

T E J I J I A O S H I J I A O S H U X U E

Teji Jiaoshijiao Shuxue

七 年 级

奚定华 主编

特 级 教 师 教

数 学

教师的备课助手
学生的免费家教



学林出版社

特 级 教 师 教 数 学

七 年 级

奚定华 主编

本册编写 吴传发 唐 棍

学 林 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

特级教师教数学·七年级 / 奚定华主编. —上海:学林出版社, 2001. 12

ISBN 7-80668-229-5

I. 特... II. 奚... III. 数学课-初中-教学参考
资料 IV. G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 085577 号

封 面 书 封 是 译 藏 本

特级教师教数学(七年级)



主 编——奚定华

本册编写——吴传发 唐 棟

责任编辑——吴耀根

特约编辑——陈永良

封面设计——桑吉芳

出 版——学林出版社(上海钦州南路 81 号)

电话:64515005 传真:64515005

发 行——上海发行所

学林图书发行部(文庙路 120 号)

电话:63779027 传真:63768540

印 刷——上海师范大学印刷厂

开 本——787×1092 1/16

印 张——15.75

字 数——31 万

版 次——2001 年 12 月第 1 版

2001 年 12 月第 1 次印刷

印 数——5000 册

书 号——ISBN 7-80668-229-5/G · 87

定 价——20.00 元

前　　言

数学是中学的一门主要学科,要学好数学必须掌握数学基础知识和基本技能,提高运算能力、思维能力、空间想象能力和分析问题、解决问题的能力。有不少学生感到数学难学,面对一系列抽象的概念、一大堆定理和公式,不知所措、无所适从,迫切需要有名师指点。为此我们组织了在教学上有很高造诣和丰富经验的特级教师编写这套丛书。这些特级教师多年来在教学第一线工作,其中有些教师多次参加教材编写和中考、高考命题工作,这是他们数学教学工作的经验总结和心血结晶,相信对广大中学生的数学学习会有所启迪,对广大的中学数学教师的教学也会有所帮助。阅读本丛书,好像特级教师就在你身边给你上课,循循善诱、启发引导、分析点拨、指点迷津,帮助你抓住重点、掌握要领、克服难点,领悟数学的真谛。

本书具有以下几个特点:

1. 既重视基础知识和基本技能,又注意培养数学能力

本丛书深入浅出地阐述数学概念的本质,对定理、公式和法则进行透彻的分析,使读者通过学习,能深刻地理解数学基础知识和熟练地掌握数学的基本技能。书中精选典型例题,对每一个例题进行分析,引导读者通过对条件和结论以及它们之间关系的分析,探究解题的思路,并在解题的基础上,进行反思,总结解题的规律。又编制各种不同类型、不同层次的习题,让读者通过练习,提高运算能力、思维能力、空间想象能力和分析问题、解决问题的能力。

2. 既能用于新知识的学习,又能作为复习的参考

本丛书在每一个单元设有“重点难点分析”的栏目,对中学数学的重要概念、定理、公式和法则,难学的数学知识和技能进行详细的剖析,并通过例题加以说明,指出在学习过程中应该注意的问题和可能产生的错误,使读者阅读以后能真正抓住重点知识、克服学习中的困难。每一单元后附有习题,题型多样,供读者初步熟悉和操练之用。通过这一部分内容的学习,可以使读者扎实地学好新的数学知识。在每一章结束之前设有“知识提要”栏目,系统地归纳总结本章重要的知识,分类进行整理,帮助读者巩固所学的知识。接着有“例题精选”栏目,选择典型的、综合的问题进行讲解,提高读者灵活和综合运用数学知识分析问题、解决问题的能力。还有“方法指导”栏目是本丛书的重要特色,从数学思想方法的高度对一章的内容进行概括,对读者进行学习方法和数学思想方法的指导。每一章还设有“复习题”栏目,选择综合性较强的问题,让读者通过练习沟通各种数学知识。这些栏目的设置,为读者复习巩固有关的数学知识,提供了丰富的参考资料。

3. 既能使基础较差的读者有所得益,又能使水平较高的读者有所提高

本丛书面向全体学生,可供不同水平的读者选用。书中有很多基本的内容、例题和习题,通过一步步的引导和适量的练习,使基础较差的学生能牢固地掌握基础知识和基本技能,达到基本的要求。同时又注意编写提高的、综合的、灵活运用的内容和习题,让水平较高的学生通过学习也能得到进一步的提高。在一章和一个阶段结束时的测试评估都分 A、B 两组,A 组是基本要求,B 组是较高要求,让读者根据自己的基础和要求选用。

本丛书由上海市著名的特级教师和部分高级教师负责编写工作,具体分工如下:六年

级:周齐、胡平;七年级:吴传发、唐棣;八年级:邹一心、孙兆桂;九年级:叶锦义、奚根荣;高一:李大元、张颂方;高二:胡仲威、何维安、钱民广、杨兴中;高三:忻再义、王春明。最后全书由奚定华修改和统稿。

由于时间仓促,书中错误和不足之处在所难免,欢迎读者批评指正。

编 者

2001年11月

本套教材是根据《九年义务教育全日制初级中学语文教学大纲》(试用本)编写而成的。在编写过程中,我们参考了有关教材,并吸收了近年来教科书编写的新经验,力求做到既符合大纲要求,又具有时代感,能激发学生学习兴趣,培养他们的学习能力,提高他们的语文素养。同时,本套教材还注重体现新课程改革的精神,努力使教材成为素质教育的载体,为学生的全面发展服务。

本套教材共分三个年级,每册有三个单元,每个单元有三个课时。每课时有三个部分:课文、练习、拓展延伸。课文部分选录了古今中外优秀作家的代表作品,内容丰富,体裁多样,语言优美,富有感染力。练习部分设计合理,能够帮助学生巩固所学知识,提高运用能力。拓展延伸部分则提供了与课文相关的背景资料、作者简介、相关链接等,有助于学生更深入地理解课文,开阔视野。

本套教材在编写过程中,充分考虑了初中生的年龄特点和心理需求,力求做到既符合大纲要求,又具有时代感,能激发学生学习兴趣,培养他们的学习能力,提高他们的语文素养。同时,本套教材还注重体现新课程改革的精神,努力使教材成为素质教育的载体,为学生的全面发展服务。本套教材在编写过程中,充分考虑了初中生的年龄特点和心理需求,力求做到既符合大纲要求,又具有时代感,能激发学生学习兴趣,培养他们的学习能力,提高他们的语文素养。同时,本套教材还注重体现新课程改革的精神,努力使教材成为素质教育的载体,为学生的全面发展服务。

本套教材在编写过程中,充分考虑了初中生的年龄特点和心理需求,力求做到既符合大纲要求,又具有时代感,能激发学生学习兴趣,培养他们的学习能力,提高他们的语文素养。同时,本套教材还注重体现新课程改革的精神,努力使教材成为素质教育的载体,为学生的全面发展服务。

目 录

第八章 一元一次方程	1
一、一元一次方程及其解法	1
重点难点分析	1
二、一元一次方程的应用	7
重点难点分析	7
知识提要	13
例题精选	14
方法指导	20
复习题八	21
测试评估	23
试卷 A	23
试卷 B	24
第九章 二元一次方程组	26
一、二元一次方程	26
重点难点分析	26
二、二元一次方程组及其解法	30
重点难点分析	30
三、一次方程组的应用	37
重点难点分析	37
知识提要	40
例题精选	40
方法指导	46
复习题九	48
测试评估	49
试卷 A	49
试卷 B	51
第十章 一元一次不等式	53
一、不等式及其性质	53
重点难点分析	53
二、一元一次不等式	55
重点难点分析	55
三、一元一次不等式组	57
重点难点分析	57
知识提要	59

例题精选	60
方法指导	63
复习题十	65
测试评估	66
试卷 A	66
试卷 B	68
第十一章 平移与平行线	70
一、相交线	70
重点难点分析	70
二、平移与平行线	75
重点难点分析	75
知识提要	80
例题精选	81
方法指导	84
复习题十一	85
测试评估	88
试卷 A	88
试卷 B	89
第十二章 轴对称与等腰三角形	94
重点难点分析	94
知识提要	101
例题精选	102
方法指导	105
复习题十二	106
测试评估	107
试卷 A	107
试卷 B	110
总测试评估一	112
试卷 A	112
试卷 B	115
第十三章 整式的乘除	117
一、单项式的乘除	117
重点难点分析	117
二、单项式与多项式的乘除	121
重点难点分析	121
三、多项式的乘除	122
重点难点分析	122
知识提要	129
例题精选	130

103	方法指导	135
103	复习题十三	136
103	测试评估	139
103	试卷 A	139
103	试卷 B	140
第十四章 因式分解		
105	重点难点分析	143
115	知识提要	148
115	例题精选	149
115	方法指导	156
115	复习题十四	157
115	测试评估	159
115	试卷 A	159
115	试卷 B	161
第十五章 分式		
153	一、分式的概念与性质	163
153	重点难点分析	163
153	二、分式的运算	167
	重点难点分析	167
	知识提要	171
	例题精选	172
	方法指导	176
	复习题十五	178
	测试评估	179
	试卷 A	179
	试卷 B	180
第十六章 旋转与圆		
	重点难点分析	182
	知识提要	185
	例题精选	185
	方法指导	188
	复习题十六	188
	测试评估	190
	试卷 A	190
	试卷 B	191
第十七章 中心对称与平行四边形		
	重点难点分析	194
	知识提要	198
	例题精选	198

方法指导	201
复习题十七	201
测试评估	202
试卷 A	202
试卷 B	204
第十八章 全等三角形	206
重点难点分析	206
知识提要	211
例题精选	211
方法指导	213
复习题十八	214
测试评估	215
试卷 A	215
试卷 B	217
总测试评估二	220
试卷 A	220
试卷 B	223
答案	226

为了解决一些实际问题，常常需要列方程。如出售衣服每件（1）
获利 2 元，如果每件售价是 x 元，则每件利润是 $x - 2$ 元；如果每件（2）
获利 3 元，如果每件售价是 x 元，则每件利润是 $x - 3$ 元。

第八章 一元一次方程

求未知数的方程叫做方程。

一、一元一次方程及其解法

重点难点分析

1. 方程的解的意义

我们知道，能够使方程左右两边的值相等的未知数的值叫做方程的解。只含有一个未知数的方程的解又叫做方程的根。根据方程的根的意义，可以检验一个数是不是方程的根。

例 1 检验下列各数是不是方程 $3x - 1 = x + 3$ 的根：

- (1) $x = 5$; (2) $x = 2$ 。

分析 把题中的数分别代入方程的左边和右边，看计算后两边的值是不是相等。能够使方程左右两边的值相等的那个数，就是方程的根。

解 (1) 把 $x = 5$ 分别代入方程的左边和右边，得

$$\text{左边} = 3 \times 5 - 1 = 14,$$

$$\text{右边} = 5 + 3 = 8.$$

\because 左边 \neq 右边，

$\therefore x = 5$ 不是方程 $3x - 1 = x + 3$ 的根。

(2) 把 $x = 2$ 分别代入方程的左边和右边，得

$$\text{左边} = 3 \times 2 - 1 = 5,$$

$$\text{右边} = 2 + 3 = 5.$$

\because 左边 $=$ 右边，

$\therefore x = 2$ 是方程 $3x - 1 = x + 3$ 的根。

说明 本例是检验一个数是不是方程的根，要把所检验的数分别代入方程的左边和右边，看它们是否相等，而不能把所要检验的数直接代入方程。

如本例中(1)，按照下面的写法就错了：

$$3 \times 5 - 1 = 5 + 3,$$

$$14 = 8.$$

因为在检验时，还不知道左边和右边的值是不是相等，就不应该用“=”号把它们连结起来。

例 2 已知 $x = 4$ 是方程 $2x + a^2 + a = x + 2$ 的根，求 a 的值。

(1) 试把方程化成左边为含 a 的代数式而右边为零的等式;

(2) 如果把 a 看成未知数, 试判断这个方程是不是一元一次方程。

分析 根据方程的根的意义, 把 $x = 4$ 代入方程使方程左右两边相等, 然后通过移项、合并同类项就能得到结果。

解 (1) 把 $x = 4$ 代入原方程, 得

$$2 \times 4 + a^2 + a = 4 - 2,$$

即

$$8 + a^2 + a = 2,$$

移项, 得

$$a^2 + a + 8 - 2 = 0,$$

合并同类项, 得

$$a^2 + a + 6 = 0.$$

(2) 如果把 a 看成未知数, 那么方程里虽然只有一个未知数 a , 但 a 的次数不是一次, 因此它不是一元一次方程。

说明 在例 2 的方程里, 含有两个字母 x 和 a 。如果把 x 看成未知数、 a 看成已知数, 这个方程就是关于 x 的方程。如果把 a 看成未知数、 x 看成已知数, 这个方程就是关于 a 的方程。本例中, “已知 $x = 4$ 是方程……的根”, 就意味着这个方程是关于 x 的方程。

比较例 1 和例 2, 可以看到: 在检验一个数是不是方程的根时, 把这个数分别代入方程的左边和右边, 然后分别进行计算看它们是否相等; 在已知一个数是方程的根时, 把这个数代入方程, 等号成立。

2. 一元一次方程的解法

求方程的解的过程叫做解方程。

由于解方程的目的是求出能够使方程左右两边的值相等的未知数的值。因此, 在解方程时要始终保持等式成立。

我们知道, 等式有如下性质:

(1) 等式的两边都加上或减去同一个数, 所得到的仍是等式;

(2) 等式的两边都乘以或除以(除数不能为零)同一个数, 所得到的仍是等式。

解一元一次方程就是运用上面的等式性质或运算性质, 把一个方程逐步化简为最简方程 $ax = b(a \neq 0)$, 从而求得方程的解。

例 3 解下列方程, 并进行检验:

$$(1) x + 5 = -8; \quad (2) 8y - 3 = 7y + 12.$$

分析 根据等式的性质 1, 可通过移项, 把方程中含未知数的项移到等号的一边, 把不含未知数的项移到等号的另一边, 再合并同类项便能解得结果。

解 (1) 移项, 得

$$x = -8 - 5,$$

合并同类项, 得

$$x = -13.$$

检验: 把 $x = -13$ 分别代入方程的左边和右边, 得

$$\text{左边} = -13 + 5 = -8,$$

$$\text{右边} = -8.$$

\because 左边 = 右边,

$\therefore x = -13$ 是方程 $x + 5 = -8$ 的根。

(2) 移项, 得

$$8y - 7y = 12 + 3,$$

合并同类项, 得

$$y = 15.$$

检验: 把 $y = 15$ 分别代入方程的左边和右边, 得

$$\text{左边} = 8 \times 15 - 3 = 117,$$

$$\text{右边} = 7 \times 15 + 12 = 117.$$

\because 左边 = 右边,

$\therefore y = 15$ 是方程 $8y - 3 = 7y + 12$ 的根。

说明 在移项时要牢记变号, 即把方程中的某一项改变符号后, 从方程的一边移到另一边。

在本例(2)中, 这样的移项就错了: $8y + 7y = 12 - 3$ 。

事实上, 移项是根据等式性质 1 进行的, 如上面的移项, 要达到把方程中含未知数的项移到一边, 把不含未知数的项移到另一边的目的, 便要在等式的两边都加上 $3 - 7y$, 即

$$8y - 3 + [3 - 7y] = 7y + 12 + [3 - 7y]$$

于是

$$8y - 7y = 12 + 3.$$

可见, $7y$ 由等式的右边移到左边时要变号, 变为 $-7y$; -3 由等式的左边移到右边时也要变号, 变为 3 。

在解一元一次方程中, 如果能正确地运用等式的性质和运算性质, 又能正确地进行计算, 一般都能得到正确的解。因此在解一元一次方程时, 检验不是必须的步骤, 一般不必写出检验。但是为了检查解方程过程中有没有错, 可以自己进行检验。除了按照前面的方式进行检验外, 也可以利用口算来进行。

例 4 解方程:

$$\frac{2y+1}{2} - \frac{5y-1}{6} = 2 - \frac{3y-2}{4}.$$

分析 先找出方程中所有分母的最小公倍数, 然后把方程的两边都乘以这个最小公倍数, 从而使所得的方程不再含有分母(即去分母)。这样, 便可按照例 2 的方法解出。

解 去分母, 得

$$6(2y+1) - 2(5y-1) = 24 - 3(3y-2),$$

去括号, 得

$$12y + 6 - 10y + 2 = 24 - 9y + 6,$$

3. 移项, 得

4. 合并同类项, 得

~~化成 $ax = b$ ($a \neq 0$) 的形式~~

$$12y - 10y + 9y = 24 + 6 - 6 - 2,$$

两边都除以 11, 得 $x = \frac{b}{a}$

$$11y = 22,$$
$$y = 2.$$

说明 在去分母时, 方程的各项都要乘以分母的最小公倍数, 切不要遗漏。尤其是方程中含有整式时, 要特别小心。如果像下面那样去分母是错误的。

$$6(2y+1) - 2(5y-1) = 2 - 3(3y-2).$$

事实上, 在方程 $\frac{2y+1}{2} - \frac{5y-1}{6} = 2 - \frac{3y-2}{4}$ 里, 分母的最小公倍数是 12。根据等式的性质 2, 方程的两边都乘以 12, 得

$$12\left(\frac{2y+1}{2} - \frac{5y-1}{6}\right) = \left(2 - \frac{3y-2}{4}\right) \times 12,$$

根据乘法的分配律, 得

$$12 \cdot \frac{2y+1}{2} - 12 \cdot \frac{5y-1}{6} = 2 \times 12 - \frac{3y-2}{4} \cdot 12,$$

由乘法运算, 得

$$6(2y+1) - 2(5y-1) = 24 - 3(3y-2).$$

从上面几例, 我们可以归纳出解一元一次方程的一般步骤。

依 据	步 骤
1. 如果方程里有分数系数, 先去分母	等式性质 2
2. 如果方程里有括号, 先去括号	乘法分配律
3. 移项	等式性质 1
4. 合并同类项, 化成 $ax = b$ ($a \neq 0$) 的形式	乘法分配律
5. 方程两边都除以 a , 得 $x = \frac{b}{a}$	等式性质 2

由于给出的方程的形式不同, 在解方程时所采取的步骤也不尽相同, 上面的步骤不一定全部用到, 也不一定都按照上面的顺序, 要看具体的方程灵活运用。

例 5 解方程 $\frac{0.3x+7}{1.5} - \frac{2x-1}{3} = \frac{0.05-0.04x}{0.05}$.

分析 这个方程里的分母含有小数, 可先根据分数的基本性质把这些小数化成整数。这样, 能使去分母简便。

解 把分母化成整数, 得

$$\frac{3x+70}{15} - \frac{2x-1}{3} = \frac{5-4x}{5},$$

去分母,得

$$3x+70-5(2x-1)=3(5-4x),$$

去括号,得

$$3x+70-10x+5=15-12x,$$

移项,得

$$3x-10x+12x=15-70-5,$$

合并同类项,得

$$5x=-60,$$

两边都除以 5,得

$$x=-12.$$

说明 在利用分数的基本性质把分母的小数化成整数时,分母乘以什么数,分子的每一项也都要乘以这个数,不可遗漏。如果把分母化成整数时按下面的运算就错了。

$$\frac{0.3x+7}{15} - \frac{2x-1}{3} = \frac{0.05-0.04x}{5}.$$

事实上,在式子 $\frac{0.3x+7}{1.5}$ 里,把分母的小数化成整数时,是分子、分母都乘以 10,得

$$\frac{10 \times (0.3x+7)}{10 \times 1.5},$$

利用乘法分配律,得

$$\frac{3x+70}{15}.$$

例 6 已知 $x=-2$ 是方程 $3(x+a)=2-5x+a$ 的根,求 a 的值。

分析 根据方程的根的意义,将 $x=-2$ 代入方程,能使等式两边的值相等。这样就把问题变成解关于 a 的一元一次方程。

解 把 $x=-2$ 代入方程,得

$$3(-2+a)=2-5 \times (-2)+a,$$

去括号,得

$$-6+3a=2+10+a,$$

移项,得

$$3a-a=2+10+6,$$

合并同类项,得

$$2a=18,$$

两边都除以 2,得

$$a=9.$$

说明 把负数的根代入方程时,遇到相乘时要加括号,如本例中,把 $x=-2$ 代入方程

时,不要写成 $3(-2+a) = 2-5-2+a$ 。

例 7 解方程 $3|x|-6 = 12-6|x|$, 并进行检验。

分析 可先把 $|x|$ 看成未知数, 求出 $|x|$ 的值, 然后根据绝对值的意义求出 x 的值。

解 移项, 得

$$3|x|+6|x|=12+6,$$

合并同类项, 得

$$9|x|=18,$$

两边都除以 9, 得

$$|x|=2.$$

当 $x \geqslant 0$ 时, 则 $|x|=x$, 于是

$$x=2;$$

当 $x < 0$ 时, 则 $|x|=-x$, 于是

即

$$x=-2.$$

$$\therefore x=2 \text{ 或 } x=-2.$$

检验: 把 $x=2$ 分别代入原方程的左边和右边, 得

$$\text{左边} = 3|2|-6 = 3 \times 2 - 6 = 0,$$

$$\text{右边} = 12-6|2|=12-6 \times 2=0.$$

\therefore 左边 = 右边,

$\therefore x=2$ 是原方程的根。

同样, 把 $x=-2$ 分别代入原方程的左边和右边, 可得左边 = 右边。

$\therefore x=-2$ 是原方程的根。

说明 在求出 $|x|$ 的值以后, x 的值应该有两个, 不要漏解。

事实上, 式子 $|x|=a(a \geqslant 0)$, 如果当 $a=0$ 时, 那么 $x=0$, 只有一解; 如果 $a>0$ 时, 那么 $x=\pm a$, 有两解, 它们互为相反数。如上面的例子, $|x|=2>0$, 则 $x=\pm 2$ 。

习题 8.1

1. 判断下列等式是不是一元一次方程, 并说明理由。

$$(1) 2+x-x^2=3;$$

$$(2) -a+2(a+x)=1;$$

$$(3) -3a-(a-1)=0;$$

$$(4) \frac{1}{x}+1=2;$$

$$(5) 3x+2y=6;$$

$$(6) 2^2x=(-3)^3.$$

2. 检验下列各数是不是方程 $2x+1=4-x$ 的根。

$$(1) x=-1;$$

$$(2) x=1.$$

3. 检验 $x=-3$ 是不是下列方程的根。

$$(1) 2x+3(x-1)=5+x;$$

$$(2) 3(x+2)-4x=x+12.$$

4. 如果 $3a^{x+2}b^3$ 与 $\frac{1}{2}ab^{y-2}$ 是同类项, 求 x 、 y 。
5. 设 $x = -1$ 是下列方程的根, 试判断它们是不是关于 y 的一元一次方程:
- (1) $2(x+y) - 3x = 4y - 1$;
 - (2) $3x - 4y = y^2 + 3x + 4$;
 - (3) $xy^2 + 4y - 7x = 5y - y^2$ 。
6. 编出两个一元一次方程, 使它们的根都是 2。
7. 解下列方程:
- (1) $5x + 4 = 4x - 1$;
 - (2) $2(y - 3) = y$;
 - (3) $\frac{3}{4}t + 5 = 1 - \frac{1}{4}t$;
 - (4) $5(x - 1) + 3(2 + x) = 6(x + 1)$;
 - (5) $2 - \frac{x+1}{3} = x$;
 - (6) $x - \frac{x-1}{2} + 3 = 5 + \frac{x+2}{3}$;
 - (7) $\frac{2(2-3x)}{0.01} - 2.5 = \frac{0.02-2x}{0.02} - 7.5$;
 - (8) $\frac{x+1}{2} - \frac{x+7}{8} = \frac{x+3}{4} - \frac{x+5}{6}$;
 - (9) $\frac{1}{2}\left[x - \frac{1}{2}(x-1)\right] = \frac{2}{3}(x-1)$;
 - (10) $\frac{x-3}{0.15} - \frac{x+4}{0.2} = 1.6$;
 - (11) $(y-1) \cdot 69\% = (y+1) \cdot 23\%$;
 - (12) $(40-x) \times 20\% = 40 \times 12.5\%$ 。
8. 已知 $v = v_0 + at$, 用 v 、 v_0 、 t 表示 a 。
9. 解方程
- (1) $5|x| - 2 = 8 + 3|x|$;
 - (2) $\frac{2}{5}|x| - 4 = 2 - \frac{4}{5}|x|$ 。
10. 解下列关于 x 的方程:
- (1) $3a + 4x = 7x - 6b$;
 - (2) $3ax + b = ax + c (a \neq 0)$ 。
11. 设 $x = -2$ 是方程 $x + 2(k+x) = 3k - x$ 的根, 求 k 的值。
12. x 为什么数值时, 代数式 $\frac{2x-3}{5}$ 与 $\frac{2}{3}x - 3$ 的值相等。

二、一元一次方程的应用

重点难点分析

1. 解一元一次方程应用问题的步骤

解一元一次方程应用题的步骤是:



- (1) 审题: 弄清题意, 问题中有哪几种量? 其中哪几个量是已知的, 哪几个量是未知的? 它们彼此之间遵循哪些数量关系?
- (2) 设未知数: 选择一个未知数, 用字母(x 或 y ...)来表示, 根据题目里给出的数量关系, 用所设的未知数的代数式来表示其他的未知量。
- (3) 列方程: 根据题目给出的条件(包括已知量、已经假设的未知量及数量关系)进行分析, 找出等量关系。利用所得的等量关系, 列出一元一次方程。

(4) 解方程:解列出的一元一次方程。

(5) 检验和写答案:检验所得的解是否合理,然后写出答案。

例 1 仓库里散放着一堆米,如果每袋装 60 公斤,那么少了 5 只麻袋;如果每袋装 75 公斤,那么多了 2 只麻袋。问仓库里的一堆米有多少公斤?

分析 这里有三个数量:一堆米的公斤数,每袋米的公斤数,一批麻袋的只数。由于每只麻袋装的米的数量不同引起所需要的麻袋的只数不同,但一批麻袋的总数不变。根据这些关系,我们可列方程来解决。

解 设这堆米有 x 公斤,用每袋 60 公斤装,需要袋子 $\frac{x}{60}$ 只;用每袋 75 公斤装,需要袋子 $\frac{x}{75}$ 只。因为不管哪种装法,袋子的总数是相同的。从而列出方程:

$$\frac{x}{60} - 5 = \frac{x}{75} + 2.$$

解这个方程,得

$$x = 2100.$$

答:这堆米有 2100 公斤。

例 2 某数的 3 倍加 2 是这个数减 3 的差的二分之一。求某数。

分析 这里要求某数,可用字母 x 来表示这个某数。某数的 3 倍就是 $3x$,某数的 3 倍加 2 就是 $3x+2$;这个数减 3 的差就是 $x-3$,这个数减 3 的差的二分之一就是 $\frac{1}{2}(x-3)$;

由“某数的 3 倍加 2 是这个数减 3 的差的二分之一”,便可列出等式: $3x+2 = \frac{1}{2}(x-3)$ 。

解 设某数为 x ,依题意,得

$$3x+2 = \frac{1}{2}(x-3),$$

解这个方程,得

$$\therefore x = -\frac{7}{5}.$$

检验:所求出的某数是 $-\frac{7}{5}$,某数的 3 倍加 2 就是 $-\frac{11}{5}$;这个数减 3 的差的二分之一就是 $-\frac{11}{5}$ 。恰好相等。所以 $x = -\frac{7}{5}$ 是本题的解。

答:某数是 $-\frac{7}{5}$ 。

说明 在列式子时,“这个数减 3 的差的二分之一”,不要漏掉括号,如这样列式就错了: $\frac{1}{2}x-3$ 。事实上,“这个数减 3 的差”应该看成一个数,这个数减 3 的差的二分之一,应该是 $\frac{1}{2}(x-3)$ 。

将题目里要求的量选作未知数,并用字母来表示,作为方程里的元,叫做设直接未知数。例 1 中,要求一堆米的重量,就设这堆米为 x 公斤;例 2 中,要求某数,就设某数为 x 。因此,