

核聚变

HE JU BIAN

1

1981

第 2 卷

中国核学会核聚变编辑委员会
原子能出版社

1981年

第2卷 第1期

目 录

研 究 报 告

电流分布对破裂不稳定性的影响.....	马腾才 宫 野 (1)
等离子体中的电磁双流不稳定性.....	郭书印 (9)
托卡马克装置电离过程计算.....	丁裕眉 董因明 邓礼武 (17)
微型环流器的电磁测量	
.....郑永真 段文新 孔庆芳 陈杰夫 杨式坤 李朝成 曹家麟 (24)	
CT-6 托卡马克装置等离子体紫外和可见光谱中谱线的认证.....	朱志英 (32)
环流-I 装置环向场系统的杂散场.....	许澍均 严建成 金 风 焦伯良 (42)
电感贮能的“开关-阻容”换流线路.....	潘 垣 (46)

工 作 简 报

变分方法在空芯变压器设计中的应用.....	王中天 (54)
转镜调制二氧化碳激光干涉仪.....	彭利林 (59)
数论网格法在受控聚变工程计算中的应用.....	朱永数 宫野 (61)

本 刊 更 名 启 事

本刊将更名为《核聚变与等离子体物理》(季刊)并在国内外公开发刊。《核聚变与等离子体物理》由中国核聚变与等离子体物理学会编辑。更名后的第1卷第1期于1981年6月出版。

1981年3月1日

电流分布对破裂不稳定性的影响

马 腾 才 官 野

本文应用撕裂模理论研究了电流分布对破裂不稳定性的影响。结果表明这种不稳定性由 $q=2$ 奇异面附近电流梯度的增大引起, 因此只要在奇异面附近保持适当的电流梯度就可避免破裂发生, 即对电流分布实行局部控制就可实现对破裂的抑制, 并不需要去选取某种特定的整体分布。

一、引 言

现有的托卡马克装置放电电流和等离子体密度的增加均受到破裂不稳定性的限制^[1,2], 正如 T-10 装置和 PLT 装置初期实验所表明的那样, 这种不稳定性对大的托卡马克更加危险。这是因为大破裂时磁场和电流的突然变化可能引起电击穿; 并且在破裂时产生的强大电场作用下能加速出一束强的相对论电子流, 它同器壁相互作用要产生致命的放射性, 甚至造成器壁的熔化。所以研究抑制破裂不稳定性工作, 对建造点火装置和建堆十分重要。

近年来对破裂不稳定性的物理机制进行了大量的理论与实验研究工作。虽然目前尚未完全弄清这种机制, 但是这些研究所积累的知识已使人们对最终实现抑制破裂不稳定性抱有越来越大的希望。最近的一些研究结果^[3-4]表明: 发生在大破裂之前的先兆振荡(即预破裂)是一种 $m=2/n=1$ 的撕裂模不稳定性, 由于非线性效应这种扰动很快就饱和了。当它的饱和扰动幅值超过一定的限度时约束性能急剧恶化, 破裂也就随之发生。但是, 只要 $m=2/n=1$ 的扰动幅值小于一定的限度, 它就不会引起破裂的发生。由此可见, 只要抑制住 $m=2/n=1$ 的撕裂模不稳定性, 就可能避免大破裂的发生, 本文就是通过分析电流分布对破裂的影响, 找出能抑制破裂不稳定性的有利的电流分布。

二、有限电阻 MHD 扰动方程

电阻撕裂模的扰动与理想 MHD 的振荡相比, 它是一种低频的耗散性振荡, 其波速远小于声波的速度, 因此可当做不可压缩的流体处理。另一方面, 撕裂模扰动的增长率又比电阻的扩散率快, 所以可略去欧姆加热效应。如果再加上等离子体压强低和纵向磁场强的假定条件, 那时有限电阻 MHD 的撕裂模扰动就由以下的方程组描述

$$\rho_0 \frac{dv}{dt} = -\nabla P + \frac{1}{c} [\mathbf{J} \times \mathbf{B}], \quad (1)$$

$$\mathbf{J}/\sigma = \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}], \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}, \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (5)$$

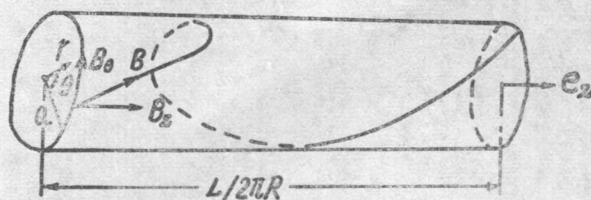


图1 直柱坐标系

在这里 ρ_0 ——质量密度； P ——等离子体压强； v ——扰动速度； $\mathbf{B}$ ——磁场； $\mathbf{J}$ ——等离子体的电流密度； $\mathbf{E}$ ——电场； σ ——电导率。在直柱近似下，取以等离子体柱中心为轴的柱坐标系 (r, θ, z) ，如图1。

为简便起见，在座标系中我们通常使用

用以下几个算符：

$$\nabla_{||} = (\mathbf{h} \cdot \nabla); \quad \nabla_{\perp} [(\mathbf{h} \times \mathbf{e}_r) \cdot \nabla]. \quad (6)$$

其中 $\nabla = \mathbf{e}_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\mathbf{e}_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$ ； $\mathbf{h} = \frac{\mathbf{B}}{B}$ ，假定扰动量 $\tilde{f}$ 的时空分布形式是

$$\tilde{f} \propto \tilde{f}(r) \exp(-i\omega t + im\theta + i\frac{n}{R}z),$$

则不难证明 $\nabla_{||}\tilde{f} = ik_{||}\tilde{f}$ 和 $\nabla_{\perp}\tilde{f} = ik_{\perp}\tilde{f}$ ，

其中 $k_{||} = B_\theta(m-nq)/rB_z$ ， $k_{\perp} = m/r$ ， $q = rB_z/RB_\theta$ 。在 $B_z \gg B_\theta$ 和 $\beta \ll 1$ 的条件下，取体态比的倒数 a/R (a 和 R 分别表示等离子体环的小半径和大半径) 作为小参量 δ 和假定 $B_z = 0(1)$ ， $\rho_0 = 0(1)$ ，那时其它一些物理量的量级和算符引起的量级变化如下^[6]：

$$\begin{cases} \epsilon^0: B_{z0}, \rho_0, \nabla_{\perp}; \\ \epsilon^1: B_{\perp}, J_z, V_{\perp} \frac{\partial}{\partial z}, \frac{\partial}{\partial t}; \\ \epsilon^2: B_{z1}, P, J_{\perp}, v_z. \end{cases} \quad (7)$$

这里角标 $\perp$ 表示与 z 轴垂直的分量； B_{z0} 表示 B_z 场中的不变化部分， B_{z1} 则表示它的变化部分。按 (7) 式定出的量级关系，在 δ^2 的近似下能将 (1—6) 式大大地简化。为此，首先我们把电流密度 $\mathbf{J}$ 分成纵向和横向部分

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{\perp} + \alpha \mathbf{B}.$$

其中 $\alpha = (\mathbf{J} \cdot \mathbf{h})/B = J_{||}/B$ 。将 (8) 式代入 $\text{div} \mathbf{J} = 0$ 得

$$\nabla J_{\perp} + \mathbf{B} \cdot \nabla \alpha = 0.$$

应用 (1)，(2)，(3)，(5) 和 (9) 式的线性化结果，在 δ^2 的近似下得到电磁的线性化扰动方程是

$$\frac{\omega c^2}{B_z^2} \nabla_{\perp} \cdot (\rho_0 \nabla_{\perp} \varphi) + \frac{m}{r B_z} \frac{dJ_z}{dr} \psi = ik_{||} \sigma \left(k_{||} \varphi - \frac{\omega}{c} \psi \right) \quad (10)$$

其中 ψ 为扰动磁场的标势； φ 为静电场的标势，即

$$\tilde{\mathbf{B}} = \nabla \psi \times \mathbf{e}_z; \quad \tilde{\mathbf{E}} = -\nabla \varphi - \frac{1}{c} \mathbf{e}_z \frac{\partial \psi}{\partial t}.$$

此外，由方程 (4) 的线性化又可给出

$$\nabla_{\perp} \psi = i \frac{4\pi}{c} \left(k_{||} \varphi - \frac{\omega}{c} \psi \right). \quad (11)$$

其中 $\Delta_{\perp} = \nabla_{\perp}^2 = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{d}{dr} - \frac{m^2}{r^2}$. 这样一来, 我们就用方程(10)和(11)代替了方程组(1—6)。

假定高温等离子体充满整个系统, 在电导率 σ 充分大的情况下除了奇异层 $r_s(k_{||}(r_s)=0)$ 外方程(10—11)有正则解的条件是

$$k_{||}\varphi = \frac{\omega}{c}\psi. \tag{12}$$

这个条件恰好描述等离子体的冻结效应。由此可见电阻的耗散效应仅在奇异层附近才显得重要, 我们称这个小区域为电阻层。在电阻层之外显然可用理想 MHD 方程描述扰动的性质。

为此将 $\varphi = \frac{\omega}{k_{||}c}\psi$ 代入(10)式, 并将它与(11)联立求解, 最后得到磁场的扰动方程

$$\Delta_{\perp}\psi = \left(\frac{\omega}{\omega_A}\right)^2 \frac{1}{k_{||}a} \nabla_{\perp} \cdot \left(\rho \nabla_{\perp} \frac{\psi}{k_{||}}\right) + \frac{4\pi}{c} \frac{m}{rF} \frac{dJ_z}{dr} \psi. \tag{13}$$

其中 $\omega_A = B_z/\sqrt{4\pi\langle\rho_0\rangle}$ 是阿尔芬波速; $\rho = \rho_0/\langle\rho_0\rangle$ 为相对密度, $\langle\rho_0\rangle$ 是按圆柱截面平均的质量密度; $F = B_{\theta}(m-nq)/r$ 。在下面我们只考虑 $(\omega/\omega_A)^2 \ll 1$ 的撕裂模扰动, 这时(13)式变为

$$\Delta_{\perp}\psi = \frac{4\pi}{c} \frac{m}{rF} \frac{dJ_z}{dr} \psi. \tag{14}$$

考虑到 $B_r = m\psi/r$, 所以(14)式又可写成

$$\frac{d}{dr}\left(r^3 \frac{dB_r}{dr}\right) - (m^2 - 1)rB_r = \frac{4\pi}{c} \frac{mr^2}{F} \frac{dJ_z}{dr} B_r. \tag{15}$$

在电阻层内部的电磁扰动应由(10—11)决定。由于我们只考虑电流密度分布的形态对撕裂模不稳定性充分条件的影响, 而不去研究其增长率的变化, 所以只考虑电阻层的外部解就足够了。撕裂模不稳定性的充分条件^[6]是

$$\Delta_e = \frac{1}{B_r(r_s)} \left[\frac{dB_r}{dr} \Big|_{r_s+0} - \frac{dB_r}{dr} \Big|_{r_s-0} \right] > 0 \tag{16}$$

为了研究电流分布对破裂的影响, 我们显然希望能从方程(15)式找到 Δ_e 与描述电流分布的各种参量间的关系, 但是只有在某种特殊的电流分布下(如均匀分布)这才能做到。在一般的情况下只能根据给定的电流分布对方程(15)做数值求解。这种困难限制了我们对电流分布如何影响破裂的研究。为了克服这一障碍本文采用一种模拟真实电流分布的简化模型, 如图2。

现在, 根据图2给出的电流分布来解方程(15), 设 $x = r/r_0$, 方程(15)变成

$$\frac{d}{dx}\left(x^3 \frac{dB_r}{dx}\right) - 3xB_r = \frac{2x^2 dJ_z/dx}{F(x)} B_r \tag{17}$$

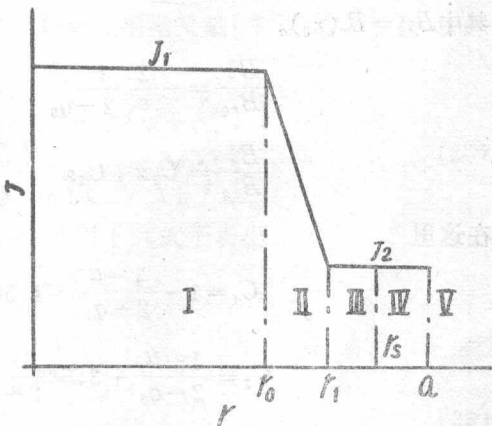


图2 电流分布的简化模型

$$J = \begin{cases} J_1, & 0 \leq r \leq r_0; \\ J_1 \left[1 + \frac{1-J_2/J_1}{r_0-r_1} (r-r_0) \right], & r_0 \leq r \leq r_1; \\ J_2, & r \geq r_1. \end{cases}$$

方程(17)式的边界条件是

$$\begin{cases} B_r(x \rightarrow 0) \sim x^{m-1}, \\ B_r(x = x_b \text{ 或 } x \rightarrow \infty) = 0. \end{cases}$$

这里 $x_b = b/r_0$, b 是导体壳的小半径。在图 2 所划分的各个区域之间解的对接条件为

$$B_r^1(r_0) = B_r^2(r_0); \quad \left. \frac{dB_r^2}{dr} \right|_{r_0} = \left. \frac{dB_r^1}{dr} \right|_{r_0}; \quad (18)$$

$$B_r^2(r_1) = B_r^3(r_1); \quad \left. \frac{dB_r^3}{dr} \right|_{r_1} = \left. \frac{dB_r^2}{dr} \right|_{r_1}; \quad (19)$$

$$B_r^3(r_s) = B_r^4(r_s); \quad \left(\left. \frac{dB_r^4}{dr} \right|_{r_s+0} - \left. \frac{dB_r^3}{dr} \right|_{r_s-0} \right) / B_r(r_s) = \Delta_e; \quad (20)$$

$$B_r^4(a) = B_r^5(a); \quad \left(\left. \frac{dB_r^5}{dr} - \frac{dB_r^4}{dr} \right) \right|_{B_r|_a} = -\frac{4q_a\mu}{aq_0(2-q_0)}. \quad (21)$$

在这里上角标 1, 2, 3, 4, 5 分别表示解的区域; q_0 和 q_a 分别表示安全因子 q 在中心和边界上的值。显然, 除掉第 2 区域之外方程(17)都变成

$$\frac{d}{dx} \left(x^3 \frac{dB_r}{dx} \right) - 3xB_r = 0. \quad (22)$$

在第 2 区域里它则变成

$$\frac{d}{dx} \left(x^3 \frac{dB_r}{dx} \right) - 3xB_r = \frac{4\alpha x^4}{2f(x) - q_0 x^2} B_r. \quad (23)$$

其中 $\alpha = -(1-\mu)/\varepsilon$, $\mu = J_2/J_1$, $\varepsilon = (r_1 - r_0)/r_0$ 。 μ 和 ε 分别描述电流密度及电流梯度在边缘上的值; $f(x) = (1-\alpha)x^2 + \frac{2}{3}\alpha x^3 + \frac{1}{3}\alpha$ 。在现有托卡马克装置上电流通道 r_0 与孔栏半径 a 之比一般是 $r_0/a \gtrsim 0.8$, 所以 $\varepsilon \lesssim 0.2$ 。因此我们假定 ε 也是一个 δ 大小的量级。在 δ^2 的近似下容易得到满足上述边界条件和对接条件的方程(22)和(23)的解

$$\frac{B_r^1}{B_{r_0}} = x, \quad x \leq 1$$

其中 $B_{r_0} = B_r(r_0)$ 。

$$\frac{B_r^2}{B_{r_0}} = -\frac{2}{\varepsilon} \frac{1-\mu}{2-q_0} (x-1)^2 + x, \quad 1 \leq x \leq x_1 (x_1 = r_1/r_0);$$

$$\frac{B_r^3}{B_{r_0}} = C_1 x + C_2 x^{-3}, \quad x_1 \leq x \leq x_s \left(x_s = \frac{r_s}{r_0} \right).$$

在这里

$$C_1 = 1 - \frac{1-\mu}{2-q_0} - 1.5\varepsilon \frac{1-\mu}{2-q_0} (1-\varepsilon);$$

$$C_2 = \frac{1-\mu}{2-q_0} + 3.5\varepsilon \frac{1-\mu}{2-q_0} \left(1 + \frac{2}{7}\varepsilon \right).$$

$$\frac{B_r^4}{B_{r_0}} = C_1 x + C_2 x^{-3} + \frac{x_s^2 \Delta_e r_0 x_1}{4x} \left[\left(\frac{x}{x_s} \right)^2 - \left(\frac{x_s}{x} \right)^2 \right] (C_1 x_s + C_2 x_s^{-3}), \quad x_s \leq x \leq x_a.$$

其中 $x_a = \frac{a}{r_0}$ 。

$$\begin{aligned} \frac{B_r}{B_{r_0}} = & C_1 x + C_2 x^{-3} + \frac{x_s^2 \Delta \epsilon r_0}{4} \frac{x_1}{x} \left[\left(\frac{x}{x_s} \right)^2 - \left(\frac{x_s}{x} \right)^2 \right] (C_1 x_s + C_2 x_s^{-3}) - \\ & - \frac{\mu q_a}{q_0(2-q_a)} \frac{x_a}{x} \left[\left(\frac{x}{x_a} \right)^2 - \left(\frac{x_a}{x} \right)^2 \right] \{ C_1 x_a + C_2 x_a^{-3} + \frac{x_s^2 \Delta \epsilon r_0}{4} \frac{x_1}{x_a} \left[\left(\frac{x_a}{x_s} \right)^2 \right. \right. \\ & \left. \left. - \left(\frac{x_s}{x_a} \right)^2 \right] (C_1 x_a + C_2 x_a^{-3}) \right\}, \quad x_a \leq x. \end{aligned} \quad (24)$$

应用无穷远的边界条件, 我们从方程(24)得到

$$\begin{aligned} 1 - \frac{\mu q_a}{q_0(1 + \frac{C_2}{C_1} x_s^{-4})} [1 + \frac{C_2}{C_1} x_a^{-4}] \\ - \Delta \epsilon r_0 = 4 \frac{x_s(1 + \frac{C_2}{C_1} x_s^{-4})}{x_1(1 + \frac{C_2}{C_1} x_s^{-4})} \left\{ 1 - \frac{\mu q_a}{q_0(2-q_a)} \left[1 - \left(\frac{x_s}{x_a} \right)^4 \right] \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

当 $\epsilon=0$ 时, 从(25)式得到稳定性充分条件是

$$1 - \frac{1-\mu}{2-q_0} - \frac{\mu q_a}{q_0(2-q_a)} [1 - \frac{1-\mu}{2-q_0} (1 - (\frac{r_0}{a})^4)] > 0 \quad (26)$$

由此看出, 对任意给出 q_0 和 q_a 值总可选择适当的 μ 值使 $m=2$ 的撕裂模不稳定性受到抑制。

三、电流分布形态对破裂的影响

在托卡马克装置上由于等离子体边缘部分的冷却总要在电流通道与孔栏之间形成一个冷等离子体层, 在等离子体的热区与冷区之间电流密度要逐渐下降。我们用 μ 值表示冷区中导电性能的好坏, 即该区电流的大小, 用 ϵ 值表示从热区到冷区的过渡中电流梯度的大小。因此, 通过分析 μ 和 ϵ 的变化对不稳定性的影响, 可以考察冷区的电导性能与电阻层附近电流梯度在激发不稳定性中所起的作用。

文献[7]已经指出, 电阻层内扰动的兴起是靠电阻层外的磁场扰动供给能量的。因此若电阻层外的磁扰动不能放出能量甚至还要汲取能量, 即磁扰动的势能 $W \geq 0$, 那时在电阻层里由于没有能源扰动不能兴起, 并且随着 W 的增大电阻层的稳定程度相对地变得越强。只有在 $W < 0$ 时才能激发起电阻层里的扰动, 出现不稳定性。这样, 我们就可以通过 W 对 μ 和 ϵ 的依赖关系研究电流分布形态对 $m=2$ 撕裂模不稳定性的影响。根据文献[7], 在本文所取的近似下扰动势能由下式给出

$$W = K \left[C_1 \left(\frac{r_s}{a} \right)^4 + C_2 \left(\frac{r_0}{a} \right)^4 \right] \frac{C_1 - \frac{\mu q_a}{q_0(2-q_a)} \left[C_1 + C_2 \left(\frac{r_0}{a} \right)^4 \right]}{1 - \frac{\mu q_a}{q_0(2-q_a)} \left[1 - \left(\frac{r_s}{a} \right)^4 \right]}. \quad (27)$$

其中 K 是个具有能量量纲的常数; r_0 、 r_s 和 r_1 可通过 μ , ϵ 用下列式子表出

$$\begin{cases} \left(\frac{r_0}{r_s} \right)^4 = \frac{1}{4} \left(\frac{q_0 - 2\mu}{1 - \mu} \right)^2 (1 - 2\epsilon + 2\frac{1}{3}\epsilon^2), \\ \left(\frac{r_0}{a} \right)^4 = \left(\frac{q_0/q_a - \mu}{1 - \mu} \right)^2 (1 - 2\epsilon + 2\frac{1}{3}\epsilon^2), \\ \left(\frac{r_1}{a} \right)^4 = \left(\frac{q_0/q_a - \mu}{1 - \mu} \right)^2 (1 + 2\epsilon + \frac{1}{3}\epsilon^2), \\ \left(\frac{r_s}{a_0} \right)^4 = 4 \left(\frac{q_0/q_a - \mu}{q_0 - 2\mu} \right)^2. \end{cases} \quad (28)$$

对 W 的计算结果表示在图3上, 在计算时所使用的参数是 $q_0=1.05$; $q_a=2.1$.

W 的变化表明, 当边缘上冷等离子体的电导性很差, 即温度过低时电流会引起破裂。但

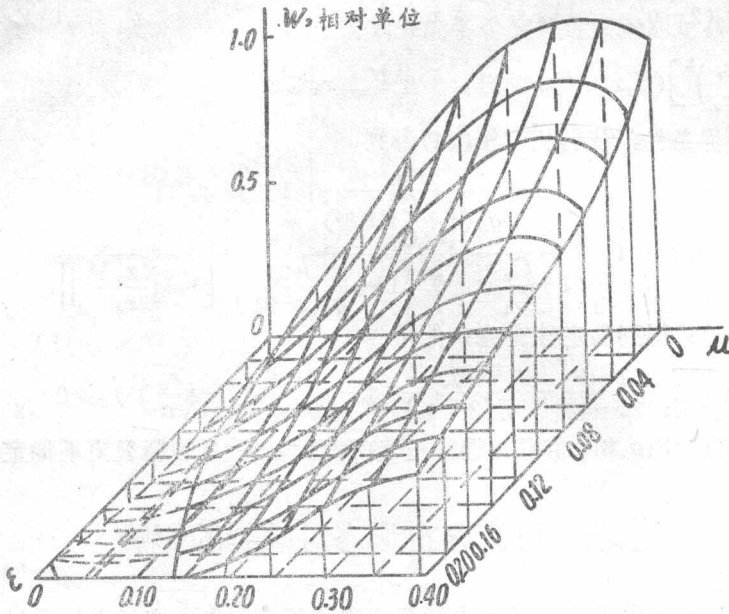


图3. 势能 W 对 μ 和 ϵ 的依赖关系

是当改善该区的电导性能, 即提高 μ 值时稳定性将得到明显的改善。在 $\epsilon=0$, $\mu \approx 0.3$ 时 W 接近最大值, 这时的稳定性最好。对于给定的 μ 值随着 ϵ 的增大扰动势能下降, 这意味着约束性能减弱。假定使 W 变为零的 ϵ 值为 ϵ_k , 当 $\epsilon=\epsilon_k$ 时系统处于临界的稳定状态。这之后随着 ϵ 进一步增大扰动势能 W 变成负值, 破裂也就随之爆发了。根据(28)式容易判断出 ϵ 的增大表示电流通道的收缩和电阻层附近的电流梯度增大。电流分布的这种变化对约束是很不利的, 它势必激发起破裂不稳定性。在图3所示的 ϵ 和 μ 的变化范围内导数 $d(r_s-r_1)/d\mu$ 大于零。这说明对任意的 ϵ 值随着 μ 的增大, 电阻层左侧邻域内的电流梯度变小了, 即这时的点 r_1 逐渐远离 r_s 。因此增加 μ 值使稳定性得到改善的原因是由于在奇异面附近电流梯度下降的结果。以上的分析表明, 在奇异面附近电流梯度的变化对预破裂有决定性的影响。

上面的定性分析结论是在 δ^2 的近似下得到的, 而且使用了一种带有间断分布的简化电流模型, 因此需要进一步证实这些结论是否具有普遍性。为此, 我们对托卡马克装置上产生破裂前的实际电流分布形态 $q(x)=q_0(1+x^2P)^{1/P}$ 对方程(23)进行了数值求解(当 $q_0=1.35$ 和 $P=3.24$ 时上面给出的就是PLT装置上在破裂发生前的实际电流分布), 在计算中我们选取 $P=4$ 。计算结果表示在图4上。

从图4上的曲线变化看出, 正如解析分析一样, 随着 $q=2$ 奇异面上电流梯度的增加, 扰动势能 W 下降(因为 W 与负的 Δ_e 成比例)。假定使 W 变为零的电流梯度值为 λ_0 , 当描述电流梯度的参量 λ 大于 λ_0 时扰动势能就变为负值, 这就表明预破裂的发生。显然, 只要能通过局部控制奇异层附近的电流梯度 λ 值小于 λ_0 , 就可能抑制住破裂不稳定性。

对照图3和图4, 我们还可以看出, 当内破裂存在时, 即 $q_0 < 1$ 时, $m=2$ 的撕裂模扰动是稳定的。但内破裂消失时中心上的 q_0 值开始上升, 这种上升将引起奇异面附近电流梯度的

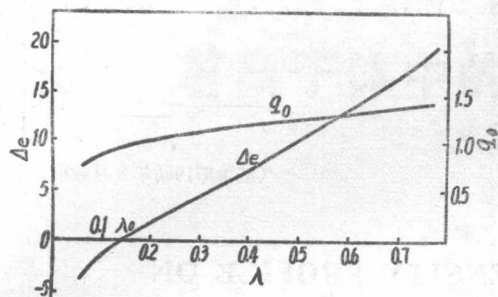


图4 扰动势能 $W \propto (-\Delta e)$ 对奇异层上电流梯度的依赖关系

$$\frac{Bz}{R} \lambda = \frac{2\pi}{c} \left. \frac{dJ}{dx} \right|_{x_s}.$$

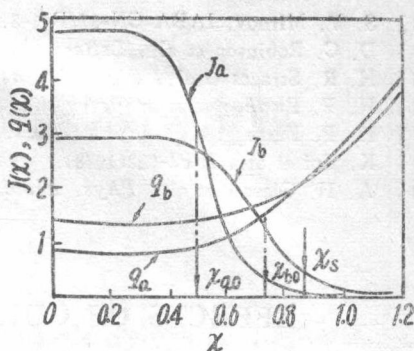


图5 电流密度的径向分布

$J = J_0 [1 + (x/x_0)^8]^{-5/4}$; $x_s = 0.84$ ($q=2$ 的奇异面位置); $x_{a0} = 0.54$ (J_a 电流通道宽度); $x_{b0} = 0.72$ (J_b 电流通道宽度)。

增大(见图3)。这说明内破裂存在时不会发生大破裂,而只有当内破裂消失后才能激起预破裂。后者的发生意味着边缘上出现了 $m=2$ 的磁岛,它使横向热传导短路。结果中心区域的温度进一步下降,这又引起 q_0 值继续上升。它的上升又导致势能 W 的进一步下降(即势能的绝对值 $|W|$ 增加,见图4),使扰动的幅度变得更大,相对应的磁岛也就变得宽了。磁岛的加宽又反过来进一步加快能量的损失,结果又使中心温度下降和 q_0 上升。这样就造成了一种恶性循环,直到导致大破裂的出现。

四、讨 论

实验研究电流分布对预破裂影响的工作在TOSCA装置^[4]和IPPJ-T-Ⅱ装置^[8]上做的比较成功。在实验中^[8]观察到由于电流通道收缩引起破裂,并且发现破裂发生时奇异层附近的电流梯度很大,同样的现象在TOSCA上也观察到了。并且在IPPJ-T-Ⅱ装置上用中间脉冲送气和放电电流二次跃升的合理配合,成功地展平了奇异层附近的电流梯度,在使 q_a 降到2.2,等离子体密度升高到 6×10^{13} 厘米⁻³的情况下抑制了破裂不稳定性。可见我们的理论结果同实验是一致的。工作[8]的实验曾发现破裂被推迟的时间与二次放电电流的大小成正比。因为二次放电电流在等离子体边缘上感应出一个趋肤电流,所以可认为破裂被推迟出现的时间与加热边缘上的电流大小成比例。这一点也是同我们的理论结果相一致的。实际上,从图3可以看出,假定在某个 t 时刻用一平坦的($e=0$)有一定 μ 值的电流分布成功地抑制了破裂不稳定性。这之后由于边缘冷却或电阻的扩散效应使电流向中心集中即 e 增大。当在某一个 t_1 时刻 e 值增大到超过 e_k 时破裂又会重新出现。假设电流向中心集中的特征时间是电阻的扩散时间,则 $\Delta t = t_1 - t_0$ 应正比于 e_k^2 。另一方面从图3上看到 $e_k^2 \propto \mu$ 。所以 $\Delta t \propto \mu$,即破裂被推迟的时间与边缘上加热电流的大小成比例。

本文的结果虽然是在直柱近似下得出的,但亦适用于环形系统,因为环形效应对撕裂模扰动有抑制作用^[9]。

参 考 文 献

- [1] F. Karger et al., *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research*, 1, 267 (1976).
- [2] Hutchinson, *Phys. Rev. Lett.*, 37, 388 (1976).

- [3] S. V. Mirnov, IAEA-CN-37/F-1-3, 1977.
- [4] D. C. Robinson et al., *Letters Nuclear Fusion*, 19, 1(1979).
- [5] H. R. Strauss et al., *Phys. Fluids*, 20, 390(1977).
- [6] H. P. Furth et al., *Phys. Fluids*, 6, 459(1963).
- [7] H. P. Furth et al., *Phys. Fluids*, 16, 1054(1973).
- [8] K. Toi et al., IPPJ-322(1978).
- [9] A. H. Glasser et al., *Phys. Fluids*, 19, 567(1976).

(编辑部1980年8月收稿)

EFFECTS OF CURRENT DENSITY PROFILE ON DISRUPTION INSTABILITY

MA TENGCAI GONG YE

ABSTRACT

Effects of current density profiles are investigated on predisruptive instability. It is concluded that $m=2$ tearing mode is produced by the current gradient. If optimized current gradients are retained in the vicinity of $q=2$ singular surface, the disruption can be avoided. There is no need to select current density profile on the whole plasma section.

(上接第16页)

们所限制的条件下。

本文的计算部分是由宫野和谢中友两同志完成的, 在此致谢。

参 考 文 献

- [1] A. B. Mikhailovskii, *Theory of Plasma Instabilities*, Consultants Bureau, New York, Part 1, P.11, 1974.
- [2] A. B. Mikhailovskii, *Reviews of Plasma Physics*, Vol. 6, Consultants Bureau, New York-London, P. 83, 1972.
- [3] J. G. Linhart, *Plasma Physics*, The European Atomic Energy Community, P. 133, 1969.
- [4] 同 [1], P. 17.

(编辑部1980年1月收稿)

ELECTROMAGNETIC TWO-STREAM INSTABILITY IN PLASMA

KUO SHUYIN

ABSTRACT

In this paper, a generalized dispersion relation of plasma is obtained from MHD equation, taking account of the relative velocity V_D between electrons and ions. The dispersion relation is analyzed approximately. The generalized dispersion relation for electromagnetic two-stream instability has been computed numerically, the results show that when the angle θ increases, the condition for exciting the instability becomes stringent.

等离子体中的电磁双流不稳定性

郭 书 印

本文从磁流体方程组出发,在考虑到电子与离子间具有相对运动的情况下,导出了等离子体中的电磁双流不稳定性所满足的色散关系。先在简化的条件下进行了分析和研究,后对电磁双流不稳定性的色散关系进行了定量计算。结果表明,随着夹角 θ 的增加,不稳定性的激发条件亦相应地变得苛刻。

一、引 言

众所周知,在等离子体中当电子与离子之间的相对运动速度 V_D 大于某个值时,指数上升的等离子体振动就会出现,这就是所谓双流不稳定性。它是形成湍流加热的重要机制之一。本文从磁流体方程组出发,在考虑到电子与离子之间具有相对运动的情况下,导出了等离子体中的电磁双流不稳定性所满足的色散关系,并对电磁双流不稳定性的性质进行了研究。以前所获得的等离子体中电磁波以及静电双流不稳定性的色散关系^[1],都不过是它的一个特例。最后,在比较普遍的条件下,对色散关系进行了定量计算,结果表明,不稳定性的上升速度 γ 与波传播方向 k 和定向运动速度 V_D 之间的夹角 θ 有关(假设 V_D 为定值)。当 $\theta=0^\circ$ 时得到已知的静电双流不稳定性结果,当 $\theta=90^\circ$ 时,得到已有的电磁双流不稳定性结果。

当夹角 θ 从零开始增加时,不稳定性的激发条件[即 V_D 的值]就逐步提高。由此可见,相对于电磁双流不稳定性而言,静电双流不稳定性是比较容易激发的。但是,随着相对运动速度 V_D 增加,电磁双流不稳定性的贡献也必须同时加以考虑。从这种意义上看,已有的静电双流不稳定性的结果,只是考虑了沿着 V_D 方向传播的波的贡献。现在把这种情况加以推广,使之包括了其传播方向 k 与 V_D 成任意角度 θ 的波,只是随着角度 θ 的不同所相应的波的贡献不同而已。这样,在色散方程中角度 θ 就是一个重要参数。对色散关系进行定量计算的主要目的,就在于了解波的振动频率 ω_r 和不稳定性上升速度 γ 与角度 θ 的函数关系。同时亦考察了在角度 θ 取定值时,这些量与定向运动速度 V_D 的关系。结果发现,在 $\theta<90^\circ$ 的情况下,随着 V_D 的增加(在 k 空间里)不稳定性范围逐渐缩小。而当 $\theta=90^\circ$ 时,则未发现这种现象,而是随着 $k\lambda_D$ 的增加 γ 趋近于一个常数值,这个常数值随着 V_D 的增加而变大,也就是说,随着 V_D 的增加, γ 达到饱和的速度越来越快。

二、色 散 方 程

我们所研究的体系是由电子和离子构成的双成分等离子体,并假设在初始时刻电子和离子分别以恒定速度 v_{0e} 和 v_{0i} 做定向运动。这时由等离子体所遵从的磁流体方程组和常用的简正模方法,得到

$$-i\omega n'_\alpha + i k_z n'_\alpha v_{0\alpha} + i n_{0\alpha} \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}'_\alpha = 0, \quad (1)$$

$$-i\omega \mathbf{v}'_\alpha + i k_z v_{0\alpha} \mathbf{v}'_\alpha = \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \left[\mathbf{E} + \frac{v_{0\alpha}}{c} (B'_y \mathbf{x} - B'_x \mathbf{y}) \right], \quad (2)$$

$$i \mathbf{k} \times \mathbf{B}' = \frac{4\pi}{c} \sum_\alpha e_\alpha (n'_\alpha v_{0\alpha} + n_{0\alpha} \mathbf{v}'_\alpha), \quad (3)$$

$$i \mathbf{k} \times \mathbf{E} = i \frac{\omega}{c} \mathbf{B}', \quad (4)$$

其中 $\alpha = e, i$ 时分别表示电子和离子。x 和 y 分别为沿 X 轴和 Y 轴的单位矢量，其它量都具有通常的意义，只是下角标有“0”的量代表相应的平衡量，上角标有“'”的量表示其扰动量。另外为了简单假设 $v_{0e} = v_{0e} \mathbf{z}$; $v_{0i} = -v_{0i} \mathbf{z}$ ，其中 z 表示沿 Z 轴的单位矢量。

由方程 (1)–(4) 得 $\mathbf{E}$ 所满足的方程：

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E'_x \\ E'_y \\ E'_z \end{bmatrix} = 0. \quad (5)$$

其中各矩阵元的定义如下：

$$M_{11} = \frac{\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2}{\omega c} + \frac{(k_y^2 + k_z^2)c}{\omega} - \frac{\omega}{c},$$

$$M_{12} = -\frac{k_x k_y c}{\omega},$$

$$M_{13} = -\frac{k_z k_x c}{\omega} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega c} \frac{k_x v_{0i}}{(k_z v_{0i} + \omega)} - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega c} \frac{k_x v_{0e}}{(k_z v_{0e} - \omega)},$$

$$M_{21} = -\frac{k_x k_y c}{\omega},$$

$$M_{22} = \frac{(k_x^2 + k_z^2)c}{\omega} + \frac{\omega_{pi}^2 + \omega_{pe}^2}{\omega c} - \frac{\omega}{c},$$

$$M_{23} = -\frac{k_z k_y c}{\omega} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega c} \frac{k_y v_{0i}}{(k_z v_{0i} + \omega)} - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega c} \frac{k_y v_{0e}}{(k_z v_{0e} - \omega)},$$

$$M_{31} = -\frac{k_x k_z c}{\omega} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega c} \frac{k_x v_{0i}}{(k_z v_{0i} + \omega)} - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega c} \frac{k_x v_{0e}}{(k_z v_{0e} - \omega)},$$

$$M_{32} = -\frac{k_y k_z c}{\omega} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega c} \frac{k_y v_{0i}}{(k_z v_{0i} + \omega)} - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega c} \frac{k_y v_{0e}}{(k_z v_{0e} - \omega)},$$

$$M_{33} = \frac{\omega_{pi}^2}{c} \left[\frac{(k_x^2 + k_y^2) v_{0i}^2}{\omega (k_z v_{0i} + \omega)} + \frac{\omega}{(k_z v_{0i} + \omega)^2} \right] + \frac{\omega_{pe}^2}{c} \left[\frac{(k_x^2 + k_y^2) v_{0e}^2}{\omega (k_z v_{0e} - \omega)^2} + \frac{\omega}{(k_z v_{0e} - \omega)^2} \right] + \frac{(k_x^2 + k_y^2)c}{\omega} - \frac{\omega}{c}.$$

方程 (5) 具有非零解的条件是其系数构成的行列式为零，即

$$\begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{vmatrix} = 0. \quad (6)$$

这就是在考虑到电子与离子之间具有相对运动的情况下，等离子体中的电磁双流不稳定性所满足的色散关系，在一般情况下是很复杂的。为了获得一些有意义的物理结果，下面我们对它进行近似分析和定量计算。

三、色散方程的解析结果

为了得到解析结果，必须对方程(6)进行简化。下面分两种情况进行。

1. 设 $k_x = k_y = 0, k_z \neq 0$

这种情况表明波的传播方向 $\mathbf{k}$ 与定向运动速度 $V_D (= v_{0e} + v_{0i})$ 的方向是一致的。于是行列式(6)就大为简化并可求出横波 E_x, E_y 所满足的色散关系

$$\omega^2 = k_z^2 c^2 + \omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2, \quad (7)$$

和静电纵波所满足的色散关系

$$1 - \frac{\omega_{pi}^2}{(k_z v_{0i} + \omega)^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{(k_z v_{0e} - \omega)^2} = 0. \quad (8)$$

方程(8)就是人们已获得的静电双流不稳定性的色散关系。在这种情况下，纵波与横波之间不存在耦合，横波是稳定的，而纵波在一定条件下则可成为不稳定的。

2. 设 $k_x = k_z = 0, E'_x = E'_y = 0$; 而 $k_y \neq 0, E'_z \neq 0$

在这种情况下，所研究的是振动方向与 V_D 平行，而传播方向 $\mathbf{k}$ 与 V_D 垂直的横波， E'_z 不为零的条件是其系数为零，即

$$\left[\frac{\omega_{pi}^2}{\omega c} \frac{k_y^2 v_{0i}^2}{\omega^2} + \frac{\omega}{c} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega c} \frac{k_y^2 v_{0e}^2}{\omega^2} + \frac{\omega}{c} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{\omega}{c} + \frac{k_y^2 c}{\omega} \right] = 0. \quad (9)$$

其解为

$$\omega^2 = \frac{(\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2 + k_y^2 c^2) \pm [\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2 + k_y^2 c^2 + 4(\omega_{pi}^2 v_{0i}^2 + \omega_{pe}^2 v_{0e}^2) k_y^2]^{1/2}}{2}. \quad (10)$$

这表明这种波的高频分支是稳定的，低频分支在某种情况下可以成为不稳定的，其上升速度为

$$\gamma = \left[\frac{[4(\omega_{pe}^2 v_{0e}^2 + \omega_{pi}^2 v_{0i}^2) k_y^2 + (\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2 + k_y^2 c^2)^2]^{1/2} - \omega_{pe}^2 - \omega_{pi}^2 - k_y^2 c^2}{2} \right]^{1/2}. \quad (11)$$

当忽略掉 v_{0i} 和 ω_{pi} 时，(9) 式就变成

$$\frac{k_y^2 c^2}{\omega^2} - 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{k_y^2 v_{0e}^2}{\omega^2} \right) = 0. \quad (12)$$

对于其低频分支，也就是说当 $\omega_{pe}^2 \gg \omega^2$ 时，不稳定性的上升速度为

$$\gamma = \omega_{pe} \frac{v_{0e}/c}{[1 + (\omega_{pe}/k_y c)^2]^{1/2}}. \quad (13)$$

这就是文献[2]中所得结果。

四、色散方程的定量结果

为了全面了解这种电磁双流不稳定性的性质,必须对色散方程(6)进行定量分析。从物理上的对称性来考虑,在 X - Y 平面内体系是各向同性的,所以只要研究在 X - Z 或 Y - Z 平面内的变化就足够了,也就是说,我们只计算 $k_x=0$,而 $k_z \neq 0$ $k_y \neq 0$ 的情况,这时(5)式就变成

$$\begin{pmatrix} M_{11} & 0 & 0 \\ 0 & M_{22} & M_{23} \\ 0 & M_{32} & M_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \\ E'_z \end{pmatrix} = 0 \quad (14)$$

为了方便,在下面的计算中我们把参考系选作同离子一块以速度 v_{0i} 运动,这时我们就用已提到的 V_D 统一表示电子相对于离子的运动速度。由(14)式,若 $E'_x \neq 0$,则得横波的色散关系

$$\omega^2 = k^2 c^2 + \omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2 \quad (15)$$

其中 $k^2 = k_y^2 + k_z^2$,此横波也是稳定的,由 $E'_y \neq 0$ 和 $E'_z \neq 0$ 就得到色散关系

$$\begin{vmatrix} M_{22} & M_{23} \\ M_{32} & M_{33} \end{vmatrix} = 0 \quad (16)$$

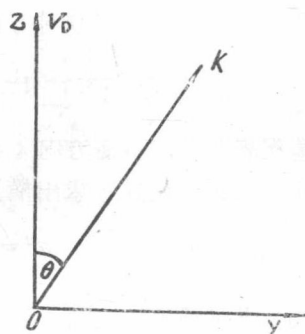


图1 坐标关系

由此可见在这种情况下,横波 E'_x 是独立的,而 E'_y 和 E'_z 则是耦合的。把行列式(16)展开,利用图1所示的坐标关系,并作无量纲化处理,就得到

$$\begin{aligned} & \Omega^6 - 2k\lambda_D \frac{V_D}{V_{the}} \cos \theta \Omega^5 - \left[2\left(1 + \frac{m}{M}\right) + (k\lambda_D)^2 \left(\frac{c^2}{V_{the}^2} - \frac{V_D^2}{V_{the}^2} \right) \cos^2 \theta \right. \\ & \quad \left. + (k\lambda_D)^2 \frac{c^2}{V_{the}^2} \sin^2 \theta \right] \Omega^4 + \left\{ 2(k\lambda_D) \frac{V_D}{V_{the}} \left[1 + 2\frac{m}{M} + (k\lambda_D)^2 \frac{c^2}{V_{the}^2} \right. \right. \\ & \quad \left. \times \sin^2 \theta \right] \cos \theta + 2(k\lambda_D)^3 \frac{c^2}{V_{the}^2} \frac{V_D}{V_{the}} \cos^3 \theta \left\} \Omega^3 + \left[\left(1 + \frac{m}{M}\right)^2 \right. \right. \\ & \quad \left. + (k\lambda_D)^2 \frac{c^2}{V_{the}^2} \left(1 + \frac{m}{M}\right) \cos^2 \theta - (k\lambda_D)^2 \frac{V_D}{V_{the}} \left(1 + 2\frac{m}{M}\right) \cos^2 \theta \right. \\ & \quad \left. + (k\lambda_D)^2 \frac{c^2}{V_{the}^2} \left(1 + \frac{m}{M}\right) \sin^2 \theta - (k\lambda_D)^2 \frac{V_D^2}{V_{the}^2} \sin^2 \theta - (k\lambda_D)^4 \frac{V_D^2}{V_{the}^2} \frac{c^2}{V_{the}^2} \cos^2 \theta \right] \Omega^2 \\ & \quad - 2 \left[k\lambda_D \frac{m}{M} \frac{V_D}{V_{the}} \left(1 + \frac{m}{M} + k\lambda_D^2 \frac{c^2}{V_{the}^2} \sin^2 \theta \right) \cos \theta + \frac{m}{M} (k\lambda_D)^3 \right. \\ & \quad \left. \times \frac{c^2}{V_{the}^2} \frac{V_D}{V_{the}} \cos^3 \theta \right] \Omega + (k\lambda_D)^2 \frac{V_D^2}{V_{the}^2} \frac{m}{M} \left[1 + \frac{m}{M} + (k\lambda_D)^2 \frac{V_D^2}{V_{the}^2} \cos^2 \theta \right. \\ & \quad \left. + (k\lambda_D)^2 \frac{c^2}{V_{the}^2} \sin^2 \theta \right] \cos^2 \theta + \frac{m}{M} (k\lambda_D)^2 \frac{V_D^2}{V_{the}^2} \sin^2 \theta = 0 \quad (17) \end{aligned}$$

其中 $\Omega = \omega/\omega_{pe}$, 是以 ω_{pe} 为单位的频率, $\lambda_D = (\kappa T/4\pi n e^2)^{1/2}$ 为德拜长度, $V_{the} = (\kappa T/m)^{1/2}$

为电子热速度,是无量纲化时引入的参数, m 和 M 分别为电子和离子的质量。在对方程 (17) 进行计算的过程中,我们主要研究了波的振动频率 ω_r 和不稳定性的上升速度 γ 随角度 θ 以及相对运动速度 V_D 的变化。方程中出现了四个参数 c/V_{the} , V_D/V_{the} , m/M 和 θ 。计算时取 $m/M=1/1836$,为了忽略相对论效应,由于 $\frac{V_D}{V_{the}} > 1$,所以我们取 $c/V_{the}=30$,只把 θ 和 V_D/V_{the} 做为可变参数。

下面分两种情况对方程 (17) 进行了数值分析。

1. ω_r 和 γ 随角度 θ 的变化

为了得到此结果先取 V_D/V_{the} 为定值,这时所获得的频率 ω_r 和不稳定性上升速度 γ 在角度 θ 取不同值的情况下,随 $k\lambda_D$ 的变化已在图 2, 3 示出。

由图 2 可以看出,当 $V_D/V_{the}=0.1$ 时随着角度 θ 的增加,与最大上升速度 γ_{max} 相对应的 $k\lambda_D$ 值越来越大,这表明在 k 空间里不稳定性范围变大了,而且都具有明显的极大值。但是,当 $\theta=90^\circ$ 时, γ 的变化就比较缓慢,在 k 空间里不稳定性范围为最大。从湍流加热的角度看,我们感兴趣的是长波不稳定模式,在这里也就是那些小角度的不稳定模式,

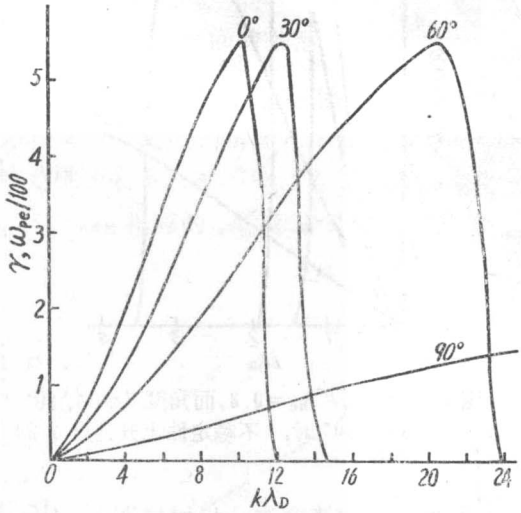


图 2 当 $V_D/V_{the}=0.1$ 而 $\theta=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 时,不稳定性上升速度 γ 的变化

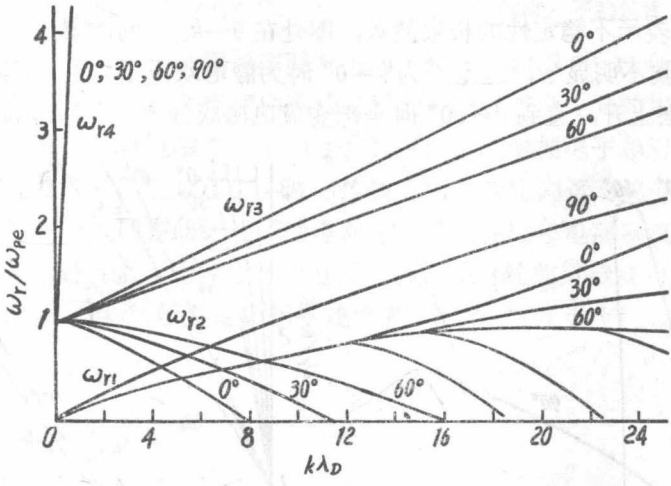


图 3 当 $V_D/V_{the}=0.1$,而 θ 取不同值时,频率 ω_r 的变化

频率 ω_r 在角度 θ 取不同值时的变化示于图 3。当 $\theta=90^\circ$ 时具有两个分支 ω_{r1} , ω_{r4} 。而当 θ 取其它值时具有四个分支 ω_{r1} , ω_{r2} , ω_{r3} , ω_{r4} 。由图可见,高频分支 ω_{r4} 与角度 θ 无关,而分支 ω_{r1} , ω_{r2} 和 ω_{r3} ,随着角度的改变发生明显的变化。

如果相对运动速度 V_D 增加,与所有角度相对应的 γ 的变化图形都向着纵轴附近靠拢,这表明在 k 空间里不稳定性范围在变小,或者上升速度 γ 随 $k\lambda_D$ 的变化更快了。频率 ω_r 的

低频分支 ω_{r1} 上的分支点也在向坐标原点靠近, 高频分支 ω_{r4} 原来与角度无关, 现在也随角度发生了变化。如图 4, 5 所示。

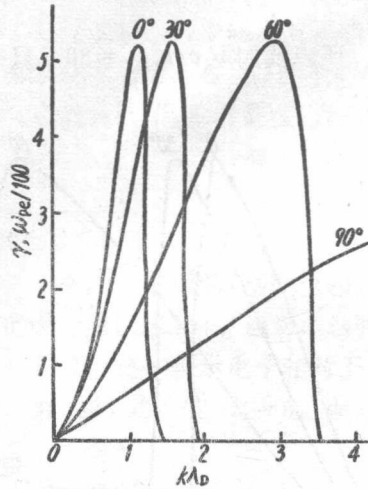


图 4 当 $V_D/V_{the}=0.8$, 而角度 $\theta=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 时, 不稳定性上升速度 γ 的变化

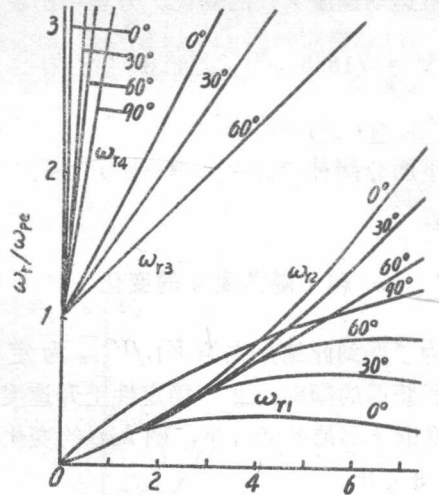


图 5 当 $V_D/V_{the}=0.8$, 而角度 θ 取不同值时, 频率 ω_r 的变化

当相对运动速度进一步增加即 $V_D/V_{the}=1.5$ 时, ω_r 和 γ 随角度 θ 变化的上述性质就更明显了。电子与离子之间相对运动速度 V_D 对不稳定性范围的影响, 和人们已获得的静电双流不稳定性结果^[3]

$$k_c = \frac{\omega_{pe}^2}{V_D^2} \left[1 + \left(\frac{m}{M} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^3 \tag{18}$$

是一致的。其中 k_c 表示不稳定性的极限波数, 即处在 $0-k_c$ 之间的模式均为不稳的。当 $\theta=90^\circ$ 时上述性质就不明显了, 这是因为 $\theta=0^\circ$ 时为静电双流不稳定性, 随着 θ 的增加电磁不稳定性的成分逐渐上升, 直到 $\theta=90^\circ$ 时全部变成电磁成分为止, 所以, 这时就不具有(18)

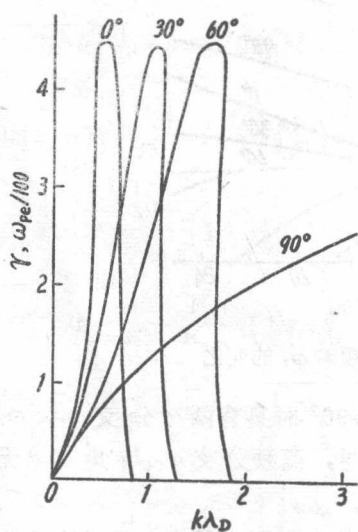


图 6 当 $V_D/V_{the}=1.5$, 而角度 θ 取不同值时, 不稳定性上升速度 γ 的变化。

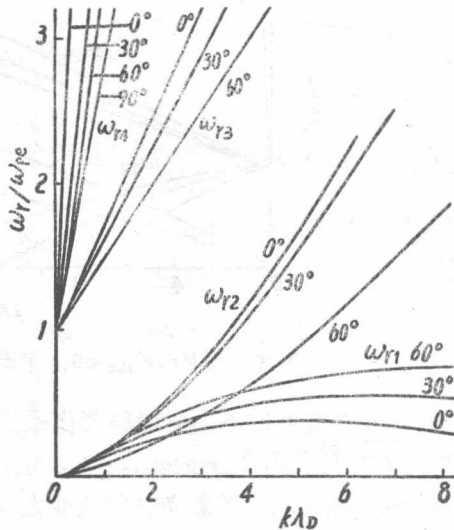


图 7 当 $V_D/V_{the}=1.5$, 而角度 θ 取不同值时, 频率 ω_r 的变化

式所表示的特性了。

由图6和7可以看出, 由于 V_D 的增加, 与 $\gamma_{\max}$ 相应的不稳定性模式的 $k\lambda_D$ 值已处在1附近 (而当 $V_D/V_{\text{the}}=0.1$ 时, 处在大于8的区域)。频率 ω_r 的低频分支点已靠近原点, 这表明低频分支 ω_{r1} 对角度的变化更敏感了。但是当 $\theta=90^\circ$ 时, 图7的结果与图5差别不大。

2. 不稳定性上升速度 γ 与定向运动速度 V_D 之间的关系

在前面对振动频率 ω_r 的变化已做了概述, 我们主要关心的是不稳定性问题, 所以, 在下面主要考察不稳定性上升速度 γ 的变化, 即在 θ 取为定值的情况下, 研究 γ 与 V_D 之关系, 其结果已在图8示出。由图可见, 不稳定性范围随着 V_D 的不同而发生明显的变化。当 V_D 增加时, 整个图形缩小并向纵轴附近靠拢, 与 $\gamma_{\max}$ 相应的不稳定性模式的波长越来越

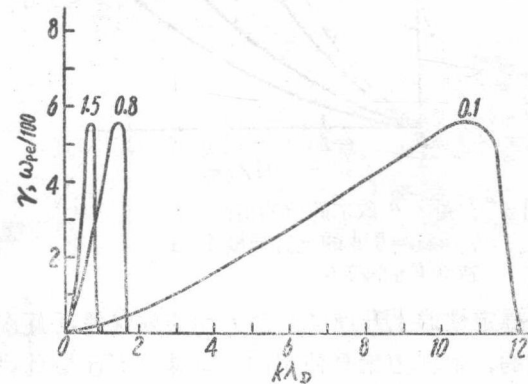


图8 当角度 $\theta=0^\circ$, 而定向运动速度 V_D 取不同值时, 不稳定性上升速度 γ 的变化

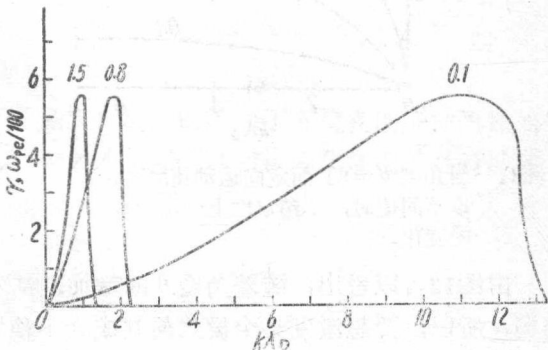


图9 当角度 $\theta=30^\circ$, 而定向运动速度 V_D 取不同值时, 不稳定性上升速度 γ 的变化

长。当然, 当角度 θ 改变时, 其 γ 图形亦要发生相应变化。如图9—11所示。这表明, 在同样的定向运动速度的情况下, 在 k 空间内不稳定性范围随着角度 θ 的增加而变大。我们由此可以得出结论: 在激发这种电磁双流不稳定性过程中, 增加电子相对于离子的定向运动速度 (这就需要消耗更多的能量) 和减小波的传播方向 k 与定向运动速度 V_D 之间的夹角, 其效果是等价的。这再次表明在此情况下静电双流不稳定性比起电磁双流不稳定性容易激发。所以, 在定向运动速度 V_D 比较小时, 电磁双流不稳定性的贡献就可忽略。起主要作用的是静电双流不稳定性。但是, 随着定向运动速度 V_D 的增加 (在温度比较高的等离子体中,

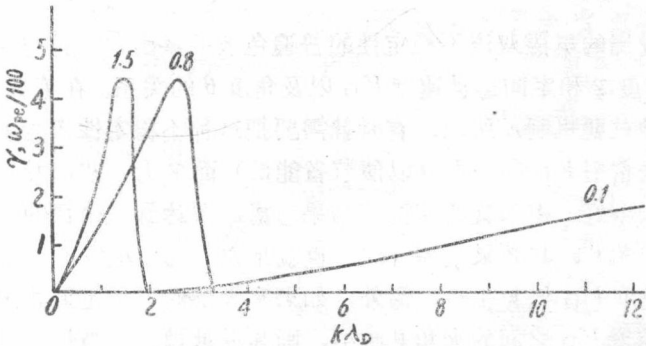


图10 当角度 $\theta=60^\circ$ 而定向运动速度 V_D 取不同值时, 不稳定性上升速度 γ 的变化