

教育部中国成人教育协会推荐

成功之路  成考系列丛书

《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》配套教材

全国各类成人高考专用教材

高中起点升本、专科

教育部中国成人教育协会

梯田读书助教行动指定用书

您购买此书将有一元钱
用于贫困教师配赠图书

数 学

文史类
含解题指导

根据2005年
最新考试大纲编写

教育部中国成人教育协会推荐

成功之路  成考系列丛书

《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》配套教材

全国各类成人高考专用教材

高中起点升本、专科

教育部中国成人教育协会

梯田读书助教行动指定用书

您购买此书将有一元钱

用于贫困教师配赠图书

数 学

文史类
含解题指导

主编：方 南

根据2005年
最新考试大纲编写

中国时代经济出版社

图书在版编目(CIP)数据

全国各类成人高考专用教材. 数学:文科/方南主编. —北京:中国时代经济出版社, 2005. 1

高中起点升本、专科

ISBN 7—80169—699—9

I. 全… II. 方… III. 数学—成人教育:高等教育—入学考试—自学参考资料 IV. G723.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 000184 号

全国各类成人高考专用教材. 数学(文史类)

方南 主编

出 版	中国时代经济出版社		
地 址	北京市东城区东四十条 24 号	邮 政 编 码	100007
电 话	(010)88361317 64066019	传 真	(010)64066026
发行经销	新华书店总店北京发行所发行 各地新华书店经销		
印 刷	北京拓瑞斯印务有限公司		
开 本	850×1168 1/16	版 次	2005 年 1 月北京第 1 版
印 张	19	印 次	2005 年 1 月第 1 次印刷
字 数	524 千字	印 数	1—3000 册
定 价	32.00 元	书 号	ISBN 7—80169—699—9/G. 227

版权所有 侵权必究

出版前言

2005年,教育部高校学生司和教育部考试中心重新修订颁布了《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》。考虑到考生生源由原来的高中生为主变为中专、职高、技校生为主的“三校生”,修订大纲时参照了“三校”教学大纲,对各科中过难的和超纲的内容进行了删除和修改,文科的历史地理学科增加了有关政治、经济、文化、科学发展等方面的新知识,删除了陈旧的知识。

为了满足广大考生复习备考的需求,我们组织长期从事成人高考复习辅导的专家教授和考试命题研究人员,及时编写了与新考纲配套的系列复习考试辅导教材。

本系列辅导教材依据2005年教育部最新颁布的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲——高中起点升本、专科》编写,包括《英语》、《语文》、《数学(文史类)》、《数学(理工类)》、《物理化学综合科》、《历史地理综合科》等共6册。

本系列教材特点:

1. 本系列辅导教材融复习内容与考试内容于一体,有利于考生把握考试的重点、难点,提高应试能力。
2. 内容的编排与“新大纲”的知识系统完全一致,充分体现“大纲”的知识能力要求。
3. 注重贴近考试实际,精编大量的应用型和能力型练习题并附有解题指导和参考答案,使考生能够“学练结合”,及时检验复习效果。

此外,为了更直观地突出书中的重点、难点,采用了在重、难点内容下加波浪线加以提示。以利考生有的放矢的复习知识。

由于编写时间仓促,书中不足或错误在所难免。为了不断改进和完善本系列教材,使之能更适合广大读者的要求,我们恳切希望各界人士提出批评指正意见。

全国成人高考命题研究中心

2005年1月

目 录

第一部分 代 数

第一章 集合和简单逻辑	(1)
真题精选及答案	(15)
本章总复习题及参考答案	(15)
第二章 函数	(17)
真题精选及答案	(51)
本章总复习题及参考答案	(53)
第三章 不等式和不等式组	(56)
真题精选及答案	(79)
本章总复习题及参考答案	(79)
第四章 数列	(83)
真题精选及答案	(99)
本章总复习题及参考答案	(100)
第五章 导数	(103)
真题精选及答案	(114)
本章总复习题及参考答案	(114)

第二部分 三 角

第一章 三角函数及其有关概念	(116)
真题精选及答案	(126)
本章总复习题及参考答案	(127)
第二章 三角函数式的变换	(129)
真题精选及答案	(154)
本章总复习题及参考答案	(155)
第三章 三角函数的图象和性质	(157)
真题精选及答案	(173)
本章总复习题及参考答案	(174)
第四章 解三角形	(176)
真题精选及答案	(182)
本章总复习题及参考答案	(183)

第三部分 平面解析几何

第一章 平面向量	(185)
真题精选及答案	(197)
本章总复习题及参考答案	(197)
第二章 直线	(199)
真题精选及答案	(208)
本章总复习题及参考答案	(209)
第三章 圆锥曲线	(212)
真题精选及答案	(246)
本章总复习题及参考答案	(250)

第四部分 概率与统计初步

第一章 排列、组合	(255)
真题精选及答案	(263)
本章总复习题及参考答案	(264)
第二章 概率初步	(266)
真题精选及答案	(277)
本章总复习题及参考答案	(278)
第三章 统计初步	(279)
真题精选及答案	(285)
本章总复习题及参考答案	(285)

考试形式及试卷结构	(287)
-----------------	-------

标准预测试题	(288)
--------------	-------

2004 年成人高等学校招生全国统一考试

数学(文史财经类)	(292)
-----------------	-------

2004 年成人高等学校招生全国统一考试

数学试题(文史财经类)参考答案和评分参考	(295)
----------------------------	-------

第一部分 代 数

第一章 集合和简易逻辑

考纲要求:

1. 了解集合的意义及其表示方法. 了解空集、全集、子集、交集、并集、补集的概念及其表示方法, 了解符号 $\subseteq$, $\supset$, $=$, $\in$, $\notin$ 的含义, 并能运用这些符号表示集合与集合、元素与集合的关系.
2. 理解充分条件、必要条件、充分必要条件的概念.

注: 与旧大纲相比, 本章增加了“简易逻辑, 理解充分条件、必要条件及充要条件的概念”.

第一节 集 合

一、集合及其有关概念

(一) 集合

集合是近代数学中的一个最基本的概念, 一般地, 我们把一些确定的对象看成一个整体就形成了一个集合. (有时也简称集). 一般用大写字母记集合, 如集合 A、集合 B 等等. 而集合里的每一个对象叫做这个集合的元素. 一般用小写字母来记元素, 如元素 a、元素 b 等等.

(二) 集合中元素的特征

1. 确定性: 对于给定的集合, 集合中的元素是确定的, 这就是说, 任何一个对象或者是这个集合的元素, 或者不是这个集合的元素, 都能准确判断.
2. 互异性: 在同一个集合中, 任何两个元素都是不同的对象, 相同的对象在同一集合时, 只能算一个元素.
3. 无序性: 对于给定的集合, 集合中的元素不考虑顺序关系, 例如由自然数 1, 2, 3 组成的集合, 也可以说是由 3, 2, 1 组成的集合.

(三) 元素与集合的关系

根据集合中的元素有确定性可知, 对于给定的元素 a 和集合 A, 元素 a 或者是集合 A 中的元素或者不是集合 A 中的元素, 二者必居其一; 如果元素 a 是集合 A 中的元素, 就说 a 属于集

合 A , 记作 $a \in A$; 如果 a 不是集合 A 中的元素, 就说 a 不属于 A , 记作 $a \notin A$ (或 $a \notin A$).

(四) 常见的几种数集

自然数集: 全体自然数的集合, 叫做自然数集. 通常记作 N .

正整数集: 全体正整数的集合, 叫做正整数集. 通常记作 N^* 或 N_+ .

整数集: 全体整数的集合, 叫做整数集, 通常记作 Z .

有理数集: 全体有理数的集合, 叫做有理数集, 通常记作 Q .

实数集: 全体实数的集合, 叫做实数集, 通常记作 R .

有时还用 Q^+ 表示全体正有理数的集合, 用 Q^- 表示全体负有理数的集合. 用 R^+ 和 R^- 分别表示全体正实数的集合和全体负实数的集合.

说明 0 是自然数, 因此自然数集是非负整数集.

(五) 有限集和无限集

含有有限个元素的集合叫做有限集.

含有无限个元素的集合叫做无限集.

例如, 只由 1, 2, 3, 4 四个元素组成的集合是有限集; 而正整数集是无限集.

(六) 空集

不含有任何元素的集合叫做空集. 空集用符号 $\emptyset$ 表示.

例如, 方程 $x^2 + 1 = 0$ 在实数范围内的解所组成的集合, 由于 $x^2 + 1 = 0$ 在实数范围内没有解, 因此这个集合不含任何元素, 是空集.

把空集也视为集合, 在数学上是很方便的.

二、集合的表示法

表示集合的方法通常有两种: 列举法和描述法.

(一) 列举法

把集合中的元素一一列举出来, 写在大括号内, 这样表示集合的方法叫做列举法.

例如: 由绝对值小于 3 的整数所组成的集合, 可以用列举法表示为 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

(二) 描述法

把集合中的元素所具有的共同性质描述出来, 写在大括号内, 这样表示集合的方法叫做描述法. 通常在大括号内先写出这个集合的元素的一般形式, 再划一条竖线, 在竖线右边写出集合中元素的共同性质.

例如 $\{x | x \text{ 是绝对值小于 3 的整数}\}$.

又如所有偶数的集合可以表示为:

$$\{x | x = 2n, n \in Z\}$$

在直角坐标系中由第一象限内的所有点所组成的集合可以表示为:

$$\{(x, y) | x > 0, y > 0\}$$

有些集合在用描述法表示时, 也可以省略竖线及它的左边部分, 例如由所有直角三角形所组成的集合, 可以表示为

$$\{\text{直角三角形}\}$$

在表示给定集合时还要注意, 大括号已经表示集合, 因此不可以将整数集表示为 $\{Z\}$, 也不可以表示为 $\{\text{整数集}\}$, 如果用大括号只能表示为 $\{\text{整数}\}$.

还应注意, 0 与 $\{0\}$ 是完全不同的, 0 表示一个元素; $\{0\}$ 表示只含有一个元素 0 的一个集合, 只含有一个元素的集合也叫单元素集.

有时为了直观,我们还用图来表示集合,例如:图 1-1-1 表示集合 A .

三、集合与集合的关系

(一)子集

1. 子集的概念

对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,那么集合 A 叫做集合 B 的子集. 记作

$$A \subseteq B \text{ 或 } B \supseteq A.$$

读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”

例如:实数集中 $N \subseteq Z, Z \subseteq Q, Q \subseteq R$

2. 子集的性质

(1) 任何一个集合都是它本身的子集. 即

$$A \subseteq A$$

(2) 规定,空集是任何集合的子集,即

$$\emptyset \subseteq A$$

(3) 若 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$.

因此可把上面三个集合的关系记作

$$A \subseteq B \subseteq C$$

例如:实数集中 $N \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$

3. 集合相等

对于两个集合 A 与 B ,如果 $A \subseteq B$,同时 $B \subseteq A$,那么就说集合 A 与集合 B 相等,记作

$$A = B$$

例如: $\{1, 2, 3\} = \{2, 3, 1\}$

4. 真子集

(1) 概念:如果集合 A 是集合 B 的子集,并且 B 中至少有一个元素不属于 A ,那么集合 A 叫做集合 B 的真子集,记作

$$A \subset B \text{ 或 } B \supset A$$

例如:集合 $A = \{1, 2\}$ 是集合 $B = \{1, 2, 3\}$ 的子集,而且 A 也是 B 的真子集,可以记作 $A \subset B$.

(2) 真子集的性质

规定:空集是任何非空集合的真子集.

也就是说:对于任何非空集合 A ,总有

$$\emptyset \subset A$$

真子集类似于子集也具有同样的性质:

如果 $A \subset B, B \subset C$, 则 $A \subset C$.

事实上实数集中有如下真子集的关系:

$$N \subset Z \subset Q \subset R$$

【例】 写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集及真子集.

解 集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集是: $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$ 共有 8 个子集. 除去集合本身 $\{a, b, c\}$ 外的子集都是它的真子集.

集合 A 是 B 的真子集,可用图 1-1-2 表示.

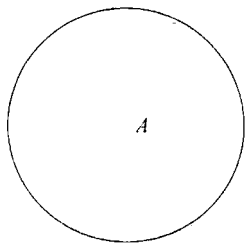


图 1-1-1

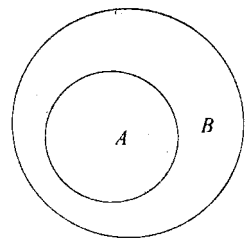


图 1-1-2

(二) 交集

1. 交集的概念

由属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 与 B 的交集. 记作 $A \cap B$ (可读作 A 交 B). 即

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

也就是说, 集合 A 与 B 的交集是由集合 A 与集合 B 的所有公共元素所组成的集合.

如 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, 则 $A \cap B = \{2, 4\}$

2. 交集的性质

$$A \cap A = A,$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset,$$

$$A \cap B = B \cap A,$$

集合 A 与 B 的交集可由图 1-1-3 中阴影部分表示.

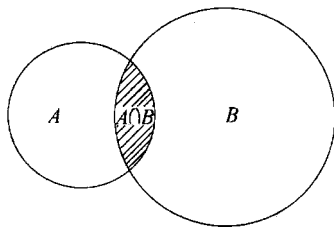


图 1-1-3

(三) 并集

1. 并集的概念

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$ (可读作 A 并 B), 即

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

也就是说, 集合 A 与 B 的并集是由集合 A 与集合 B 的所有元素合并在一起所组成的集合.

如: $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, e, f\}$, 则

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$$

2. 并集的性质

$$A \cup A = A$$

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cup B = B \cup A$$

图 1-1-4 的阴影部分表示集合 A 与 B 的并集.

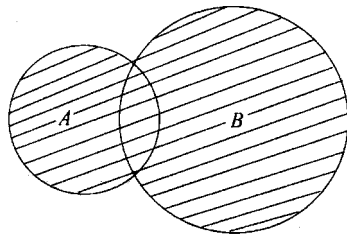


图 1-1-4

(四) 补集

1. 全集

在研究集合和集合之间的关系时, 这些集合都是某一个给定集合的子集, 这个给定的集合可以看作一个全集, 用符号 I 表示.

例如在研究数集时, 常把实数集 R 作为全集.

2. 补集

(1) 补集的概念

已知全集 I , 集合 $A \subseteq I$, 由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合, 叫做集合 A 在集合 I 中的补集, 记作 $\bar{A}$ (可读作 A 补), 即

$$\bar{A} = \{x | x \in I, \text{ 且 } x \notin A\}$$

例如: 如果 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{2, 4\}$, 那么 $\bar{A} = \{1, 3, 5\}$

(2) 补集的性质

$$A \cup \bar{A} = I$$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

$$\overline{\overline{A}} = A$$

其中 $\overline{A}$ 表示 A 在 I 中的补集.

图 1-1-5 中的长方形内表示全集 I , 圆内表示集合 A , 阴影部分表示集合 A 在集合 I 中的补集.

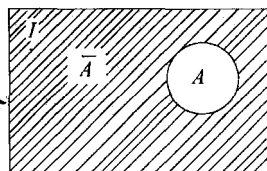


图 1-1-5

四、区间

在学习和研究数集时,经常要用到区间的概念和符号.

设 a, b 是两个实数,而且 $a < b$

开区间,满足 $a < x < b$ 的所有实数 x 的集合,叫做开区间,记作 (a, b)

闭区间,满足 $a \leq x \leq b$ 的所有实数 x 的集合,叫做闭区间,记作 $[a, b]$

半开半闭区间,满足 $a \leq x < b, a < x \leq b$ 的所有实数 x 的集合,叫半开半闭区间,分别表示为 $[a, b), (a, b]$, 这里,实数 a, b 都叫做相应区间的端点.

实数集 R 也可以用区间 $(-\infty, +\infty)$ 表示,“ ∞ ”读作“无穷大”,“ $-\infty$ ”读作“负无穷大”,“ $+\infty$ ”读作“正无穷大”,“ ∞ ”不是一个具体的数,只是一个记号.

满足不等式 $x \geq a, x \leq b$ 和 $x > a, x < b$ 的实数 x 的集合,可以分别表示为 $[a, +\infty), (-\infty, b]$ 和 $(a, +\infty), (-\infty, b)$.

从上面的区间概念可以看出,区间也表示一个实数的集合.例如 $[a, b]$ 与 $\{x | a \leq x \leq b, x \in R\}$ 表示的是相同的实数集.

例如,满足下列不等式的所有 x 的集合可以分别用区间表示.

$-3 < x < 2$ 用区间表示为 $(-3, 2)$;

$-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ 用区间表示为 $[-\frac{1}{2}, 1]$;

$-2 \leq x < 3$ 用区间表示为 $[-2, 3)$;

$-5 < x \leq 0$ 用区间表示为 $(-5, 0]$;

$x < 3$ 用区间表示为 $(-\infty, 3)$;

$x > 0$ 用区间表示为 $(0, +\infty)$;

$x \geq -2$ 用区间表示为 $[-2, +\infty)$;

$x \leq \frac{1}{4}$ 用区间表示为 $(-\infty, \frac{1}{4}]$.

五、不等式和不等式组的解集

本章学习了集合的概念和表示法以后,一般地要用集合的形式来表示不等式或不等式组的解集.

【例 1】求不等式 $3(x-1) > 2x+3$ 的解集.

解 解不等式得 $x > 6$

所以不等式的解集是 $\{x | x > 6\}$.

有时也可以把解集用区间表示为 $(6, +\infty)$.

【例 2】解不等式组

$$\begin{cases} 5(x-3) \leq 2x-3 & \dots\dots ① \\ 2(x+9) > 2(1-x) & \dots\dots ② \end{cases}$$

解 解①得 $x \leq 4$

解②得 $x > -4$

所以原不等式组的解集是 $\{x | -4 < x \leq 4\}$

用区间表示为 $(-4, 4]$.

事实上不等式组的解集是不等式① $\{x | x \leq 4\}$ 和不等式②的解集 $\{x | x > -4\}$ 的交集, 即

$$\{x | x \leq 4\} \cap \{x | x > -4\} = \{x | -4 < x \leq 4\}$$

也可用区间形式表示为

$$(-\infty, 4] \cap (-4, +\infty) = (-4, 4]$$

就是说不等式组的解集是不等式组中所有不等式的解集的交集.

六、方程和方程组的解集

由方程的解组成的集合叫做**方程的解集**.

例如, 一元一次方程 $ax + b = 0 (a \neq 0)$ 的惟一解是 $x = -\frac{b}{a}$, 它的解集可以记作

$$\{x | x = -\frac{b}{a}\}$$

$$\{-\frac{b}{a}\}$$

又如一元二次方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的解是 $x_1 = -1, x_2 = 3$, 它的解集可以记作

$$\{-1, 3\}$$

由方程组的解组成的集合叫做**方程组的解集**.

例如二元一次方程组

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

的解是 $x = 2, y = 1$

它的解集是 $\{(2, 1)\}$.

注 $(2, 1)$ 是一对有序实数, 它是集合中的一个元素, 而集合 $\{2, 1\}$ 表示集合中有两个元素是 1 和 2, 因此 $\{(2, 1)\}$ 与 $\{2, 1\}$ 是不同的集合.

【例 1】 用列举法表示下列集合

(1) $\{x | -2 < x < 5, x \in \mathbb{Z}\}$

(2) $\{\text{绝对值等于 } 2 \text{ 的数}\}$

解 (1) 这个集合的元素是比 -2 大且比 5 小的整数, 用列举法表示为

$$\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

(2) 绝对值等于 2 的数有两个, 是 -2 和 2, 这个集合用列举法表示为

$$\{-2, 2\}$$

【例 2】 用描述法表示下列集合

(1) 全体奇数的集合;

(2) 方程组 $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$ 的解集.

解 (1) $\{x | x = 2n + 1, n \in \mathbb{Z}\}$

$$(2) \{(x, y) | \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x - y = 4 \end{cases}\}$$

【例 3】 用适当的符号填空

$$(1) a \text{ ______ } \{a\} \quad (2) \{a\} \text{ ______ } \{a, b\}$$

$$(3) a \text{ ______ } \emptyset \quad (4) \emptyset \text{ ______ } \{0\}$$

$$(5) \{a, b, c\} \text{ ______ } \{a, b\} \quad (6) \{a, b\} \text{ ______ } \{b, a\}$$

(1)答案 $\in$; (2)答案 $\subset$; (3)答案 $\notin$; (4)答案 $\subset$; (5)答案 $\supset$; (6)答案 $=$.

【例4】 设集合 $M = \{1, 2, 4\}$, $N = \{0, 2, 3, 4\}$, 求: $M \cap N$, $M \cup N$.

解 $M \cap N = \{1, 2, 4\} \cap \{0, 2, 3, 4\} = \{2, 4\}$

$$M \cup N = \{1, 2, 4\} \cup \{0, 2, 3, 4\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

【例5】 设 $A = \{x \mid -1 \leq x < 3\}$, $B = \{x \mid |x| < 2\}$, 求: $A \cap B$, $A \cup B$

解 $A \cap B = \{x \mid -1 \leq x < 3\} \cap \{x \mid |x| < 2\}$

$$= \{x \mid -1 \leq x < 3\} \cap \{x \mid -2 < x < 2\}$$

$$= \{x \mid -1 \leq x < 2\}$$

$$A \cup B = \{x \mid -1 \leq x < 3\} \cup \{x \mid |x| < 2\}$$

$$= \{x \mid -1 \leq x < 3\} \cup \{x \mid -2 < x < 2\}$$

$$= \{x \mid -2 < x < 3\}$$

说明 可以画数轴, 找出交集、并集.

【例6】 设全集 $I = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $A = \{-1, 0\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 求 $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$, $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$.

解 $\because \overline{A} = \{-2, 1, 2\}, \overline{B} = \{-2, -1\}$

$$\therefore \overline{A \cap B} = \{-2, 1, 2\} \cap \{-2, -1\} = \{-2\}$$

$$\overline{A \cup B} = \{-2, 1, 2\} \cup \{-2, -1\} = \{-2, -1, 1, 2\}$$

$$\because \overline{A \cap B} = \{-1, 0\} \cap \{0, 1, 2\} = \{0\}$$

$$\therefore \overline{A \cap B} = \{-2, -1, 1, 2\}$$

$$\because \overline{A \cup B} = \{-1, 0\} \cup \{0, 1, 2\} = \{-1, 0, 1, 2\}$$

$$\therefore \overline{A \cup B} = \{-2\}$$

说明 由此例得到 $\overline{A \cap B} = \overline{A \cup B}$; $\overline{A \cup B} = \overline{A \cap B}$, 一般地这两个等式有普遍意义.

【例7】 设全集 $I = \mathbb{R}$, $A = \{x \mid x < -2\}$, $B = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$, 求: $\overline{A}$, $\overline{B}$ 及 $\overline{A \cap B}$

解 $\overline{A} = \{x \mid x \geq -2\}$

$$\overline{B} = \{x \mid x < -1, \text{ 或 } x > 1\}$$

$$\overline{A \cap B} = \{x \mid x \geq -2\} \cap \{x \mid x < -1, \text{ 或 } x > 1\}$$

$$= \{x \mid -2 \leq x < -1, \text{ 或 } x > 1\}$$

【例8】 选择题

(1) 设 $M = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $a = 2$, 则下列关系式中正确的是 []

(A) $a \subset M$

(B) $a \notin M$

(C) $\{a\} \in M$

(D) $\{a\} \subset M$

[分析] 因为一元二次方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的两个根为 2 和 3, 所以集合 $M = \{2, 3\}$, $\{a\} = \{2\}$, 因此 $\{a\} \subset M$, 显然 $a \in M$, 而 $a \subset M$ 用了集合与集合关系的符号来表示元素与集合的关系, 而 $\{a\} \in M$ 又用元素与集合的关系符号来表示集合与集合的关系, 故 (A)、(B)、(C) 都是错误的.

[答案] (D).

(2) 直角坐标平面上, 由第二象限上的点组成的集合是 []

(A) $\{(x, y) \mid x < 0, y > 0\}$

(B) $\{(x, y) \mid x \leq 0, y > 0\}$

$$(C) \{(x, y) | x < 0, y \geq 0\}$$

$$(D) \{(x, y) | x \leq 0, y \geq 0\}$$

[分析] 因为第二象限的点 (x, y) 的横坐标为负、纵坐标为正.

[答案] (A).

(3) 若 $A \cap B = A$, 那么下列关系中一定正确的是

[]

$$(A) A \subset B$$

$$(B) A \subseteq B$$

$$(C) A = B$$

$$(D) A \supseteq B$$

[分析] 因为 $A = B$ 时, $A \cap B = A$,

$A \subset B$ 时, $A \cap B = A$.

因此若 $A \cap B = A$ 时, $A = B, A \subset B$ 都有可能成立, 所以 $A \subseteq B$.

[答案] (B).

(4) 集合 P 与集合 Q 表示同一集合的是下列各组中的

[]

$$(A) P = \{x | x^2 + x - 6 < 0, x \in \mathbb{Z}\}, Q = \{-2, -1, 0, 1\}$$

$$(B) P = \{(4, 5)\}, Q = \{(5, 4)\}$$

$$(C) P = \{1, 0\}, Q = \{(1, 0)\}$$

$$(D) P = \emptyset, Q = \{\emptyset\}$$

[分析] 因为(A)中集合 $P = \{x | -3 < x < 2, x \in \mathbb{Z}\}$ 是 -3 和 2 之间的整数. 有 $-2, -1, 0, 1$, 用列举法表示 $P = \{-2, -1, 0, 1\} = Q$.

(B)中, P 只含有一个元素 $(4, 5)$, Q 只含有一个元素 $(5, 4)$, 而 $(4, 5)$ 与 $(5, 4)$ 是不同的元素.

(C)中, P 含有两个元素 1 和 0 , 而 Q 中含一个元素 $(1, 0)$.

(D)中, P 是一个空集, 而 Q 非空, 而是以 $\emptyset$ 为元素的集合.

因此(B)、(C)、(D)都不对.

[答案] (A).

同步练习题

一、选择题

1. 下列关系中正确的是

[]

$$(A) 0 \notin \emptyset$$

$$(B) 0 \in \emptyset$$

$$(C) 0 = \emptyset$$

$$(D) 0 \neq \emptyset$$

2. 设 $M = \{x | x \leq 4, x \in \mathbb{R}\}$, $a = \sqrt{15}$, 那么正确的关系是

[]

$$(A) a \subset M$$

$$(B) a \notin M$$

$$(C) \{a\} \in M$$

$$(D) \{a\} \subset M$$

3. 已知集合 $M = \{0, 1, 3, 5\}$, $N = \{-2, 3, 4\}$, 则 $M \cup N$ 是

[]

$$(A) \{-2, 0, 1, 3, 4, 5\}$$

$$(B) \{-2, 1, 3, 4, 5\}$$

$$(C) \{3\}$$

$$(D) \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

4. 已知集合 $P = \{1, 2\}$, $Q = \{2, 3\}$, $R = \{1, 3\}$, 则 $P \cap (Q \cup R)$ 是

[]

$$(A) \{1, 2\}$$

$$(B) \{1, 3\}$$

$$(C) \{1, 2, 3\}$$

$$(D) \emptyset$$

5. 设全集 $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 3, 4\}$, 则 $A \cap \bar{B}$ 是

[]

$$(A) \{2, 4\}$$

$$(B) \{1, 2\}$$

$$(C) \{0, 1\}$$

$$(D) \{0, 1, 2, 3\}$$

6. 设全集 $I = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $M = \{a, b, d\}$, $N = \{b\}$, 则集合 $\overline{M \cup N}$ 是

[]

$$(A) \{b\}$$

$$(B) \{a, d\}$$

$$(C) \{a, b, d\}$$

$$(D) \{b, c, e\}$$

7. 设集合 $M = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$, $N = \{x | 2 \leq x \leq 4\}$, 则 $M \cap N =$

[]

$$(A) \{x | 1 \leq x \leq 4\}$$

$$(B) \{x | 2 \leq x \leq 3\}$$

$$(C) \{x | 1 \leq x \leq 2\}$$

$$(D) \{x | 3 \leq x \leq 4\}$$

8. 设集合 $M = \{x | x \geq -4\}$, $N = \{x | x < 6\}$, 则 $M \cup N$ 等于 []
 (A) $\{x | -4 \leq x < 6\}$ (B) 空集
 (C) $\{x | -4 \leq x \leq 6\}$ (D) 实数集
9. 已知集合 $M = \{2, 3, 5, a\}$, $N = \{1, 3, 4, b\}$ 若 $M \cap N = \{1, 2, 3\}$, 则 a, b 的值为 []
 (A) $a=2, b=1$ (B) $a=1, b=1$ (C) $a=1, b=2$ (D) $a=1, b=5$
10. 设全集 $I = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $M = \{a, c\}$, $N = \{a, b, c\}$, 则下列集合中属于空集的是 []
 (A) $\overline{M \cup N}$ (B) $\overline{M \cap N}$
 (C) $M \cap \overline{N}$ (D) $M \cap N$
11. 已知全集 $I = R$, 集合 $A = \{x | -1 < x \leq 3\}$, 则 $\overline{A}$ 等于 []
 (A) $\{x | x \leq -1\}$ (B) $\{x | x \geq 3\}$
 (C) $\{x | x \leq -1 \text{ 或 } x > 3\}$ (D) $\{x | -1 < x < 3\}$
12. 满足关系 $\{1\} \subseteq M \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 M 的个数是 []
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

二、填空题

1. 如果 $A = \{x | x \leq 4, x \in N^*\}$, 那么用列举法表示 $A =$ _____.
2. 若 $A \subset B$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.
3. 若 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{4, 5, 7\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.
4. 若 $M = \{x | x > 1\}$, $N = \{x | x < 3\}$, 则 $M \cap N =$ _____, $M \cup N =$ _____.
5. $\{a, b, ___\} \cup \{b, d, e\} = \{a, b, c, d, ___\}$;
 $\{a, f, ___, ___\} \cap \{d, c, e, ___, ___\} = \{a, b, e\}$.
6. 如果全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{2, 4, 5\}$, 那么 $\overline{M} =$ _____, $\overline{N} =$ _____, $\overline{M \cap N} =$ _____, $\overline{M \cup N} =$ _____.

同步练习题参考答案

- 一、1. (A) 2. (D) 3. (A) 4. (A) 5. (B) 6. (D) 7. (B) 8. (D) 9. (C) 10. (C)
 11. (C) 12. (D)
- 二、1. $\{1, 2, 3, 4\}$ 2. A, B 3. $\{5, 7\}, \{1, 3, 4, 5, 7\}$
 4. $\{x | 1 < x < 3\}$ R 5. $c, e; b, e; a, b$ 6. $\{4, 5\}, \{1, 3\}, \emptyset, \{1, 3, 4, 5\}$

第二节 简易逻辑

一、逻辑联结词

我们曾经学过命题, 可以判断真假的语句叫做命题. 看下面的语句.

$$13 > 6. \quad \text{①}$$

$$4 \text{ 是 } 16 \text{ 的约数.} \quad \text{②}$$

$$0.6 \text{ 是整数.} \quad \text{③}$$

这些语句都是命题. 其中①、②是真的, 叫做真命题; ③是假的, 叫做假命题.

有些语句不是命题, 例如:

4 是 16 的约数吗? (不涉及真假); $x > 6$. (不能判断真假)

①、②、③三个命题比较简单, 由简单的命题可以组合成新的比较复杂的命题. 看下面的例

子

$$12 \text{ 可以被 } 2 \text{ 或 } 6 \text{ 整除.} \quad \text{④}$$

菱形的对角线互相垂直且平分. ⑤

0.6 非整数. ⑥

这里的“或”我们已经学过,像不等式

$$x^2 - 2x - 8 > 0 \text{ 的解集是 } \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 4\}.$$

“且”我们也学过,像不等式 $x^2 - 2x - 8 < 0$ 的解集是 $\{x | -2 < x < 4\}$, 即

$$\{x | x > -2, \text{ 且 } x < 4\}.$$

“非”是否定的意思,“0.6 非整数”是对命题“0.6 是整数”进行否定得出的新命题.

“或”、“且”、“非”这些词叫做逻辑联结词. 像①、②、③这样的命题,不含逻辑联结词,是简单命题;像④、⑤、⑥这样的命题,它们由简单命题与逻辑联结词构成,是复合命题.

我们常用小写的拉丁字母 $p, q, r, s, \dots$ 表示命题,上面复合命题④、⑤、⑥的构成形式分别是:

p 或 q ;

p 且 q ;

非 p .

非 p 也叫做命题 p 的否定.

【例1】 分别指出下列复合命题的形式及构成它的简单命题:

(1) 24 既是 8 的倍数,也是 6 的倍数;

(2) 平行线不相交.

解:(1) 这个命题是 p 且 q 的形式,其中

p : 24 是 8 的倍数,

q : 24 是 6 的倍数.

(2) 这个命题是非 p 的形式,其中

q : 平行线相交.

怎样判断一个复合命题的真假呢? 让我们分析一下上面讲的三种复合命题.

先看非 p 形式的复合命题: 当 p 为真时,非 p 为假;当 p 为假时,非 p 为真. 例如,如果 p 表示“2 是 10 的约数”为真,那么,非 p 即“2 不是 10 的约数”为假.

非 p 形式复合命题的真假可以用下表表示.

p	非 p
真	假
假	真

再看 p 且 q 形式的复合命题: 当 p, q 都为真时, p 且 q 为真;当 p, q 中至少有一个为假时, p 且 q 为假. 例如,如果 p 表示“5 是 10 的约数”, q 表示“5 是 15 的约数”, r 表示“5 是 8 的约数”,那么, p 且 q 即“5 是 10 的约数且是 15 的约数”为真,因为 p, q 都为真, p 且 r 即“5 是 10 的约数且是 8 的约数”为假,因为 r 为假.

p 且 q 形式复合命题的真假可以用下表表示.

p	q	p 且 q
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

最后看 p 或 q 形式的复合命题:当 p, q 至少有一个为真时, p 或 q 为真;当 p, q 都为假时, p 或 q 为假. 例如, 如果 p 表示“5 是 12 的约数”, q 表示“5 是 15 的约数”, r 表示“5 是 8 的约数”, 那么, p 或 q 即“5 是 12 的约数或是 15 的约数”为真, 因为 q 为真, p 或 r 即“5 是 12 的约数或是 8 的约数”为假, 因为 p, r 都为假.

p 或 q 形式复合命题的真假可以用下表表示.

p	q	p 或 q
真	真	真
真	假	真
假	真	真
假	假	假

像上面那样表示命题的真假的表叫真值表.

下面看两个日常生活和“或”、“且”有关的例子.

许多电器都有自动控制的功能. 例如, 洗衣机在甩干时; 如果“到达预定时间”或“机盖被打开”, 就会停机, 即当两个条件至少有一个满足时, 就会停机, 相应的电路, 就叫或门电路. 又如, 电子保险门在“钥匙插入”且“密码正确”两个条件都满足时, 才会开启, 相应的电路, 就叫与门电路.

【例 2】 分别指出由下列各组命题构成的“ p 或 q ”, “ p 且 q ”, “非 p ”形式的复合命题的真假:

(1) $p: 1 \in \{1, 2\}, q: \{1\} \subset \{1, 2\}$.

(2) $p: \emptyset \subset \{0\}, q: \emptyset = \{0\}$.

解: (1) 因为 p 真 q 真, 所以, “ p 或 q ”为真, “ p 且 q ”为真, “非 p ”为假.

(2) 因为 p 真 q 假, 所以, “ p 或 q ”为真, “ p 且 q ”为假, “非 p ”为假.

二、四种命题

我们已学过命题与逆命题的知识: 在两个命题中, 如果第一个命题的条件(或题设)是第二个命题的结论, 且第一个命题的结论是第二个命题的条件, 那么这两个命题叫做互逆命题; 如果把其中一个命题叫做原命题, 那么另一个叫做原命题的逆命题.

例如, 如果原命题是

(1) 同位角相等, 两直线平行;

它的逆命题就是

(2) 两直线平行, 同位角相等.

再看下面的两个命题:

(3) 同位角不相等, 两直线不平行;