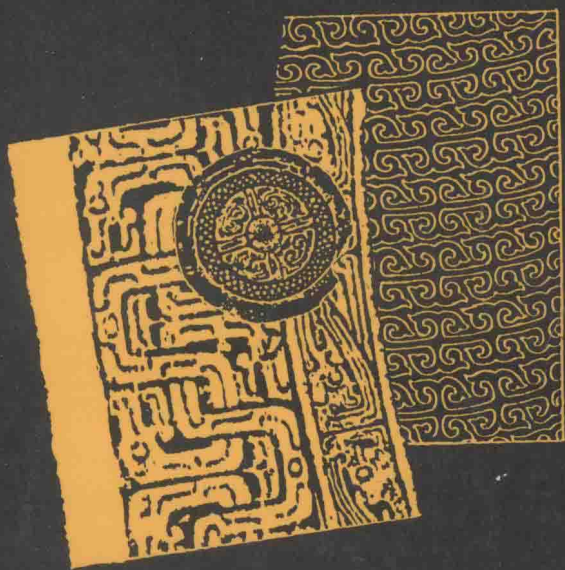


孔子與數學

一個人文的懷想

洪萬生 著



明文書局

孔子與數學

一個人文的懷想

洪萬生 著



明文書局

版權所有・翻印必究

267 孔子與數學

平裝一冊定價 210 元

著 作 者：洪 萬 生
出 版 者：明 文 書 局
發 行 人：李 潤 海
台 北 市 敦 化 南 路 492 號
印 製 所：凡 成 印 製 事 業 有 限 公 司
台 北 市 萬 大 路 486 巷 10 弄 27 號
發 行 所：明 文 書 局 股 份 有 限 公 司
行 政 院 新 聞 局 局 版 台 字 1993 號
地 址：台 北 市 重 慶 南 路 一 段 49 號 7 樓
電 話：3619101・3318447・3754679
郵 撥：01436784 號 明 文 書 局 傳 真：3619101
中 華 民 國 八 十 年 十 月 初 版

Ming Wen Book Co., Ltd.

7F No.49, 1 Sec., Chungking South Road,
Taipei, Taiwan, R. O. C.

ISBN 957-9509-79-4

前 言

這是我的第三本文集，搜羅了一九八四年迄今寫、譯的數學史文章。由於這一年內有幸參與「通識教育」教學，對於非理學院大學生的科學態度和數學素養，有了比較深刻的了解。無論所謂的「通識」如何定義，「通識教育」的宗旨究竟為何，在類似「數學與人文」這樣的課題中，從歷史的角度來認識數學，應該是值得嘗試的途徑之一。出版這一本文集，或許可以視為我對這一主張的落實或體現吧！

本集中文章像〈孔子與數學〉、〈閒話 $\sqrt{2}$ 〉、〈估計 $\sqrt[3]{100}$ 〉、〈從《九章算術》出發〉、〈《九章算術》與面積公式〉以及〈中國數學現代化的先驅—李善蘭〉都是旅美期間（1985 -1988）所寫，代表我自己擴大數學史視野的一個初步嘗試。一九八八年返台後一直忙著撰寫博士論文，只交出〈數學史與數學教學：數學教育研究的一個新面向〉，以及像〈何謂代數？〉和〈負數知多少？〉這樣的小文章，直到今年四月以來，才有比較從容的心情寫下〈李善蘭與我〉、〈「書呆子」算學家蘇州巡撫徐有壬〉、〈乾嘉學派與圓徑周率〉以及〈清初西方代數之輸入〉。中算史擁有好多個有趣的面向，以上這幾篇文字，不過是我這一兩年內積極考察的一部份心得罷了！

在西方數學史方面，本集子提供的都譯自數學史家 Morris Kline 的《數學在西方文化中的角色》（Mathematics in the Western Culture），包括了〈大自然的理性觀〉、〈希臘數學的淪亡〉、〈世界的調諧〉以及〈大自然的量化研究取向〉。至於〈計算機科學與數學〉一文，則原是計算機科學奠基者 Donald Knuth 所撰，值得仔細閱讀，希望讀者不要錯過！

此外，〈半斤八兩談公制〉是一篇無傷大雅的辨駁文字，讀者對該文所涉度量衡制度等勿過分認真。最近我們又發現「一斤十六

兩」制在西漢《九章算術》中已有記載，更足以證明此「斤」並非「台斤」，除非將來十三行遺址中能找到考古證據。不過，也要請高明讀者明鑒：像這樣的文章，從來就不曾企圖為任何一種「意識型態」服務。充其量它只是「點」出：有很多問題對讀史者來說，其實毫無意義。同理，在本集中轉載〈從理論體系角度看中國古代數學〉（原收入我的第一本文集《中國 π 的一頁滄桑》，1981），無非憑弔十年前孤獨摸索數學史的浪漫情懷，讀者喜歡用什麼角度來看它，就完全悉聽尊便了。

本文集最後還收入〈專訪〉和〈隔岸科史有知音〉兩篇比較特別的文字。前文意在回顧我個人「困而思之」的為學歷程，但願它對後輩學者有一點參考價值，謝謝師大數學系同學洪士薰、王明信和唐書志的錄音和整理。後文則徵得作者劉鈍、江曉原以及《自然辯證法通訊》的同意轉載，必須在此對他們申謝。

好友林安梧教授將本文集推薦給明文書局董事長李潤海先生，盛情可感，編輯許永梅小姐協助出版事宜，特一併在此致謝。最後，很高興能把「終於又要出書了」這種喜樂與彭婉如分享，這些年來，無論是在台北市郊的木柵或紐約市郊的Flushing小鎮，她那無私且真實的支持，才使得這本文集問世成為可能！

洪萬生

一九九一年八月十四日

台北·木柵

目 錄

前言

孔子與數學	1
閒話 $\sqrt{2}$	13
估計 $\sqrt[3]{100}$	19
從《九章算術》出發	29
《九章算術》與面積公式	33
中國數學現代化的先驅——李善蘭	41
數學史與數學教學——數學教育研究的一個新面向	47
何謂代數？	55
負數知多少？	59
李善蘭與我	63
「書呆子」算學家蘇州巡撫徐有壬	71
乾嘉學派與圓徑周率	83
清初西方代數之輸入	93
大自然的理性觀	117
希臘數學的淪亡	131
世界的調諧	137
大自然的量化研究取向	159
計算機科學與數學	177
半斤八兩談公制	189
從理論體系角度看中國古代數學	197
專訪	211
隔岸科史有知音	221

孔子與數學

一、無所不在的數學

在《格列佛遊記》中，作者J. Swift通過主角格列佛的觀察，對於島國Laputa的醉心數學研究，有極為生動的描述：

他們一向對直線和圖形極為熟諳。舉例來說，假使他們想要稱頌女人或其他任何動物的美，他們會運用菱形、圓形、平行四邊形、橢圓形、和其他的幾何名詞，或甚至取自音樂的藝術用語來形容。我也在國王的御膳房中，看到了各式各樣的數學、音樂器具，他們循此在大肉片上切出各種圖形，以便奉上御桌供國王品嚐。

事實上，這種飲食排場在他成為國王貴賓的第一天，格列佛就見識到了。當天，國王派出四位近身大臣陪他進餐，席間佳餚即已令他印象深刻了：

我們有兩道菜，每道各有三盤。在第一道菜中，有一盤羊的肩膀肉切成正三角形，一盤牛肉切成平行四邊形，還有一盤布丁切成擺線的形狀。在第二道菜中，有二隻鴨子都紮成小提琴的形狀；香腸和布丁則像長笛和雙簧管，而一塊小牛的胸肌則是豎琴的樣子。在旁侍候的僕人也將我人的麵包切成圓錐體、圓柱體、平行四邊形，以及其他的各種數學圖形。

數學史家M.Kline認為這些都在反映古希臘人對數學

的鍾愛；J.Swift讓格列佛在Laputa 島上經歷了一趟希臘數學世界的「時光隧道」之旅，其手法之精妙，委實叫人嘆為觀止。

二、儒士與數學

孔子也曾有過「割不正，不食」的飲食講究，但他的著眼點恐怕不在數學，而是關乎「禮數」：

食不厭精，膾不厭細。食饅而餲，魚餒而肉敗不食；色惡，不食；臭惡，不食；失飪，不食；不時，不食；割不正，不食；不得其醬，不食。肉雖多，不使勝食氣。惟酒無量，不及亂。沽酒市脯，不食，不撤薑食，不多食，祭於公，不宿肉。祭肉，不出三日。出三日，不食之矣。食不語，寢不言。雖蔬食菜羹，瓜祭，必齊如也。

不過，這並不表示孔子不懂數學。根據史家研究，上古時代擅習六藝（五禮、六樂、五射、五御、六書及九數）以友數貴冒問者，稱為藝士、或術士、或儒，即後來儒家之起源。錢穆說：「藝士不僅可以任友教，知書數可為家宰，知禮樂可為小相，習射御可為將士，亦士進身之途轍。」而「孔子曾為委吏，主倉積出納；又為乘田，主飼養牛羊。」因此，「吾少也賤，故多能鄙事。」無疑是他早年經歷的一項忠實交代。鄙事顯然包括「九數」在內，所以，孔子肯定是通曉數學的。

不僅如此，中國古代數學經典《九章算術》的編集，與東漢初年古文學派的儒者，也有密切的關係。魏晉大數

學家劉徽的「九章算術注序」說：「周公制禮而有九數，九數之流則九章是矣。」可見「九章」的稱呼是來自周禮「九數」。根據這一史實，則東漢大儒鄭玄、馬融的通曉《九章算術》，也應該是孔門倡導六藝的結果。

三、孔子的儒學思想

然而，我們也不能否認，數學在孔子的儒學體系中是沒有任何地位的。其實，任何關於客觀「存有」的知識，都不是孔子的關懷所在。孔子的基本理論，是依「仁、義、禮」這一條主脈建立的。「禮」的本義為一生活秩序，因此，「禮」的觀念即是「秩序性」的觀點；一切秩序的具體內容，可依「理」或「正當性」而予以改變。這一個「理」或「正當性」就是孔子所說的「義」。「禮」的基礎便是在此。

就理論意義而言，人若從私念則求「利」，從公心則求「義」；「仁」者既能「己立立人，己達達人」，必能視人如己而立公心，由此可見，「仁」是「義」的根本。

孔子認為「正當性」取決於個人的價值自覺，不必依賴「天道」，也不必傍附「自然」。而「公心」境界純是不假外求、不受約制的自覺境界；有了「公心」，則其自覺的發用即是正當。換言之，「仁」是「義」的基礎，「義」是「仁」的顯現，而其理論進路則完全在於個人的價值自覺或意志本身的純化。

「仁」是大公無私的意志狀態。但是，吾人究竟如何達到這一狀態呢？孔子提出「忠恕」之道以初步解決這一

個極複雜的實踐問題。自處不為利欲所支配，而念念不苟，是「忠」；處人則視人如己，不侵人以自私，是「恕」。如此鍛鍊意志，即是達到「仁」的境界之實踐過程。

四、德性之學與知識論

現在我們可以觀察孔子的德性之學與知識論的關係了。如果說自我認知是以知覺理解及推理活動為內容，則就此觀點而言，孔子從不重視知識的獨立意義；而且就「知」與成德的關係來說，孔子亦不認為「知」能決定「成德」。由以下引言：

孔曰，知及之，仁不能守之；雖得之，必失之。

可知孔子認為意志本身之純化，遠較認知來得重要。至於就「知」本身而言，孔子也不認為人的智慧在於能了解事物規律，而以為智慧的主要功能在於了解人本身。事實上，「知」或智慧的功用，僅在於輔助進德而已，因為：

樊遲問仁。子曰，愛人。問知。子曰，知人。樊遲未達。子曰，舉直錯諸枉，能使枉者直。

所以「知」的意義僅在於「知人」，而「知人」的目的又仍是落在導人歸正上，即所謂「能使枉者直」，如此看來，智慧的作用只依於德性而成立，是極為顯明的。

有了這樣的前提，孔子論「學」時當然以「進德」為主：

哀公問弟子孰為好學。孔子對曰，有顏回者好學；不遷怒，不貳過。不幸短命死矣。今也則亡。未聞好學者也。

所謂「好學」者，乃指「不遷怒，不貳過」而言，顯然與知識無關，全屬如何進德一事。故在此一脈絡中，孔子不僅不以具體知識為重，而且對知識活動的規律，也不注意。尤有進者，孔子立教的態度，也與傳授知識者或尋求規律者不同。明確地說，孔子與門人的問答中，就極少有客觀的論證：

子路問，聞斯行諸？子曰，有父兄在；如之何其斯行之？冉有問，聞斯行諸？子曰，聞斯行之。公西華曰，由也問聞斯行諸，子曰有父兄在；求也問聞斯行諸，子曰，聞斯行之，亦也惑，敢問。子曰，求也退，故進之；由也兼之，故退之。

在此，孔子目的並不在於對「聞斯行諸」一問題作一客觀答覆，而在於從此答覆中，糾正問者本有之缺點。所以，「從此種施教態度，擴充一步，即顯出孔子對一切理論學說所持之態度。蓋人之為學，目的既只在於提高價值自覺，培養意志則理論學說皆只是附屬條件。人倘能進德，亦不必需要一定理論或學說。至於論證之嚴格性等等，則更屬題外。於是，孔子既不重視思辨，亦未肯定理論知識之客觀意義。此點日後亦成為儒學傳統中一大問題」。（引哲學家勞思光語）

由此推論，孔子所認識的數學當僅僅止步於「九數之流」，大概是當時擔任「委吏」或「乘田」必備的數學知識而已。由於他的儒學理論毋須處理數學這種實體，也不必依賴數學來支持或建立，因此，我們可以說他對數學的未質和方法，根本欠缺深入探究的動機；數學對他而言，可能始終是一種「鄙事」了。

五、柏拉圖的數理哲學

不過，我們也要指出：並不是所有重視道德論、政治論和人生論的思想家或哲學家，都缺乏知識論上的關懷。對希臘哲學家柏拉圖等人而言，道德哲學的重點在於「了解道德」，因此，其目的乃是建立一套概念結構，而這當然有賴知識的理性化了。

柏拉圖的知識理性化與數學息息相關，因為他認為數學可以加強注意力的集中，發展秩序的意義，並協助心靈通過簡易的公式去捕捉物理現象的數量差異。這種心智的訓練對政治家而言，是極為重要的：

我們所追求的這種知識只有兩項用途，一種是軍事上的，另一種是哲學上的；因為打仗的必須研究數目的技巧，否則他便無法整頓其隊伍。哲學家們也是如此，他們需要在浩瀚多變的知識領域中尋出真理並緊握它們，所以他必須同時是位算術家……而且，由於這種知識可以使立法合乎行動方針，所以我們必須盡力勸勉這個城邦的未來領袖學習算術，不僅僅只是業餘學習，他們還要不停地學習，直到能用心靈來體會數目的存在為止。不能像商人或小販，只要能夠買賣計算就行了，領袖們必須為軍事用途和自己的靈性研讀數學；同時也由於這是使他們能辨別真理和存有的捷徑，……。 （引自柏拉圖的《共和國》）

此外，在他的《律法》（Laws）一書中，柏拉圖更提出了研究無理數的政治理由。所謂的「夜間會議」（noct-

urnal council)的職責就是留心公眾的安全，而為了讓公眾保持對社會秩序的虔敬，他們顯然必須具備天體的某些知識，藉者與數學定律的一致以見證造物主的智慧。但如何確立天體的這種諧合的律則呢？柏拉圖的做法是觀察各行星的周期，然後用數學方法將這些周期相互表示，例如將某一行星周期用另一行星周期表示——這個運算可能會涉及到無理數。

數學在柏拉圖心目中的地位，也很能從一個關於「倍立方」來源的故事反映出來。所謂倍立方問題是：給定一立方體，求作另一立方體使「其體積為給定者的兩商。（這問題是希臘三大幾何作圖題之一，另外兩個分別是三等分一角和化圓為方。）相傳Delos 地方的人受疫病侵襲，從神諭中發現他們必須建造一個體積為原來兩倍大的立方形祭壇，他們知道將立方形的邊長加倍並不相當於將體積加倍，於是向柏拉圖求教。柏拉圖無法給出答案，但鄭重其事地告誡他們說：神諭所示並非祂缺少或需要一個兩倍大體積的祭壇，而是對希臘人的不關心數學、不重視幾何的責備。

明確地說，柏拉圖認為數學的抽象觀念與善、正義等等居於同一層次，它們都是關於「存有」的永恆、不變理念。對柏拉圖而言，教育的功能就是去把握這些理念；尤其是善的理念的領悟，更是他的哲學研究之最高鵠的，那麼又將如何把握呢？柏拉圖把他的學院的四門科學——算術、幾何、天文和音律諧和——當作手段或媒介；它們的教育目標，是要在數學與善的理念之間建立聯繫，以便通過數學的學習而得以把握那些永恆、不變的理念。

正因為數學在柏拉圖的哲學體系中既是目的也是手段，所以數學知識的理性化才會成為柏拉圖學院的主要課題之一。當時數學理論尚未經過嚴密的系統化，很多數學家還相當程度地依賴了直觀或經驗，關於這些方法的批評和討論，都成為了柏拉圖學院的主要學術活動之一，而這也就鼓舞了該學院中的數學家著手大量的編纂、聯繫工作，為稍後的歐幾里得（Euclid）和阿波羅紐斯（Apollonius）這兩位大師的偉大系統化，鋪好了康莊大道。

歐幾里得（著有《幾何原本》）和阿波羅紐斯（著有《圓錐曲線》）都出身於柏拉圖學院；還有，幾乎所有公元前第四世紀的重要數學成就，都是柏拉圖的朋友或弟子的傑作，由此可見柏拉圖對古典希臘數學的影響是如何地巨大。

在討論數學時，柏拉圖運用了「解析後退法」（The method of analytic regression），經由不斷的化約直到最終的假設為止。也就是：先預置結論，再進行演繹以得到一個已知的真理或矛盾，若得到矛盾，則表示預置的結論是錯的；若得到的是已知的真理，則將推論過程倒置（若可能的話），就能得至完整的證明。不過，從方法論的角度來看，他的知識取得三步驟（或手段）恐怕更值得注意。柏拉圖認為關於客體知識來自：第一步，名稱；其次，定義；第三步，形成意像（image）：

取一個單例，並學習把它應用到所有的例子上。有一個叫做「圓」的客體，它具備了剛剛提到的「名稱」。其次，它具備了一個由名詞和動詞組成的「定義」，因為末端〔按即指圓周〕到中心點等距的東西，將

是擁有”round”、“spherical”和”circle”等名稱的那個客體。第三，是有那樣的客體描繪和塗消，或用旋盤塑成，或腐朽，但所有這些〔藝匠〕的寄情，都不會為圓本身所苦惱；圓是跟它們有所不同的，儘管彼此確有關連存在。第四，知識出現了，它是涉及那些客體——它們必然會被認為是形成單一整體——的理解力和真實意見。由於這並不存在於口頭的表達或實質的形式，而只存在於靈魂之中，它顯然有別於圓本身的特性，而且也跟前述三項有所不同。……。

〔引自《書簡集》(Epistles)〕

這個例子說明了柏拉圖的知識論是與數學分不開的；數學觀念可以說是他就近取譬的源源不絕活水。事實上，這或許也是希臘哲學家的風尚，比如柏拉圖的老師蘇格拉底，就曾經在當時的數學觀念上演示他的辯證法與產婆接生法(maieutic method)，而亞里斯多德——柏拉圖的偉大弟子——則在舉例說明他的三段論法時，依據了當時的數學教本。正因為希臘哲學思想主流擁有知識論層面的關懷和趣味，所以，它們的方法論自覺也就不足為奇；從而，亞里斯多德的從數學引出邏輯，也不過是這種精神的自然歸趨罷了。

六、結論

數學是無所不在的觀點，對中國古代學者而言並不新穎，譬如《漢書·律曆志》就說：「數者，……夫推曆、生律、制器、規圓、矩方、權重、衡平、準繩、嘉量、探

頤、索隱、鉤深、致遠、莫不用焉。」；《續漢書·律曆志》也說：「古人之論數也，曰物生而後有象，象而後有滋，滋而後有數。然則天地初形，人物既著，則算數之事生矣。記稱大撓作甲子，隸首作數，二者既立，以比日表，以管萬事。夫一、十、百、千、萬，所同用也；律、度量、衡、曆，其別用也。」然而，先秦諸子論天「道」，漢儒談天「命」，魏晉清談講天「禮」，都未曾像柏拉圖一樣，假設大自然是按數學定律所設計，或像亞里斯多德一樣，認定應該用數學理論來解釋自然界的現象，足見在中國古代的學術傳統中，數學乃至其他關於客觀「存有」的知識究竟如何取得，以及如何系統表達，一向就很少成為學者注意的焦點。在一個以「德性之學」為主要取向的學術傳統中，數學既無關藝文風月，也不能安身立命，則「不可以專業」自是個人事業的恰當取捨了：

算術亦是六藝要事，自古儒士論天道、定律曆者皆通學之，然可以兼明，不可以專業。（引自顏之推《顏氏家訓》）

總之，孔子對數學的「淺嘗即止」品味，或許並不表示他忽視數學，但卻足以清楚對照一個不容否認的事實，那就是：他的儒學體系根本不需要數學。於是，數學知識的理性化當然也就不是他的「好學」大道了。他的「正名」原則絲毫沒有任何知識論層次上的考慮；同樣地，步入儒學歧途的荀子雖然殷殷「勸學」，但他的「正名」原則：

名無固宜，約之以命。約定俗成謂之宜；異於約者謂之不宜。名無固實，約之以名實。約定俗成，謂之實

名。

也無補於數學觀念的精確化；數學名詞沒有精確的定義，譬如《九章算術》中各種圖形名稱都保有了十足的實用面貌，如此當然影響理論研究的開展。

要比較研究《九章算術》和《幾何原本》，並藉此凸顯中國古代數學特色，則對應地比較研究孔子與柏拉圖或類似的課題，似乎是一條值得採行的途徑。如此看來，「孔子與數學」的發人深省，是毫無疑問的。

七、後記

本文中關於孔子的儒學思想體系，都取自勞思光先生的《中國哲學史》，筆者不敢掠美，必須特此申明。有關柏拉圖的著作引言，則轉引自M.Kline的《數學史》及E.A. Maziarz, T.Greenwood *Greek Mathematical Philosophy* 另一方面，筆者也要鄭重指出：本文是一種歷史取向的研究，至於儒學與數學之間究竟應該、以及可能建立何種關係，則完全是屬於另一個領域的問題，高明的讀者千萬不可不察。

參考資料：

1. 洪萬生，〈從理論體系角度看中國古代數學〉，收入《中國的一頁滄桑》，台北自然科學文化事業公司，1981。
2. 洪萬生，〈古代中國的幾何學〉，收入《從李約瑟出發