石 京 (清华大学)

向中富 (重庆交通大学)

关宏志 (北京工业大学)

何东坡 (东北林业大学)

陈 红 (长安大学)

邵旭东 (湖南大学)

陈宝春 (福州大学)

杨晓光 (同济大学)

吴瑞麟 (华中科技大学)

陈静云 (大连理工大学)

赵明华 (湖南大学)

项贻强 (浙江大学)

郭忠印 (同济大学)

袁剑波 (长沙理工大学)

黄晓明 (东南大学)

符锌砂 (华南理工大学)

裴玉龙 (哈尔滨工业大学)

颜东煌 (长沙理工大学)

秘书 长:沈鸿雁 (人民交通出版社)

总序

当今世界,科学技术突飞猛进,全球经济一体化趋势进一步加强,科技对于经济增长的作用日益显著,教育在国家经济与社会发展中所处的地位日益重要。进入新世纪,面对国际国内经济与社会发展所出现的新特点,我国的高等教育迎来了良好的发展机遇,同时也面临着巨大的挑战,高等教育的发展处在一个前所未有的重要时期。其一,加入WTO,中国经济已融入到世界经济发展的进程之中,国家间的竞争更趋激烈,竞争的焦点已更多地体现在高素质人才的竞争上,因此,高等教育所面临的是全球化条件下的综合竞争。其二,我国正处在由计划经济向社会主义市场经济过渡的重要历史时期,这一时期,我国经济结构调整将进一步深化,对外开放将进一步扩大,改革与实践必将提出许多过去不曾遇到的新问题,高等教育面临加速改革以适应国民经济进一步发展的需要。面对这样的形势与要求,党中央国务院提出扩大高等教育规模,着力提高高等教育的水平与质量。这是为中华民族自立于世界民族之林而采取的极其重大的战略步骤,同时,也是为国家未来的发展提供基础性的保证。

为适应高等教育改革与发展的需要,早在1998年7月,教育部就对高等学校本科专业目录进行了第四次全面修订。在新的专业目录中,土木工程专业扩大了涵盖面,原先的公路与城市道路工程,桥梁工程,隧道与地下工程等专业均纳入土木工程专业。本科专业目录的调整是为满足培养“宽口径”复合型人才的要求,对原有相关专业本科教学产生了积极的影响。这一调整是着眼于培养21世纪社会主义现代化建设人才的需要而进行的,面对新的变化,要求我们对人才的培养规格、培养模式、课程体系和内容都应作出适时调整,以适应要求。

根据形势的变化与高等教育所提出的新的要求,同时,也考虑到近些年来公路交通大发展所引发的需求,人民交通出版社通过对“八五”、“九五”期间的路桥及交通工程专业高校教材体系的分析,提出了组织编写一套21世纪的具有鲜明交通特色的高等学校教材的设想。这一设想,得到了原路桥教学指导委员会几乎所有成员学校的广泛响应与支持。2000年6月,由人民交通出版社发起组织全国面向交通办学的12所高校的专家学者组成21世纪交通版高等学校教材(公路类)编审委员会,并召开第一次会议,会议决定着手组织编写土木工程专业具有交通特色的道路专业方向、桥梁专业方向以及交通工程专业教材。会议经过充分研讨,确定了包括基本知识技能培养层次、知识技能拓宽与提高层次以及教学辅助层次在内的约130种教材,范围涵盖本科与研究生用教材。会后,人民交通出版社开始了细致的教材编写组织工作,经过自由申报及专家推荐的方式,近20所高校的百余名教授承担约130种教材的主编工作。2001年6月,教材编委会召开第二次会议,全面审定了各门教材主编院校提交的教学大纲,之后,编写工作全面展开。

21世纪交通版高等学校教材编写工作是在本科专业目录调整及交通大发展的背景下展开的。教材编写的基本思路是:(1)顺应高等教育改革的形势,专业基础课教学内容实现与土木工程专业打通,同时保留原专业的主干课程,既顺应向土木工程专业过渡的需要,又保持服务公路交通的特色,适应宽口径复合型人才培养的需要。(2)注重学生基本素质、基本能力的

培养,为学生知识、能力、素质的综合协调发展创造条件。基于这样的考虑,将教材区分为二个主层次与一个辅助层次,即基本知识技能培养层次与知识技能拓宽与提高层次,辅助层次为教学参考用书。工作的着力点放在基本知识技能培养层次教材的编写上。(3)目前,中国的经济发展存在地区间的不平衡,各高校之间的发展也不平衡,因此,教材的编写要充分考虑各校人才培养规格及教学需求多样性的要求,尽可能为各校教学的开展提供一个多层次、系统而全面的教材供给平台。(4)教材的编写在总结“八五”、“九五”工作经验的基础上,注意体现原创性内容,把握好技术发展与教学需要的关系,努力体现教育面向现代化、面向世界、面向未来的要求,着力提高学生的创新思维能力,使所编教材达到先进性与实用性兼备。(5)配合现代化教学手段的发展,积极配合相应的教学辅件,便利教学。

教材建设是教学改革的重要环节之一,全面做好教材建设工作,是提高教学质量的重要保证。本套教材是由人民交通出版社组织,由原全国高等学校路桥与交通工程教学指导委员会成员单位相互协作编写的一套具有交通出版社品牌的教材,教材力求反映交通科技发展的先进水平,力求符合高等教育的基本规律。各门教材的主编均通过自由申报与专家推荐相结合的方式确定,他们都是各校相关学科的骨干,在长期的教学与科研实践中积累了丰富的经验。由他们担纲主编,能够充分体现教材的先进性与实用性。本套教材预计在二年内完全出齐,随后,将根据情况的变化而适时更新。相信这批教材的出版,对于土木工程框架下道路工程、桥梁工程专业方向与交通工程专业教材的建设将起到有力的促进作用,同时,也使各校在教材选用方面具有更大的空间。需要指出的是,该批教材中研究生教材占有较大比例,研究生教材多具有较高的理论水平,因此,该套教材不仅对在校学生,同时对于在职学习人员及工程技术人员也具有很好的参考价值。

21世纪初叶,是我国社会经济发展的重要时期,同时也是我国公路交通从紧张和制约状况实现全面改善的关键时期,公路基础设施的建设仍是今后一项重要而艰巨的任务,希望通过各相关院校及所有参编人员的共同努力,尽快使全套21世纪交通版高等学校教材(公路类)尽早面世,为我国交通事业的发展做出贡献。

21世纪交通版
高等学校教材(公路类)编审委员会
人民交通出版社
2001年12月

前　　言

随着科学技术的进步和我国公路交通事业的迅速发展,道路交通事故领域亦相应提出了更高的发展目标。传统的检测方法已不能适应规模大、无破损、速度快、精度高的现代工程质量检测要求。目前,以快速、便捷、无损、准确为特征的现代测试技术,在道路交通事故与试验中正得到愈来愈广泛的应用。因此,只有掌握与其相适应的现代化检测技术的基本原理与评定方法,才能科学地指导道路交通建设过程中的质量监督、检测和控制,从而满足我国公路交通发展的现代化要求。

本书结合信息学科最新前沿技术,着重阐述了现代道路交通检测技术在交通运输学科中的应用,并给出了试验仪器的工作原理和工程应用方法,深入分析了现代道路交通智能测控技术的基本理论和应用技术,为道路交通智能测控仪器的研制开发和生产应用提供了理论依据与工程应用方法。特别是在原有著作基础上,结合计算机数字图像处理技术,增加了基于影像的路面裂缝智能检测原理与方法、基于影像的沥青混合料材料组成自动检测原理与方法、基于视频的高速公路智能交通信息检测原理与方法以及沥青混合料红外热像仪温度检测原理与方法等内容,以适应我国公路交通信息化和自动化建设的现实需求。

原有著作《现代道路交通测试技术——原理与应用》作为陕西省精品课程“现代道路交通测试技术”选用的教材已经使用十余年。本书在已供长安大学本科生、研究生连续多届使用的原有教材基础上做了进一步完善和补充,是作者十余年来在道路交通智能测控与数字图像处理领域潜心研究成果的汇集。其中包括了作者主持开展的国家自然科学基金项目,西部交通建设科技项目,交通运输部、河南省、陕西省等重点研究项目的相关研究成果。

学生和教师以及相关工程技术人员可以方便地从省级精品课程“现代道路交通测试技术”网站(<http://202.117.64.98/ec/C51/index.asp>)获取信息。网站提供多媒体课件、习题集、上机试验指导书和综合课程设计等丰富的教学资源,可供广大学生、教师以及相关工程技术人员参考使用。

本书在撰写过程中,博士生王超凡也帮助进行了文字整理工作,在此表示衷心的感谢。

限于水平和能力,书中疏漏和错误在所难免,恳请读者批评指正。

作　者
2011年1月

目 录

第1章 信号分析与处理技术基础	1
1.1 信号的分类及描述	1
1.2 周期信号的频谱	2
1.3 非周期信号的频谱	6
1.4 随机信号	9
1.5 数字信号处理	32
第2章 公路工程中雷达检测技术	41
2.1 雷达检测概述	41
2.2 公路工程雷达检测基本原理	41
2.3 雷达路面快速测厚技术	42
2.4 雷达路基快速测损技术	45
2.5 雷达路面材料密实度与弹性模量快速测定技术	49
2.6 实用路面雷达测试系统应用	52
第3章 公路工程中超声波检测技术	56
3.1 超声波检测概述	56
3.2 超声波检测基本原理	57
3.3 超声波路面探伤应用技术	61
3.4 超声波测定路面材料动态弹性模量与分析	62
第4章 公路工程质量检测中瞬态瑞雷面波频谱分析技术	64
4.1 瞬态瑞雷面波无损检测概述	64
4.2 瞬态瑞雷面波无损检测基本原理	64
4.3 测试系统技术要求	66
第5章 路基压实度快速测定瞬态冲击频谱分析技术	68
5.1 瞬态冲击频谱分析技术概述	68
5.2 路基压实度快速测定原理与关键技术	68
5.3 路基压实度快速测定仪系统设计信号处理技术	73
5.4 瞬态冲击频谱分析法的主要特点	74
第6章 桩基质量无损检测反射波分析技术	75
6.1 检测系统及数据采集	75
6.2 桩基检测信号分析	78
6.3 桩基质量无损检测实例频域分析	82
第7章 公路工程中激光检测技术	85
7.1 激光检测概述与基本原理	85
7.2 激光检测的主要仪器	87

第8章 公路工程中材料力学特性应变电测技术	91
8.1 应变片的常温工作特性	91
8.2 应变片的种类和选用	96
8.3 应变仪	97
8.4 测量电桥设计	98
8.5 路面材料收缩系数测定方法	112
8.6 材料弹性模量测定方法	117
第9章 基于影像的路面裂缝检测原理与系统设计	119
9.1 基于影像的路面裂缝检测系统硬件结构设计及关键技术	120
9.2 路面裂缝图像增强方法研究	135
9.3 路面裂缝图像分割及后处理方法研究	149
9.4 裂缝特征提取方法研究	166
9.5 基于影像的路面裂缝自动检测系统软件设计与实现	178
9.6 路面裂缝自动检测系统性能评价	195
第10章 基于影像的沥青混合料组成特性检测原理与应用	200
10.1 沥青混合料组成及其检测概述	200
10.2 基于影像的沥青混合料级配自动检测系统硬件设计与实现	210
10.3 基于影像的沥青混合料级配自动检测系统软件设计与实现	213
10.4 应用实例及系统适用性分析	223
第11章 基于视频的高速公路智能交通信息检测系统设计与应用	240
11.1 视频检测系统设计目标与意义	240
11.2 系统设计基本原则	240
11.3 系统总体结构设计	241
11.4 系统设计主要特点	245
第12章 沥青混合料红外热像仪温度检测原理与应用	248
12.1 红外热像仪的工作原理与应用	248
12.2 红外图像处理软件分析	251
12.3 传统温度检测与红外热像仪温度检测的对比	253
12.4 红外热像仪在沥青路面施工中的应用	253
第13章 汽车交通安全控制系统中的现代检测技术	267
13.1 雷达速度检测原理与实际应用	267
13.2 雷达测速仪的信号分离与提取电路设计原理	271
13.3 雷达测速仪的信号频率跟踪电路设计原理	272
13.4 锁相环的应用技术	273
13.5 交通雷达测速仪的实际应用	277
13.6 汽车电子测距原理与应用	282
参考文献	289

第1章 信号分析与处理技术基础

1.1 信号的分类及描述

1.1.1 信号的分类

根据信号随时间变化的规律将信号分为确定性信号和随机信号。

(1) 确定性信号

可以用精确的数学关系式来表达的信号,称为确定性信号。确定性信号根据它的波形是否有规律地重复分为周期性信号和非周期性信号。

周期性信号是按一定周期 T 重复的信号。简谐信号是最简单的周期信号,任何周期信号都可以看做是简谐信号的合成。

非周期信号没有重复周期,它包括瞬态信号和准周期信号两类。

准周期信号是由有限个简谐信号合成的一种非周期信号。设信号 $x(t)$ 由两个简谐信号合成,即:

$$x(t) = A\sin 2t + B\sin(\sqrt{3}t + \theta)$$

确定性信号也可以按照它的取值情况分为连续信号和离散信号。连续信号是指在某一时间间隔内,信号的幅值可以取连续范围内的任意数值。这样的连续时间函数所表示的信号就是连续信号,常见的信号大都属于这一类,如图 1-1 中 a)、b)、c)、d)、e) 所示。离散信号的离散性可以表现在时间或幅值上,而经过测试系统量化后的温度信号就是在时间和幅值上都离散的信号,又称为数字信号,如图 1-1f)、g) 所示。

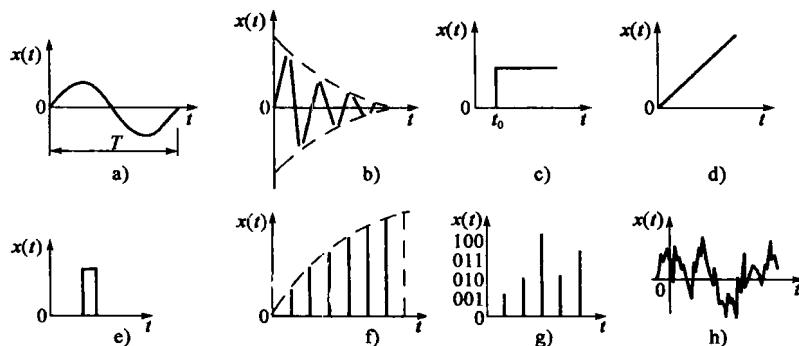


图 1-1 各种信号波形图

a) 简谐信号; b) 衰减振荡信号; c) 阶跃信号; d) 斜波信号; e) 脉冲信号; f) 时间离散信号; g) 数字信号; h) 随机信号

(2) 随机信号

不能用精确的数学关系式来表达,也无法确切地预测未来任何瞬间的精确值的信号,称为随机信号,如图 1-1h) 所示。对于随机信号,虽然也可以建立某些数学模型进行分析和预测,

但只能在概率统计意义上进行近似描述,这种数学模型称为统计模型。

1.1.2 信号的描述

任何一个信号都可以用时域和频域进行描述。表征信号的幅值随时间的变化规律称为信号的时域描述;而频域描述是研究信号的频率结构,即组成信号的各频率分量的幅值及相位的信息,例如周期性方波可以看成是由一系列频率不同的正弦波叠加而成的。

从时域图形中可以知道信号的周期、峰值和平均值等,它们可以反映信号变化的快慢和波动情况。用时域进行描述比较直观、形象,便于观察和记录。在由频域描述的图形——频谱图中可以研究其频率结构。例如对振动信号进行频谱分析,可以从频谱图中看出该振动是由哪些不同的频率分量组成的,各频率分量所占的比例多少,以及哪些频率分量是主要的,从而找出振动源,以便排除或减小有害振动等。

时域分析和频域分析是分析信号的两个方面,两者之间有着密切的关系并互为补充。例如信号重复周期的倒数就是基波频率,即 $\frac{1}{T} = f_0$;时域中脉冲信号的上升时间和脉宽决定了频域中组成脉冲信号的高频分量的多少。所以,时域描述和频域描述是一个信号在不同域中的两种表示方法。

1.2 周期信号的频谱

1.2.1 周期信号的分解

正弦信号是简谐信号,而锯齿波、三角波、方波等都是非简谐信号。简谐信号是最简单和最重要的周期信号。任意一个周期信号都可以用简谐信号来表达,两者之间联系的桥梁是傅立叶级数,所以傅立叶级数是周期信号分析的理论基础。

任何一个周期信号在满足狄里赫利条件时,都可以展开成傅立叶级数。

(1) 三角傅立叶级数

周期信号 $x(t)$ 的三角傅立叶级数表达式为:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (1-1)$$

式中: ω_0 ——基波角频率, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, T 为信号周期;

a_0, a_n, b_n ——傅立叶系数, n 为正整数。

傅立叶系数可由式(1-2)计算。

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

a_n, b_n 可利用下列三角函数集的正交特性来求得。

$$\textcircled{1} \quad \int_0^{T_0} \sin n\omega_0 t dt = 0$$

$$\textcircled{2} \quad \int_0^{T_0} \cos n\omega_0 t dt = 0$$

$$\textcircled{3} \quad \int_0^{T_0} \sin n\omega_0 t \sin m\omega_0 t dt = \begin{cases} 0 & (m \neq n) \\ \frac{T_0}{2} & (m = n) \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \quad \int_0^{T_0} \cos n\omega_0 t \cos m\omega_0 t dt = \begin{cases} 0 & (m \neq n) \\ \frac{T_0}{2} & (m = n) \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \quad \int_0^{T_0} \sin n\omega_0 t \cos m\omega_0 t dt = 0 \quad (\text{所有 } m, n)$$

上列各积分式的上下限可以取任意一个周期，即可取 $t_0 \sim t_0 + T$ (t_0 是任一确定时刻)，也可取 $-T/2 \sim T/2$ 。

将式(1-1)中正弦、余弦项合并，可得：

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t - \varphi_n) \quad (1-3)$$

式中：

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{-b_n}{a_n}$$

式(1-1)和式(1-3)表明周期信号可以用一个常值分量 a_0 和无限多个谐波分量之和表示，其中 $A_1 \cos(\omega_0 t - \varphi_1)$ 为一次谐波分量(或称基波)。基波的频率与信号的频率相同，高次谐波的频率为基频的整数倍。高次谐波又可分为奇次谐波(n 为奇数)和偶次谐波(n 为偶数)。这种把一个周期信号 $x(t)$ 分解为一个直流分量 a_0 和无数谐波分量之和的方法称为谐波分析法或傅立叶分析法。

(2) 复数傅立叶级数

傅立叶级数也可以写成复指数函数形式。根据欧拉公式：

$$e^{\pm j\omega_0 t} = \cos \omega_0 t \pm j \sin \omega_0 t \quad (1-4)$$

得：

$$\cos \omega_0 t = \frac{1}{2} (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t})$$

$$\sin \omega_0 t = \frac{1}{2j} (e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t})$$

代入式(1-1)得：

$$\begin{aligned} x(t) &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \frac{1}{2} (e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t}) + b_n \frac{-j}{2} (e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}) \right] \\ &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2} (a_n - jb_n) e^{jn\omega_0 t} + \frac{1}{2} (a_n + jb_n) e^{-jn\omega_0 t} \right] \end{aligned}$$

令：

$$C_0 = a_0$$

$$C_n = \frac{1}{2} (a_n - jb_n)$$

$$C_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n)$$

可得：

$$x(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{-n} e^{-jn\omega_0 t} \quad (1-5)$$

如果把式(1-5)第三项中 n 值取为从 -1 到 $-\infty$, 则有:

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_{-n} e^{-jn\omega_0 t} = \sum_{n=0}^{-1} C_n e^{jn\omega_0 t}$$

代入式(1-5)并合并各项得:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad (1-6)$$

式(1-6)为傅立叶级数的复数形式。该式表明:周期信号可分解成无限多个指数分量之和。由欧拉公式可知,简谐信号可以用两项分别具有正负指数的项相加表示。因此,在复指数函数表示法中周期信号就由一组具有正负指数的函数组成。

将 a_n, b_n 代入式(1-6)中得:

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (1-7)$$

C_n 称为复数傅立叶系数。它的模和相角表示 n 次谐波的振幅和相位,即:

$$\left. \begin{aligned} |C_n| &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{A_n}{2} \\ \varphi_n &= \arctan \frac{-b_n}{a_n} \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

由于式(1-6)中谐波次数 n 值可正可负,因此势必会有 $-\omega$ 出现。这是由于从实数形式的傅立叶级数过渡到复数形式的傅立叶级数,用复数表示正弦和余弦所引起的,所以 $-\omega$ 无实际意义。

[例 1-1] 图 1-2 所示方波的函数表达式为:

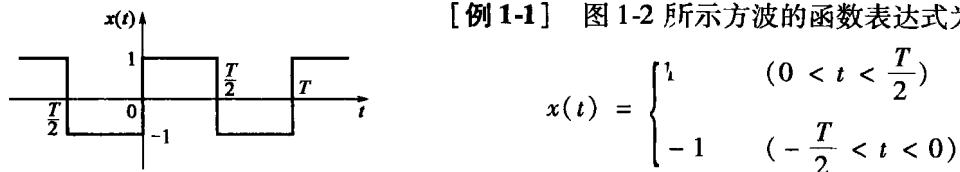


图 1-2 方波信号波形

试将其分解为傅立叶级数。

解:因为函数波形对称原点,所以是一个奇函数,因而 $a_0 = a_n = 0$ 。

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt \\ &= 2 \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin n\omega_0 t dt \\ &= \frac{4}{T} \left[-\frac{1}{n\omega_0} \cos n\omega_0 t \right] \Big|_0^{\frac{T}{2}} \\ &= \frac{2}{n\pi} (1 - \cos n\pi) \end{aligned}$$

$$= \begin{cases} 0 & (n \text{ 为偶数}) \\ \frac{4}{n\pi} & (n \text{ 为奇数}) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{4}{\pi} \sin \omega_0 t + \frac{4}{3\pi} \sin 3\omega_0 t + \frac{4}{5\pi} \sin 5\omega_0 t + \dots \\ &= \frac{4}{\pi} \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}) + \frac{4}{3\pi} \cos(3\omega_0 t - \frac{\pi}{2}) + \frac{4}{5\pi} \cos(5\omega_0 t - \frac{\pi}{2}) + \dots \quad (1-9) \end{aligned}$$

1.2.2 周期信号的频谱

利用傅立叶级数能确切地表达信号分解的结果,但不直观。为了既简单又明了地表示一个信号中包含了哪些频率分量及各分量占的比例大小,通常用频谱图来表示。

以频率(或圆频率)为横坐标,幅值 A_n 或相角 φ_n 为纵坐标所作的图称为频谱图。频谱图通常包括幅频谱图(A_n — ω 图)、相频谱图(φ_n — ω 图)两部分,图 1-3 所示为周期性方波的频谱图。图中的线段称为谱线,每条谱线代表一个谐波分量。由于方波的偶次谐波幅值为零,所以图中只有奇次谐波。

信号各谐波分量的相角 φ_n 与信号在时间轴上的位置有关。将信号沿时间轴移动会引起相角 φ_n 的变化,但各谐波分量相对角的差值不变。例如方波的各谐波相位角 φ_n 可以是零,也可能是 $\pi/2$ 或其他值,但它们的相位角相等,其相位谱由一组等高的谱线组成。

由频谱图可以看出周期信号的频谱具有以下几个特点:

- (1) 频谱是由不连续的谱线组成,每条谱线代表一个谐波分量,这种频谱称为离散频谱。
- (2) 谱线之间的间隔等于基波频率 ω_0 的整数倍,即频谱中的每一条谱线只能出现在基波频率 ω_0 的整数倍上,各谐波的频率 $n\omega_0$ 都是基波频率的整数倍。
- (3) 工程中常见的周期信号,其谐波幅度总趋势是随谐波次数的增高而减小。

从理论上讲,一个周期信号可以利用傅立叶级数分解成无穷多个或有限个谐波分量。但实际应用中不可能取无穷多项,只能取有限项近似地表示,这就不可避免地带来误差。例如,方波的傅立叶展开式为式(1-9),图 1-4 所示为取不同项数的谐波与方波近似的程度。图中阴影线部分为误差,可以看出谐波分量越多,叠加后的波形越接近实际信号的波形。

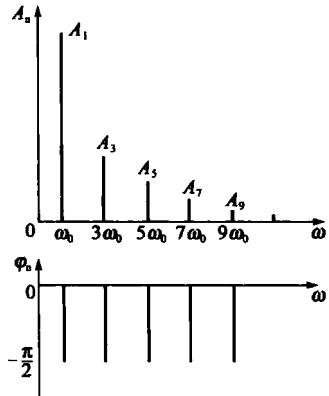


图 1-3 周期性方波频谱图

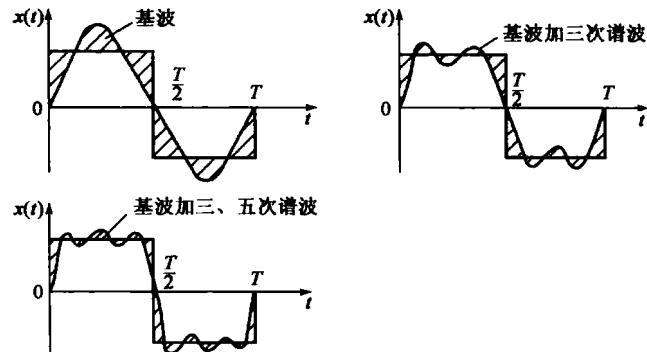


图 1-4 不同项数的谐波与方波近似程度

因为谐波的幅度总趋势是随谐波次数的增高而减少的,信号的能量主要集中在低频分量,所以谐波次数过高的那些分量所占能量很少,高阶分量可忽略不计。那么应当取多少项合适

呢？工程上提出了一个信号频带宽度的概念。信号频宽的大小与允许误差的大小有关，通常把频谱中幅值下降到最大幅值的 $1/10$ 时所对应的频率作为信号的频宽，称为 $1/10$ 法则。

信号的频宽也可以根据信号的时域波形粗略地确定。表 1-1 所示为常见周期信号的波形及其频带宽度。可以看出，对于有突跳的信号（如序号为 1、3 的波形），其频带宽度较宽，可取其基频的 10 倍为频宽；对于无突跳的信号（如序号为 2、4 的波形），信号变化较缓，频宽较窄，可取基频的 3 倍为频宽。

常见周期信号的波形及其频宽

表 1-1

序号	1	2	3	4
波形				
频宽	$10\omega_0$	$3\omega_0$	$10\omega_0$	$3\omega_0$

在选择测量仪器时，测量仪器的工作频率范围必须大于被测信号的频宽，否则将会引起信号失真，造成较大的测量误差。因此，在设计或选用测试仪器前必须了解被测信号的频带宽度。

1.2.3 周期信号的强度

周期信号的强度用其峰值、均值、有效值和平均功率来表述，如图 1-5 所示。

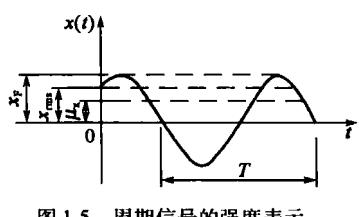


图 1-5 周期信号的强度表示

(1) 峰值

$$x_F = |x(t)|_{\max} \quad (1-10)$$

即信号的最大瞬时值。

(2) 均值

$$\mu_x = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (1-11)$$

为信号的常值分量，表示信号的静态分量，反映了信号 $x(t)$ 在一个周期内的平均值。

(3) 有效值(或均方根值)

$$x_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (1-12)$$

为信号的有效值(或均方根值)，反映了信号的功率大小。

(4) 平均功率(或均方值)

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (1-13)$$

为信号的平均功率(或均方值)，表示信号能量的大小，是信号强度方面的基本描述。

1.3 非周期信号的频谱

1.3.1 频谱密度函数

当周期信号的周期趋于无限大时，周期信号将演变成非周期信号。因此，非周期信号的频谱也可由周期信号的频谱导出。

如前所述，周期信号的指数函数表达式为式(1-6)。当周期 $T \rightarrow \infty$ 时， $n\omega_0 \rightarrow \omega$, $\omega_0 \rightarrow \Delta\omega$,

$\Delta\omega$ 为无穷小量, 即 $n\omega_0$ 的取值间隔为无穷小, 所以 $n\omega_0$ 由离散量变成连续量, 周期信号变为非周期信号。现用 ω 代替 $n\omega_0$, 则式(1-6)可写成:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{2} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-j\omega t} dt \right] e^{j\omega t} \Delta\omega$$

当 $T \rightarrow \infty$, $\Delta\omega \rightarrow d\omega$, $\sum \rightarrow \int$, 则有:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \right] e^{j\omega t} d\omega$$

将方括号中的部分用符号 $X(\omega)$ 表示, 则有:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1-14)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (1-15)$$

周期信号的频谱是离散的, 谱线间的间隔为 $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ 。当信号周期趋于无限大时, 谱线间的间隔趋于无限小量 $d\omega$, 非连续变量 $n\omega_0$ 变成连续变量 ω , T 用 $\frac{2\pi}{d\omega}$ 代替, 求和运算变成求积分运算。

式(1-14)称为傅立叶变换(FF), 式(1-15)称为傅立叶反变换(FFT), 两者合称傅立叶变换对。傅立叶变换是将时域函数变换为频域函数。 $X(\omega)$ 表示角频率为 ω 处的单位频带宽度内频率分量的幅值与相位, 称为函数 $x(t)$ 的频谱密度函数, 简称频谱函数。

频谱密度函数为复数, 复数形式为:

$$\begin{aligned} X(\omega) &= |X(\omega)| e^{j\varphi(\omega)} \\ |X(\omega)| &= \sqrt{X_R(\omega)^2 + X_I(\omega)^2} \\ \varphi(\omega) &= \tan^{-1} \frac{X_I(\omega)}{X_R(\omega)} \end{aligned}$$

式中: $|X(\omega)|$ ——幅频谱函数;

$\varphi(\omega)$ ——相频谱函数;

$X_R(\omega)$ 、 $X_I(\omega)$ ——分别为频谱密度函数的实部、虚部。

总之, 非周期信号的频谱可由傅立叶变换得到, 它是频率的连续函数, 故频谱为连续谱。

[例 1-2] 求如图 1-6 所示矩形脉冲函数的频谱。

$$x(t) = \begin{cases} 1 & (|t| < \tau) \\ 0 & (|t| > \tau) \end{cases}$$

解: 根据傅立叶变换, 其频谱函数为:

$$\begin{aligned} X(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\tau}^{+\tau} e^{-j\omega t} dt \\ &= -\frac{1}{j\omega} [e^{-j\omega t}] \Big|_{-\tau}^{+\tau} = \frac{1}{j\omega} [e^{j\omega\tau} - e^{-j\omega\tau}] = \frac{2}{\omega} \cdot \frac{1}{2j} (e^{j\omega\tau} - e^{-j\omega\tau}) \\ &= \frac{2}{\omega} \sin \omega \tau = 2\tau \frac{\sin \omega \tau}{\omega \tau} \end{aligned}$$

其频谱函数的虚部为零, 频谱函数为实函数, 故相频谱为零, 幅频谱图如图 1-7 所示。

当 $\omega = 0$ 时, $X(\omega)$ 取得最大值, 即:

$$X(0) = \lim_{\omega \rightarrow 0} 2\tau \frac{\sin \omega \tau}{\omega \tau} = 2\tau$$

当 $\omega = \frac{n\pi}{\tau}$ ($n = 1, 2, \dots$) 时, $X(\omega) = 0$ 。

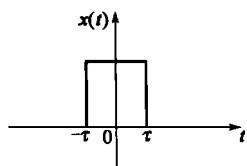


图 1-6 矩形脉冲函数

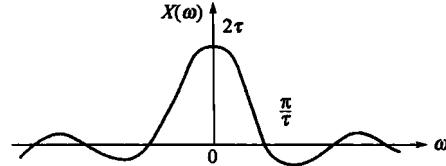


图 1-7 矩形脉冲频谱

由矩形单脉冲函数的频谱可以得出如下重要结论:

- (1) 如果脉冲宽度 τ 很大, 信号的能量将大部分集中在 $\omega = 0$ 的附近 [图 1-8a)]。
- (2) 当脉冲宽度不断增大, 在极限情况下, $\tau \rightarrow \infty$, 脉冲信号变成直流信号, 频谱函数成为 $\omega = 0$ 的一条直线 [图 1-8b)]。
- (3) 当脉冲宽度 τ 减小时, 频谱中的高频分量增加, 信号频带宽度增大 [图 1-8c)]。
- (4) 对于无限窄的脉冲, 即当 $\tau \rightarrow 0$ 时, 频谱函数 $X(\omega)$ 变成一条平行于 ω 轴的直线, 并扩展到全部频率范围, 信号的频带宽度趋于无限大 [图 1-8d)]。这就是可以采用冲击试验来代替正弦试验的原因。

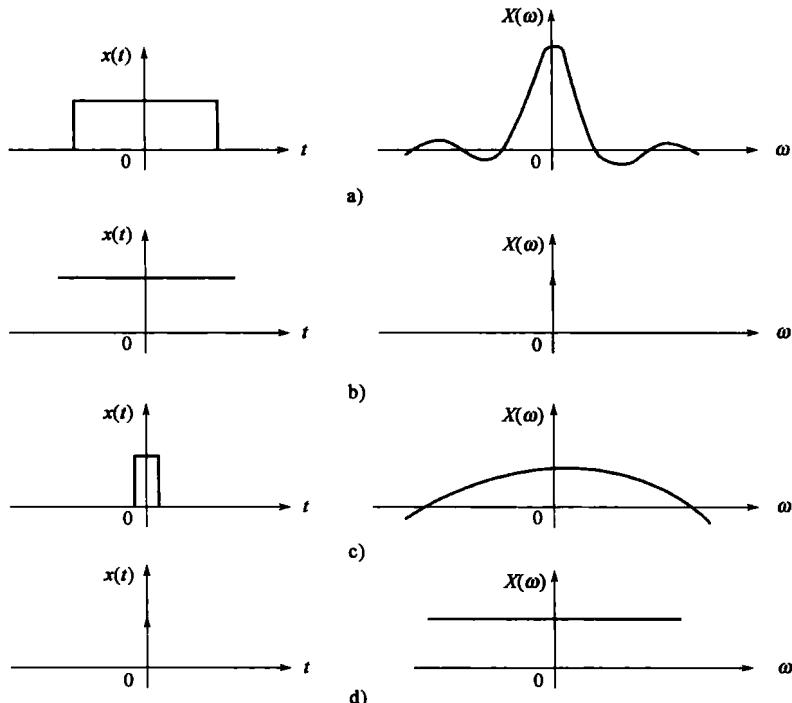


图 1-8 脉冲宽度与频谱的关系

对非周期信号来说, 信号频宽可以取频谱图中第一次过零点的频率, 如图 1-7 所示的矩形脉冲函数, 其频宽的角频率为 π/τ (rad/s) 或 $1/2\tau$ (Hz)。因此, 在选择测量仪器时, 如果被测信号是一个窄脉冲, 那么测量仪器就必须有较宽的工作频率范围。