

下册

# 高职数学及其应用

GAOZHISHUXUEJIQIYINGYONGFUDAOYUCESI

## 辅导与测试

|     |     |
|-----|-----|
| 主 审 | 黄锡年 |
| 主 编 | 龙 辉 |
| 副主编 | 曾乐辉 |

重庆大学出版社

高等职业教育系列教材

# 辅导与测试

## 下册

|     |     |
|-----|-----|
| 主 审 | 黄锡年 |
| 主 编 | 龙 辉 |
| 副主编 | 曾乐辉 |

重庆大学出版社

## 图书在版编目 (CIP) 数据

高职数学及其应用辅导与测试/李和逊主编. —重庆:  
重庆大学出版社, 2001. 9  
高等职业教育系列教材

ISBN 7-5624-2468-3

I. 高... II. 李... III. 数学—高等教育: 技术教育—  
教学参考资料 IV. 01

中国版本图书馆CIP数据核字 (2001) 第064145号

### 高职数学及其应用

辅导与测试

下册

主审 黄锡年

主编 龙 辉

责任编辑 彭 宁

\*

重庆大学出版社出版发行

新华书店经销

重庆迪美印务公司封面印刷

重庆电力印刷厂印刷

\*

开本: 850×1168 1/32 印张: 7.75 插页: 1 字数: 208千

2001年 9月 第 1 版 2001年 9月 第 1 次印刷

印数: 1-8 000

ISBN 7-5624-2468-3/O·202 定价: 10.00元

# 前 言

为了全面贯彻《中共中央关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神,根据《教育部关于加强高职高专人才培养工作的意见》,进一步搞好高职高专的教育改革和提高教学质量,更好地帮助高职高专学生学好数学,在编写完《高职数学及其应用》教材上、中、下三册后,此次应出版社的聘约,以及高职院校学生的要求,编写组编写了同现行《高职数学及其应用》教材相配套的辅导与测试一书。本书以教材为主线,章、节秩序不变,突出高职基础教育的特点,知识以必须够用为度、重应用。注重学生能力和创新意识的培养。全书由基本要求,内容提要,题型示例解析,习题、测试与解答,考试与解答等内容组成,使该书成为与教材优化配套的辅导与测试集。可提供招收初中毕业生五年制高职和高中、中职毕业生三年制高职高专选用。

本书的特点是:

1. 根据教学基本要求,精心组织素材,突出了学习目标。
2. 基础知识“必须够用”为度,重应用、注重学生能力和创新意识的培养。
3. 题型示例解析求真、求实、学有所用。
4. 习题、自测试题、考试试题、可组建试题库,便于组织测试和试卷质量分析。
5. 结合学生实际,配合教材,极具可导、可练、可测性。

编写组:

上册:主编 耿恭健 韩乐文 副主编 胡先富  
中册:主编 李和逊 副主编 李勇 参编 焦合华  
下册:主编 龙辉 副主编 曾乐辉 主审 黄锡年  
参编 郑文 代子玉

本书编写过程中得到了市教委领导,高职院校以及一些举办了高职、高专学校的领导和教师的支持和帮助,在此表示诚挚的感谢。

由于编写水平有限,且时间较仓促。因此难免有缺点和错误,恳请使用本书的读者批评指正。

《高职数学及其应用》编写组

2001年6月14日

# 目 录

|              |                               |      |
|--------------|-------------------------------|------|
| <b>第二十章</b>  | <b>空间解析几何与多元函数微积分简介</b> ..... | (1)  |
| § 20-1       | 空间直角坐标系 .....                 | (2)  |
| § 20-2       | 向 量 .....                     | (4)  |
| § 20-3       | 平面与曲面 .....                   | (7)  |
| § 20-4       | 多元函数的概念 .....                 | (9)  |
| § 20-5       | 二元函数的极限与连续性 .....             | (11) |
| § 20-6       | 偏导数 .....                     | (13) |
| § 20-7       | 复合函数的微分法 .....                | (17) |
| § 20-8       | 多元函数的极值 .....                 | (20) |
| § 20-9       | 二重积分 .....                    | (23) |
| § 20-10      | 二重积分的计算 .....                 | (26) |
|              | 自测试题及解答 .....                 | (30) |
| <b>第二十一章</b> | <b>概率初步</b> .....             | (42) |
| § 21-1       | 两个基本原理 排列 .....               | (43) |
| § 21-2       | 组 合 .....                     | (45) |
| § 21-3       | 随机事件 .....                    | (47) |
| § 21-4       | 概率的概念 .....                   | (49) |
| § 21-5       | 条件概率 贝努利概型 .....              | (51) |
| § 21-6       | 全概率公式及贝叶斯公式 .....             | (54) |
| § 21-7       | 随机变量及其分布 .....                | (59) |
| § 21-8       | 连续型随机变量 .....                 | (61) |

|                                   |              |
|-----------------------------------|--------------|
| § 21-9 随机变量的数字特征 .....            | (65)         |
| 自测试题及解答 .....                     | (68)         |
| <b>第二十二章 数理统计 .....</b>           | <b>(83)</b>  |
| § 22-1 基本概念 .....                 | (84)         |
| § 22-2 常用统计量的分布 .....             | (87)         |
| § 22-3 参数估计 .....                 | (90)         |
| § 22-4 假设检验 .....                 | (94)         |
| § 22-5 一元线性回归 .....               | (99)         |
| § 22-6 正交试验设计 .....               | (104)        |
| 自测试题及解答 .....                     | (107)        |
| <b>第二十三章 线性代数与线性规划 .....</b>      | <b>(117)</b> |
| § 23-1 行列式及其性质 .....              | (117)        |
| § 23-2 矩阵的概念和矩阵的运算 .....          | (121)        |
| § 23-3 矩阵的秩与初等变换 .....            | (125)        |
| § 23-4 线性方程组 .....                | (129)        |
| § 23-5 线性规划的数学模型 .....            | (133)        |
| § 23-6 图上作业法 .....                | (136)        |
| 自测试题及解答 .....                     | (141)        |
| <b>第二十四章 级数 .....</b>             | <b>(152)</b> |
| § 24-1 常数项级数 .....                | (152)        |
| § 24-2 幂级数 .....                  | (156)        |
| § 24-3 傅里叶级数 .....                | (160)        |
| § 24-4 周期为 $2l$ 的函数展开为傅里叶级数 ..... | (164)        |
| § 24-5 傅里叶级数的复数形式 .....           | (168)        |
| 自测试题及解答 .....                     | (170)        |

|                         |       |
|-------------------------|-------|
| <b>第二十五章 数学模型</b> ..... | (182) |
| § 25-1 数学模型概述 .....     | (182) |
| § 25-2 代数法建模 .....      | (184) |
| § 25-3 图解法建模 .....      | (187) |
| § 25-4 概率法建模 .....      | (191) |
| § 25-5 微分方程法建模 .....    | (194) |
| 自测试题及解答.....            | (196) |
| 考试试题及解答(文科).....        | (207) |
| 考试试题及解答(工科).....        | (209) |
| <b>习题答案</b> .....       | (222) |

# 第二十章 空间解析几何与多元函数微积分简介

## 【基本要求】

1. 理解空间直角坐标系概念,掌握坐标系平移公式及空间两点间距离公式. 理解向量的概念,掌握向量的坐标表达式,分量式及方向余弦,会进行向量的加、减、数乘、点乘及叉乘等运算. 掌握平面的点法式方程及一般方程以及常见柱面的方程,了解旋转曲面及二次曲面的方程.

2. 了解多元函数的概念,理解二元函数的定义及定义域,了解二元函数的图像,了解二元函数的极限与连续性. 理解偏导数的定义并会求偏导数. 了解高阶偏导数概念,会求二阶偏导数. 了解多元复合函数求导法则,会求二元复合函数的偏导数. 了解隐函数求导法则. 了解多元函数极值概念,会解简单的极值及条件极值问题.

3. 了解二重积分的概念及性质,会计算直角坐标系下的二重积分,并会利用极坐标计算二重积分.

## 【知识点】

空间直角坐标系,坐标系的平移,空间两点间距离公式,向量的概念,向量的坐标表示式及分量式,方向余弦,向量的加、减、数乘及数量积、向量积,平面的点法式方程及一般方程,曲面方程的概念,常见柱面,旋转曲面及二次曲面.

多元函数的概念,二元函数的定义,定义域及图像,二元函数

的极限与连续性,偏导数的定义及计算,高阶偏导数,二元函数偏导数的几何意义,多元复合函数的求导法则,隐函数求导法则,多元函数的极值,条件极值.

二重积分的概念及性质,二重积分的计算.

## § 20-1 空间直角坐标系

### 一、内容提要

空间直角坐标系概念,坐标系平移公式,空间两点间距离公式.

### 二、题型示例

**例 1** 点  $M(5,0,-3)$  所在的特殊位置是( ).

- A.  $x$  轴上                      B.  $z$  轴上  
C.  $xoy$  平面上                D.  $xoz$  平面上

**分析** 点  $M$  的横坐标与竖坐标非零,而纵坐标等于零,因此点  $M$  位于  $xoz$  平面上. 故应填(D).

**例 2** 空间两点  $A(1,-1,2)$  与  $B(3,1,5)$  的距离为\_\_\_\_\_.

**分析** 由两点间距离公式得

$$|AB| = \sqrt{(3-1)^2 + (1+1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{17}$$

**例 3** 已知点  $P(0,-7,1)$  与  $Q(2,2,c)$  之间的距离  $|PQ| = 11$ ,求  $c$  的值.

**解** 由两点间距离公式

$$|PQ| = \sqrt{(2-0)^2 + (2+7)^2 + (c-1)^2} = 11$$

解之得  $c = 7$  或  $c = -5$ .

**例 4** 求  $x$  轴上与点  $M(-2,1,5)$  和点  $N(-1,3,0)$  等距离的点.

**解** 设该点为  $(a,0,0)$ ,由两点间距离公式及已知条件

$$(a+2)^2 + 1^2 + 5^2 = (a+1)^2 + 3^2$$

解之得  $a = -10$ ,

故  $x$  轴上这一点为  $(-10, 0, 0)$ .

## 习题 20-1

### 1. 选择题

(1) 点  $A(-3, 0, 0)$  所在的特殊位置为( ).

A.  $x$  轴上

B.  $y$  轴上

C.  $z$  轴上

D. 原点

(2) 点  $C(3, -1, 2)$  与点  $D(0, 2, -4)$  之间的距离为( ).

A. 14

B.  $\sqrt{14}$

C.  $3\sqrt{6}$

D. 54

### 2. 填空题

(1) 点  $(3, -4, 10)$  与原点的距离为\_\_\_\_\_.

(2) 平移坐标系使原点移到  $O'(5, 1, -4)$ , 则点  $P(7, 2, 1)$  在新坐标系下的坐标为\_\_\_\_\_.

### 3. 判断题

(1) 点  $R(-4, 4, -4)$  位于第六卦限( ).

(2) 方程  $x = 0$  表示  $y$  轴( ).

4. 求点  $E(-3, 2, 5)$  与  $x$  轴、 $y$  轴的距离.

5. 求顶点为  $A(4, 1, 1)$ ,  $B(2, -1, 2)$ ,  $C(6, 0, 4)$  的三角形各边的长.

6. 已知点  $F(4, 2, 3)$  与点  $G(4, b, -2)$  之间的距离为  $|FG| = 5$ , 求  $G$  点坐标.

7. 在  $y$  轴上求与点  $M(1, 7, -4)$  和点  $N(5, -2, 3)$  等距离的点.

## § 20-2 向 量

### 一、内容提要

向量的概念,向量的坐标表示式,分量式及方向余弦,向量的加、减、数乘、数量积、向量积等运算.

### 二、题型示例

**例 1** 向量  $\boldsymbol{a} = 7\boldsymbol{i} - 6\boldsymbol{j} + 6\boldsymbol{k}$  的模  $|\boldsymbol{a}| = (\quad)$ .

A. 19

B. 7

C. 11

D. 121

**分析** 由向量模的计算公式可得

$$|\boldsymbol{a}| = \sqrt{7^2 + (-6)^2 + 6^2} = 11. \text{ 应填(C).}$$

**例 2** 向量  $\boldsymbol{F} = \{-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\}$  的方向余弦为\_\_\_\_\_.

**分析**  $\boldsymbol{F}$  的模  $|\boldsymbol{F}| = \sqrt{(-\frac{1}{3})^2 + (\frac{2}{3})^2 + (-\frac{2}{3})^2} = 1$

$$\text{方向余弦 } \cos\alpha = \frac{-\frac{1}{3}}{1} = -\frac{1}{3} \quad \cos\beta = \frac{\frac{2}{3}}{1} = \frac{2}{3}$$

$$\cos\gamma = \frac{-\frac{2}{3}}{1} = -\frac{2}{3}$$

**例 3** 已知向量  $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j} + 7\boldsymbol{k}$ ,  $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{i} - 2\boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}$ ,  $\boldsymbol{c} = 5\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j} - \boldsymbol{k}$ , 求向量  $3\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{b} - 4\boldsymbol{c}$ .

**解**  $3\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{b} - 4\boldsymbol{c} =$

$$\begin{aligned} & 3(3\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j} + 7\boldsymbol{k}) + 2(-\boldsymbol{i} - 2\boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}) - 4(5\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j} - \boldsymbol{k}) = \\ & (9\boldsymbol{i} + 6\boldsymbol{j} + 21\boldsymbol{k}) + (-2\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j} + 2\boldsymbol{k}) - (20\boldsymbol{i} - 16\boldsymbol{j} - 4\boldsymbol{k}) = \\ & -13\boldsymbol{i} + 18\boldsymbol{j} + 27\boldsymbol{k}. \end{aligned}$$

**例 4** 求向量  $\boldsymbol{m} = \{6, 3, 2\}$  与向量  $\boldsymbol{n} = \{-2, 2, 1\}$  的夹角.

解  $m$  与  $n$  的点积  $m \cdot n = 6 \times (-2) + 3 \times 2 + 2 \times 1 = -4$

$$|m| = \sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2} = 7$$

$$|n| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 1} = 3$$

设  $m$  与  $n$  的夹角为  $\theta$

$$\text{则 } \cos\theta = \frac{m \cdot n}{|m||n|} = \frac{-4}{7 \times 3} = -\frac{4}{21}$$

$$\theta = \arccos\left(-\frac{4}{21}\right).$$

例 5 求以向量  $a = -i + 2j + k$  和  $b = i + j - 2k$  为边的平行四边形的对角线长及面积.

解 平行四边形对角线有两条.

$$\begin{aligned} \text{其中一条的长为 } |a + b| &= |-i + 2j + k + i + j - 2k| = \\ &|3j - k| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \\ &\sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{另一条的长为 } |a - b| &= |-i + 2j + k - (i + j - 2k)| = \\ &|-2i + j + 3k| = \\ &\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 3^2} = \\ &\sqrt{14} \end{aligned}$$

平行四边形的面积为

$$\begin{aligned} |a \times b| &= |(-i + 2j + k) \times (i + j - 2k)| = \\ &|[2 \times (-2) - 1 \times 1]i + [1 \times 1 - (-2) \times (-1)]j + \\ &\quad [(-1) \times 1 - 1 \times 2]k| = \\ &|-5i - j - 3k| = \\ &\sqrt{(-5)^2 + (-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{35} \end{aligned}$$

## 习题 20-2

### 1. 选择题

(1) 向量  $a = 5i + 2j - 3k$  的模为( ).

A. 6

B. 4

C. 38

D.  $\sqrt{38}$

(2) 向量  $P = \{-\sqrt{2}, 1, 1\}$  与  $x$  轴的夹角为( ).

A.  $45^\circ$

B.  $135^\circ$

C.  $30^\circ$

D.  $150^\circ$

(3) 设向量  $a = 3i + 5j + 8k, b = 2i - 4j - 7k, c = 5i + j - 4k$ , 那么  $4a + 3b - c$  在  $x$  轴上的投影为( ).

A. 13

B. 10

C. 18

D. 0

## 2. 填空题

(1) 三个力  $F_1 = \{5, 3, -4\}, F_2 = \{-4, -2, 3\}, F_3 = \{3, 2, 1\}$ , 它们合力的大小为\_\_\_\_\_.

(2) 平行于向量  $Q = \{-6, -6, -7\}$  的单位向量为\_\_\_\_\_.

(3) 向量  $R = \{2, 2, 1\}$  与  $T = \{-3, 2, 0\}$  的数量积为\_\_\_\_\_.

3. 已知空间两点  $A(1, -2, 3), B(4, -4, -3)$  求向量  $\overrightarrow{AB}$ .

4. 设向量  $a = \{4, -1, -3\}, b = \{2, 2, 3\}, c = \{3, 5, -1\}$ , 求  $3a - 2b + 4c$ .

5. 证明向量  $i + 4j + 9k$  和向量  $i + 2j - k$  互相垂直.

6. 已知向量  $m = 2i - 3j + k, n = i - j + 3k, p = i - 2j$ , 求  $(m \times n) \times p$ .

\* 7. 已知两点  $A(2, 5, -3)$  和  $B(3, -2, 5)$ , 点  $C$  在线段  $AB$  上, 且  $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{CB}$ , 求向量  $\overrightarrow{OC}$  的坐标.

\* 8. 向量  $a$  与三坐标轴的正方向成相等的锐角, 求与  $a$  同方向的单位向量  $a^\circ$ .

## § 20-3 平面与曲面

### 一、内容提要

平面的点法式方程与一般方程, 曲面方程的概念, 常见柱面, 旋转曲面与二次曲面.

### 二、题型示例

**例 1** 位于平面  $x - 2y + 5z - 11 = 0$  上的点是( ).

A.  $(0, 0, 3)$

B.  $(-1, -1, 2)$

C.  $(2, 1, 2)$

D.  $(10, 5, 2)$

**分析** 将各点的  $x, y, z$  坐标分别代入平面方程, 能使方程等式成立的点就在该平面上. 经代入验证应选 B.

**例 2** 一平面的法向量为  $\boldsymbol{n} = \{1, -1, 2\}$ , 且经过点  $A(3, 2, 0)$ , 则平面的方程为\_\_\_\_\_.

**分析** 由平面的点法式方程可得该方程为  $(x - 3) - (y - 2) + 2z = 0$  或  $x - y + 2z - 1 = 0$ .

**例 3** 球面  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$  的球心和半径为\_\_\_\_\_.

**分析** 经配方该方程可变形为  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$ , 可知球心坐标为  $(-1, 2, 1)$ , 半径为 3.

**例 4** 求平行于  $yoz$  平面且经过点  $(-3, 2, 7)$  的平面方程.

**解**  $yoz$  平面的一个法向量为  $\{1, 0, 0\}$ , 它也是所求平面的法向量, 由点法式方程得该平面方程为  $x + 3 = 0$ .

**例 5** 求经过三点  $A_1(0, 4, -5), B_1(-1, -2, 2), C_1(4, 2, 1)$  的平面的方程.

**解** 设平面的方程为  $Ax + By + Cz + D = 0$

将  $A_1, B_1, C_1$  三点的坐标代入平面方程得

$$\begin{cases} 4B - 5C + D = 0 \\ -A - 2B + 2C + D = 0 \\ 4A + 2B + C + D = 0 \end{cases}$$

解这个三元线性方程组得

$$\begin{cases} A = \frac{11}{3}D \\ B = -\frac{17}{3}D \\ C = -\frac{13}{3}D \end{cases}$$

所以平面方程为

$$\frac{11}{3}Dx - \frac{17}{3}Dy - \frac{13}{3}Dz + D = 0$$

即  $11x - 17y - 13z + 3 = 0.$

## 习题 20-3

### 1. 选择题

(1) 平面  $5x + 2y - 5z + 4 = 0$  经过的点为( ).

- A.  $(1, 2, 3)$                       B.  $(-1, 2, 3)$   
C.  $(0, -2, 0)$                       D.  $(3, 0, 3)$

(2) 经过三点  $M(2, 0, 0)$ ,  $N(0, -3, 0)$ ,  $P(0, 0, 7)$  的平面的方程为( ).

- A.  $2x - 3y + 7z = 0$               B.  $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 0$   
C.  $2y - 3z + 7 = 0$               D.  $21x - 14y + 6z = 42$

### 2. 填空题

(1) 平面  $4x + 3y - 5 = 0$  的特殊位置是\_\_\_\_\_.

(2) 平面  $5x - 4y + 6z - 7 = 0$  在  $x$  轴上的截距为\_\_\_\_\_.

(3) 方程  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  所表示的曲面为\_\_\_\_\_.

(4) 方程  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  所表示的曲面为\_\_\_\_\_.

3. 求经过点  $A(3, -5, 1)$  且平行于  $xoy$  平面的平面方程.
4. 已知平面  $2x - ky + z = 11$  经过点  $(2, -1, 3)$ , 求  $k$  的值.
5. 求球心在点  $(1, -3, 2)$  且经过点  $(4, 2, -2)$  的球面的方程.
6. 一动点与点  $A(1, -1, 2)$  的距离为它与点  $B(2, 0, -3)$  距离的 2 倍, 求此动点的轨迹方程.
7. 指出方程  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  所表示的曲线, 并画出它的图形.

## § 20-4 多元函数的概念

### 一、内容提要

多元函数的概念, 二元函数的定义及定义域, 二元函数的图像.

### 二、题型示例

**例 1** 点  $P_0(1, -2)$  是平面点集  $E = \{(x, y) \mid (x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 25\}$  的( ).

A. 外点

B. 界点

C. 内点

D. 都不是

**分析** 将点  $P_0(1, -2)$  的  $x, y$  坐标代入点集的条件  $(x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 25$ , 得  $(1-1)^2 + (-2-2)^2 = 16 \leq 25$ , 满足该条件, 故为内点.

**例 2** 用集合表示左半坐标平面(不包含  $y$  轴)应表示为\_\_\_\_\_.

**分析** 表示左半平面的不等式为  $x < 0$ , 故它的集合表示为  $\{(x, y) \mid x < 0\}$ .

**例 3** 设二元函数  $f(x, y) = \frac{3x^2 + y}{x - y}$ , 求  $f(0, 1)$  及  $f(-1, 2)$ .