

SHUIGONG DABA YU DIJI
Moxing Shiyan ji Gongcheng Yingyong

水工大坝与地基 模型试验及工程应用

张 林 陈建叶◎主编



四川大学出版社

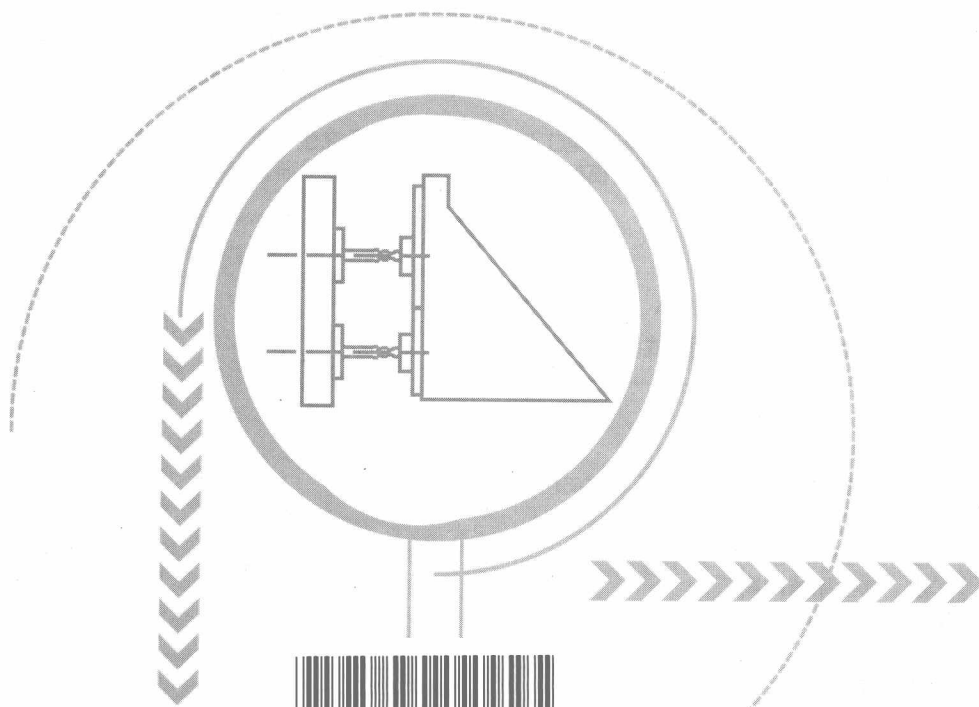


TV64
Zh449

SHUIGONG DABAYU DIJI
Moxing Shiyān jì Gongchéng Yīngyong

水工大坝与地基 模型试验及工程应用

张 林 陈建叶◎主编



1304220



四川大学出版社

1345731

责任编辑:毕 潜
责任校对:段悟吾
封面设计:墨创文化
责任印制:李 平



图书在版编目(CIP)数据

水工大坝与地基模型试验及工程应用 / 张林, 陈建叶
主编. —成都: 四川大学出版社, 2009. 9
ISBN 978-7-5614-4583-9

I. 水… II. ①张…②陈… III. 大坝—水工模型试验
IV. TV64

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 167350 号

内容提要

本书较系统地介绍了水工大坝结构模型与地质力学模型试验的有关理论、方法和技术以及在高坝工程中的应用, 主要内容包括模型相似理论、大坝结构模型试验方法与技术、大坝地质力学模型试验方法与技术, 重点介绍了两类模型相似原理、模型材料、加载系统、量测技术、成果分析等相关内容。同时, 还介绍了应用模型试验手段解决高坝工程稳定安全问题的典型工程实例。

本书可作为高等院校水利水电工程专业本科生、研究生的教材或参考用书, 同时也可供从事水利、土建工程结构模型和地质力学模型试验的科研及工程技术人员参考。

书名 水工大坝与地基模型试验及工程应用

主 编	张 林 陈建叶
出 版	四川大学出版社
地 址	成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发 行	四川大学出版社
书 号	ISBN 978-7-5614-4583-9
印 刷	郫县犀浦印刷厂
成品尺寸	185 mm×260 mm
印 张	11
字 数	271 千字
版 次	2009 年 9 月第 1 版
印 次	2009 年 9 月第 1 次印刷
印 数	001~800 册
定 价	18.00 元

版权所有◆侵权必究

◆读者邮购本书, 请与本社发行科
联系。电 话: 85408408/85401670/
85408023 邮政编码: 610065

◆本社图书如有印装质量问题, 请
寄回出版社调换。

◆网址: www.scupress.com.cn

1342381

前 言

我国正在兴建和即将建设众多的高坝大库与水电站工程，如金沙江上的向家坝、溪洛渡、白鹤滩、乌东德，澜沧江上的小湾、糯扎渡，雅砻江上的锦屏一级、二级，大渡河上的瀑布沟、大岗山、双江口等。这些高坝地处高山峡谷，地质条件复杂，其工程规模与建坝技术难度均为世界水平。

为了保证这些水工大坝的顺利建设及安全运行，必须解决好大坝结构强度和高坝地基稳定问题，数值分析与物理模型是解决上述问题的两种有效途径。数值分析以计算力学为基础，随着有限元分析方法和电子计算机技术的迅速发展得以广泛应用；物理模型以实验力学为基础，随着试验方法与技术的不断发展和创新而具有独特的优势，尤其是本书介绍的大坝结构模型试验与大坝地质力学模型试验是解决上述问题的重要方法之一。一直以来，国内外许多高坝工程均采用计算分析与试验研究相结合的方法，充分发挥各自的优势，相互验证和互为补充，以此全面分析和论证大坝的结构强度与稳定安全问题。

全书共分8章。第1章介绍了相似现象的基本概念、相似原理、相似关系的分析方法、线弹性与弹塑性模型相似关系；第2章讲述了大坝结构模型试验的目的及意义、试验分类、相似要求、模型材料、加载系统、量测技术及成果分析；第3章对大坝地质力学模型试验方法与技术进行了阐述，重点介绍了破坏试验的三种方法，即超载法、强度储备法和综合法的基本原理及理论依据，地质力学模型材料的发展及新型模型材料——变温相似材料，对地基岩石力学指标测试技术进行了概述。第4章至第8章列举了国内外部分高坝工程模型试验实例，试验类型包含了结构模型试验和地质力学模型试验、三维整体模型试验和平面模型试验、拱坝模型试验和重力坝模型试验，并附有相关的试验照片。

本书得到国家自然科学基金项目（编号50879050）“基于变温相似材料的高坝地基整体稳定地质力学模型降强法试验研究”的资助，是国家特色专业（四川大学水利水电工程专业）的建设成果之一。书中的许多观点与成果凝聚着四

川大学水工结构研究室老一辈模型试验工作者的智慧结晶，特别是李朝国教授和陈世英教授，长期以来在模型材料研究方面不断探索，研制出了新型模型材料——变温相似材料，并在试验方法与技术方面给予作者精心指导和真诚教诲，在此，作者表示衷心的感谢！

本书由张林、陈建叶主编，其中第 3.3 节由徐进编写，陈媛、胡成秋、董建华、杨宝全、谢立诚、罗晶等参加了本书部分内容的编写、插图描绘、初稿校对等相关工作。陈建康教授、张立勇副教授对本书的编写给予了关心和指导，王兆雄副教授对本书的修改提出了许多宝贵意见，付出了辛勤劳动，作者所在教研室的老师和同事们对本书的出版给予了大力支持与帮助，在此一并致谢！

本书的撰写参考了大量的相关文献和专业书籍，谨向文献的作者表示感谢！

由于作者水平与经验所限，本书难免有一些错误和不妥之处，敬请读者不吝指正。

编 者

2009 年 8 月于四川大学

目 录

第 1 章 模型相似理论	(1)
1.1 物理现象相似	(1)
1.2 相似现象的几个基本概念	(1)
1.3 相似理论	(2)
1.3.1 相似第一定理——相似现象的性质	(2)
1.3.2 相似第二定理 (π 定理) ——相似判据的确定	(3)
1.3.3 相似第三定理——相似现象的必要和充分条件	(4)
1.3.4 相似条件	(5)
1.4 相似关系的分析方法	(7)
1.4.1 牛顿的普遍相似定律	(7)
1.4.2 齐次原理与白金 π 理论	(9)
1.4.3 方程分析法	(14)
1.5 弹、塑性阶段的相似关系	(15)
1.5.1 弹性阶段的相似关系	(15)
1.5.2 塑性阶段的相似关系	(19)
第 2 章 大坝结构模型试验方法与技术	(22)
2.1 概述	(22)
2.2 结构模型试验的目的及意义	(24)
2.3 结构模型试验的分类	(24)
2.3.1 按受力阶段分类	(24)
2.3.2 按结构类型分类	(25)
2.3.3 按材料本构关系分类	(25)
2.4 结构模型试验的相似性要求	(26)
2.4.1 结构线弹性应力模型的相似性要求	(26)
2.4.2 结构模型破坏试验的相似性要求	(27)
2.5 结构模型试验的模型材料	(28)
2.5.1 模型材料的分类	(28)
2.5.2 结构模型试验材料选择	(28)
2.5.3 石膏材料	(29)
2.6 结构模型的设计与制作	(30)
2.6.1 模型设计的主要内容	(31)

2.6.2	确定合适的模拟范围	(31)
2.6.3	模型比尺 C_L 的正确选择	(32)
2.6.4	模型的制作	(32)
2.7	结构模型荷载模拟及加载系统	(35)
2.7.1	模型荷载的模拟	(35)
2.7.2	模型加载系统	(36)
2.8	结构模型试验量测技术	(38)
2.8.1	电测法的基本原理	(39)
2.8.2	应变的量测——电阻应变片	(41)
2.8.3	位移的量测	(47)
2.8.4	光纤传感监测大坝裂缝	(48)
2.9	结构模型试验成果分析	(50)
2.9.1	试验数据的整理分析	(50)
2.9.2	误差分析	(51)
2.9.3	线弹性应力模型应力和位移计算	(53)
2.9.4	结构模型破坏试验成果分析	(56)
第3章	大坝地质力学模型试验方法与技术	(58)
3.1	概述	(58)
3.1.1	地质力学模型试验的目的与意义	(58)
3.1.2	地质力学模型试验的特点和研究内容	(59)
3.1.3	地质力学模型试验的类型	(59)
3.1.4	地质力学模型试验的发展简况及趋向	(61)
3.2	地质力学模型试验原理及试验方法	(62)
3.2.1	地质力学模型试验的相似原理	(62)
3.2.2	模型破坏试验方法的原理及其理论依据	(64)
3.3	地基岩石力学指标测试概述	(68)
3.3.1	试样	(69)
3.3.2	岩石块体密度测试	(70)
3.3.3	单轴压缩试验	(72)
3.3.4	岩石抗拉强度测试	(75)
3.3.5	岩石三轴压缩试验	(76)
3.4	地质力学模型材料	(78)
3.4.1	概述	(78)
3.4.2	地质力学模型材料的发展简况及现状	(79)
3.4.3	浇模成型材料与压模成型材料	(82)
3.4.4	变温相似材料	(83)
3.5	地质力学模型的设计与制作	(84)
3.5.1	模型的设计内容与优化	(84)
3.5.2	模型比尺 C_L 的选择	(85)

3.5.3 地质力学模型制作	(86)
3.6 模型加载设计	(89)
3.6.1 自重的模拟	(89)
3.6.2 荷载组合的设计与加载系统	(89)
3.7 模型量测系统	(91)
3.7.1 内部相对位移的量测	(91)
3.7.2 强度储备法试验中温度的量测	(92)
3.8 试验成果分析	(92)
3.8.1 试验成果误差分析	(92)
3.8.2 试验成果的分析	(93)
3.8.3 试验成果报告的编写	(94)
第4章 沙牌拱坝结构模型与地质力学模型试验	(96)
4.1 工程概况	(96)
4.2 坝址区地形地质条件	(96)
4.3 试验研究内容	(97)
4.4 坝体结构特性的整体结构模型试验研究	(98)
4.4.1 模型简介	(98)
4.4.2 结构模型试验成果及分析	(99)
4.5 坝肩稳定的地质力学模型试验	(101)
4.5.1 模型设计与制作	(102)
4.5.2 模型加载与量测系统	(103)
4.5.3 试验成果分析	(103)
4.6 拱坝开裂与破坏机制研究	(104)
4.6.1 拱坝开裂的光纤传感检测试验	(104)
4.6.2 拱坝诱导缝的开裂相似模拟	(105)
4.6.3 试验结果分析	(106)
4.7 加固处理方案建议	(108)
第5章 锦屏一级拱坝地质力学模型试验研究	(110)
5.1 工程概况	(110)
5.2 坝址区工程地质条件	(111)
5.3 坝肩坝基整体地质力学模型试验研究	(112)
5.3.1 模型设计与制作工艺	(112)
5.3.2 模型加载与量测系统	(114)
5.3.3 试验成果分析	(115)
第6章 小湾拱坝地质力学模型试验研究	(119)
6.1 工程概况	(119)
6.2 坝址区工程地质条件	(120)
6.3 拱坝整体地质力学模型试验研究	(121)
6.3.1 模型设计与制作工艺	(121)

6.3.2	模型加载与量测系统	(124)
6.3.3	坝体与坝肩变形分析	(125)
6.3.4	模型破坏过程、破坏形态及安全度评价	(127)
6.4	拱坝平面地质力学模型试验研究	(129)
6.4.1	试验内容及要求	(129)
6.4.2	模型设计与制作工艺	(129)
6.4.3	模型加载与量测系统	(132)
6.4.4	两种方案试验成果对比分析	(134)
第7章	重力坝三维地质力学模型试验研究	(138)
7.1	试验研究的目的和意义	(138)
7.2	工程概况与坝地质构造	(139)
7.3	三维地质力学模型试验研究	(140)
7.3.1	模型相似系数及原模型力学参数	(140)
7.3.2	天然地基方案模型试验	(141)
7.3.3	加固地基方案模型试验	(141)
7.4	试验成果分析	(142)
7.4.1	试验成果	(142)
7.4.2	模型破坏形态与破坏机理	(143)
7.4.3	稳定安全度评价	(145)
7.5	结论与建议	(145)
第8章	国外典型工程地质力学模型试验研究	(147)
8.1	瓦依昂拱坝	(147)
8.1.1	工程概况	(147)
8.1.2	瓦依昂坝址地质特征	(147)
8.1.3	瓦依昂坝基岩石力学试验	(148)
8.1.4	地力学模型试验	(148)
8.2	伊泰普空腹重力坝	(150)
8.2.1	工程概况	(150)
8.2.2	工程地质条件	(150)
8.2.3	坝基岩体力学特性研究	(152)
8.2.4	地质力学模型试验	(153)
8.3	川侯拱坝	(154)
8.3.1	工程概况	(154)
8.3.2	工程地质条件	(155)
8.3.3	坝基岩体力学性质研究	(156)
8.3.4	坝肩岩体稳定分析及采用的安全系数	(157)
8.3.5	基础处理	(158)
参考文献		(160)

第1章 模型相似理论

1.1 物理现象相似

自然界的一切物质体系中，存在着各种不同的物理变化过程。物理现象相似，是指几个物理体系的形态和某种变化过程的相似。

通常所说的“相似”，有以下三种类型：

①相似，或同类相似，即两个物理体系在几何形态上，保持所对应的线性尺寸成比例，所对应的夹角相等，同时具有同一物理变化过程。

②拟似，或异类相似，即两个物理体系物理性质不同，但它们的物理变化过程遵循同样的数学规律或模式；

③差似，或变态相似，即两个物理体系在几何形态上不相似，但具有同一物理变化过程。

本书所要讨论的是第一种相似，即几何形状相似体系进行的同一物理变化过程，这些体系中的对应点上同名物理量之间具有固定的比数。因此，我们找到这些体系中两个物理现象的同名物理量之间的固定比数，就可以用其中的一个物理现象去模拟另外一个物理现象。

1.2 相似现象的几个基本概念

要用一个物理变化过程去模拟另外一个物理变化过程，就要找到这两个物理体系的同名物理量之间的固定比数，这个固定比数可以用相似系数（相似常数）、相似指标及相似判据（相似准数）三个概念来描述。

相似系数：是指在模型与原型中，任一物理变化过程的同名物理量都保持着固定的比例关系，称为该物理量相似；阐明这种比例关系的量，叫做相似系数。在相似现象中，物理量相似的条件是相似系数为常数，因此，相似系数也叫相似常数。

相似指标：是指在模型与原型之间，若有关物理量的相似系数是互相制约的，它们相互之间以某种形式保持着固有的关系，则这种关系称为相似指标，记为 C_i 。

相似判据：既然相似指标是表示相似现象中各相似系数之间的关系，而相似系数代表了某个物理量之间所保持的比例关系，所以，相似现象中各物理量之间应具有的比例关系可由相似指标导出。这种比例关系是一个定数，称为相似判据或相似准数，通常写成 $K = idem$ 。

1.3 相似理论

相似理论的内容就是揭示相似的物理现象之间存在的固有关系,找出同名物理量之间的固定比数,以及将相似理论应用在科学试验及工程技术实践中。

本书所要讨论的相似理论主要应用于实验力学中的水工结构模型试验。结构模型试验的任务是将作用在原型水工建筑物的力学现象,在缩尺模型上重现,从模型上测出与原型相似的力学现象,如应力、位移等,再通过模型相似关系推算到原型,从而达到用模型试验来研究原型的目的,以校核或改进设计方案。可见,相似理论是模型试验的基础,模型试验是用来预演和测定工程中物理现象的手段。因此,在模型试验研究中,应依照相似理论来进行模型设计和建立工程与模型之间物理量的换算关系。

1.3.1 相似第一定理——相似现象的性质

相似第一定理可表述为:“彼此相似的现象,以相同文字符号的方程所描述的相似指标为1,或相似判据为一不变量。”

相似指标等于1或相似判据相等是现象相似的必要条件。相似指标和相似判据所表达的意义是一致的,互相等价,仅表达式不同。

相似第一定理是由法国科学院院士别尔特朗(J Bertrand)于1848年确定的,其实早在1686年,牛顿(Isaac Newton)就发现了第一相似定理确定的相似现象的性质。现以牛顿第二定律为例,说明相似指标和相似判据的相互关系。

设两个相似现象,它们的质点所受的力 F 的大小等于其质量 m 和受力后产生的加速度 a 的乘积,所受力的方向与加速度的方向相同,则对第一个现象有

$$F_1 = m_1 a_1 \quad (1-1)$$

对第二个现象有

$$F_2 = m_2 a_2 \quad (1-2)$$

因为两现象相似,各物理量之间有下列关系:

$$C_m = \frac{m_2}{m_1}, \quad C_F = \frac{F_2}{F_1}, \quad C_a = \frac{a_2}{a_1} \quad (1-3)$$

式中, C_m , C_F , C_a 这些两相似现象的同名物理量之比就为相似系数。

将(1-3)式代入(1-2)式,得

$$C_F \cdot F_1 = C_m m_1 \cdot C_a a_1 \quad (1-4)$$

$$\frac{C_F}{C_m C_a} \cdot F_1 = m_1 a_1$$

对比(1-4)式和(1-1)式可知,必须有下列关系才能成立:

$$\frac{C_F}{C_m C_a} = C_i = 1 \quad (1-5)$$

式中, C_i 称为相似指标或相似指数,它是相似系数的特定关系式。

若将(1-4)式移项,可得如下形式:

$$\frac{F_1}{m_1 a_1} = \frac{C_m C_a}{C_F} = \frac{1}{C_i} = 1$$

同理, 由 (1-2) 式可得

$$\frac{F_2}{m_2 a_2} = 1$$

则

$$\frac{F_1}{m_1 a_1} = \frac{F_2}{m_2 a_2} = \frac{F}{ma} = K = idem \quad (1-6)$$

式中, K 为各物理量之间的常数, 称为相似现象的“相似判据”或“相似不变量”, 它是相似物理体系的物理量的特定组合关系式; $idem$ 表示同一个数的意思。

由 (1-6) 式可见, 两相似现象中, 它们对应的质点上的各物理量虽然是 $F_1 \neq F_2$, $m_1 \neq m_2$, $a_1 \neq a_2$ 等, 但它们的组合量 $\frac{F}{ma}$ 的数值保持不变, 这就是“两物理量相似, 其相似指标等于 1”的等价条件。总之, 以牛顿第二定律为例, 可得相似指标和相似判据的关系如下:

牛顿第二定律 $F = ma$

相似系数 $C_F = \frac{F_2}{F_1}$, $C_m = \frac{m_2}{m_1}$, $C_a = \frac{a_2}{a_1}$

相似指标 $\frac{C_F}{C_m C_a} = 1$

相似判据 $\frac{F}{ma} = idem$

物理现象总是服从某一规律, 这一规律可用相关物理量的数学方程式来表示。当现象相似时, 各物理量的相似常数之间应该满足相似指标等于 1 的关系。应用相似常数的转换, 由方程式转换所得相似判据的数值必然相同, 即无量纲的相似判据在所有相似系统中都是相同的。

1.3.2 相似第二定理 (π 定理) ——相似判据的确定

相似第二定理可表述为: “表示一现象的各物理量之间的关系方程式, 都可换算成无量纲的相似判据方程式。”该定理又称为 π 定理。

这样, 在彼此相似现象中, 其相似判据可不必用相似常数导出, 只要将各物理量之间的方程式转换成无量纲方程式的形式, 其方程式的各项就是相似判据。例如, 一等截面直杆, 两端受一偏心距为 L 的轴向力 F , 则其外侧面的应力 σ 可表示为

$$\sigma = \frac{F}{A} + \frac{FL}{W} \quad (1-7)$$

式中, A 为杆的截面积; W 为抗弯截面模量。

用 σ 除 (1-7) 式两端, 得

$$1 = \frac{F}{\sigma A} + \frac{FL}{W\sigma} \quad (1-8)$$

(1-8) 式即为无量纲方程式, 其中 $\frac{F}{\sigma A}$, $\frac{FL}{W\sigma}$ 就是相似判据。

若有这种类型的两个相似现象, 它们的无量纲式分别为:

$$\text{对第一个现象: } \frac{F_1}{\sigma_1 A_1} + \frac{F_1 L_1}{W_1 \sigma_1} = 1 \quad (1-8a)$$

对第二个现象:

$$\frac{F_2}{\sigma_2 A_2} + \frac{F_2 L_2}{W_2 \sigma_2} = 1 \quad (1-8b)$$

因为两现象相似, 各物理量之间的关系式为

$$F_2 = C_F F_1, A_2 = C_A A_1, L_2 = C_L L_1, \sigma_2 = C_\sigma \sigma_1, W_2 = C_W W_1$$

将上述关系代入 (1-8b) 式, 得

$$\frac{C_F}{C_\sigma C_A} \cdot \frac{F_1}{\sigma_1 A_1} + \frac{C_F C_L}{C_\sigma C_W} \cdot \frac{F_1 L_1}{W_1 \sigma_1} = 1 \quad (1-8c)$$

对比 (1-8a) 式和 (1-8c) 式可知, 要使两现象相似, 必须有

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{C_F}{C_\sigma C_A} = 1 \\ C_2 &= \frac{C_F C_L}{C_\sigma C_W} = 1 \end{aligned} \right\} \quad (1-8d)$$

根据相似的第一定律可知, C_1, C_2 都是彼此相似的现象的相似指标, 将各相似关系及各物理量代入 (1-8d) 式, 得

$$\frac{F_2}{F_1} \div \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \times \frac{A_2}{A_1} \right) = 1$$

即

$$\frac{F_2}{\sigma_2 A_2} = \frac{F_1}{\sigma_1 A_1} = \frac{F}{\sigma A} = K_1 = idem$$

又

$$\frac{F_2 L_2}{F_1 L_1} \div \frac{\sigma_2 W_2}{\sigma_1 W_1} = 1$$

即

$$\frac{F_2 L_2}{\sigma_2 W_2} = \frac{F_1 L_1}{\sigma_1 W_1} = \frac{FL}{\sigma W} = K_2 = idem$$

由上看出, 无量纲方程中的各项, 即是相似判据。

如果现象用偏微分方程描述, 则相似第二定理可将偏微分方程无量纲化, 从而将有量纲的偏微分方程变换为无量纲的常微分方程, 使之易于求解, 这种方法广泛用于数学方程式的理论分析中。常用 π 定理将各物理量之间的方程式转换成无量纲方程式的形式, 其应用将在 1.4 节进行详细介绍。

1.3.3 相似第三定理——相似现象的必要和充分条件

相似第一定理阐述了相似现象的性质及各物理量之间存在的关系, 相似第二定理证明了描述物理过程的方程经过转换后可由无量纲综合数群的关系式表示, 相似现象的方程形式应相同, 其无量纲数也应相同。第一、第二定理是把物理现象相似作为已知条件的基础上, 说明相似现象的性质, 故称为相似正定理, 是物理现象相似的必要条件。但如何判别两现象是否相似呢? 1930 年, 前苏联科学家 M B 基尔皮契夫和 A A 古赫曼提出的相似第三定理补充了前面两个定理, 是相似理论的逆定理, 提出了判别物理现象相似的充分条件: “在几何相似系统中, 具有相同文字符号的关系方程式, 单值条件相似, 且由单值条件组成的相似准数相等, 则两物理现象是相似的。” 简单地说, 现象的单值量相似, 则两物理量现象相似。

所谓单值条件, 是指从一群现象中把某一具体现象从中区分处理的条件。单值条件相似

应包括几何相似、物理相似、边界条件相似、力学相似和初始条件相似。所谓单值量,是指单值条件中所包含的各物理量,如力学现象中的尺寸、弹性模量、面积力、体积力等。因此,各单值量相似,当然包括各单值量的单值条件也相似,则两现象自然相似。

综上所述,用以判断相似现象的是相似判据,它描述了相似现象的一般规律。所以,在进行模型试验之前,总是先求得被研究对象的相似判据,然后按照相似判据确定的相似关系开展模型设计、试验测试和数据整理等工作。

1.3.4 相似条件

前面已经提到,不同的物理体系有着不同的变化过程,物理过程可用一定的物理量来描述。物理体系的相似是指在两个几何相似的物理体系中,进行着同一物理性质的变化过程,并且各体系中对对应点上的同名物理量之间存在固定的相似常数。

两个相似的物理体系之间一般存在以下几方面的相似条件。

(1) 几何相似

几何相似是指原型和模型的外形相似,对应边成比例,对应角相等。如图 1-1 所示。

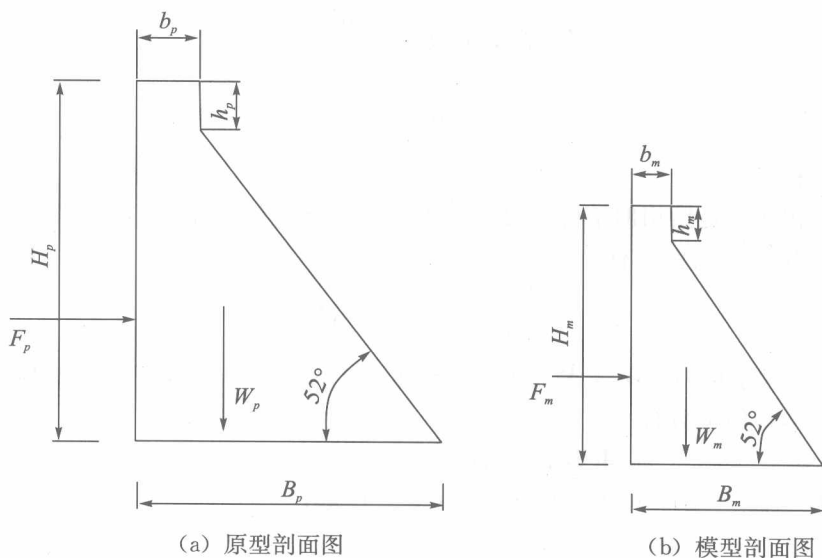


图 1-1 某重力坝原模型剖面图

两个重力坝剖面相似,则有

$$\frac{H_p}{H_m} = \frac{B_p}{B_m} = \frac{h_p}{h_m} = C_l, \quad \frac{\theta_p}{\theta_m} = C_\theta \quad (1-9)$$

两个几何相似的体系就是同一几何体系通过不同的比例放大或缩小而得,常见的相似常数有

$$\left. \begin{aligned} C_l &= \frac{L_p}{L_m} \\ C_\theta &= \frac{\theta_p}{\theta_m} \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

式中, L 为某一线段的长度; θ 为两条边的夹角; C_l , C_θ 为几何相似常数或几何比尺; 下

标 p 表示原型, m 表示模型 (下同)。

(2) 物理相似

物理相似是指原型和模型材料的物理力学性能参数相似, 常见的相似常数有

$$\left. \begin{aligned} \text{应力相似常数 } C_{\sigma} &= \frac{\sigma_p}{\sigma_m} \\ \text{应变相似常数 } C_{\epsilon} &= \frac{\epsilon_p}{\epsilon_m} \\ \text{位移相似常数 } C_{\delta} &= \frac{\delta_p}{\delta_m} \\ \text{弹性模量相似常数 } C_E &= \frac{E_p}{E_m} \\ \text{泊松比相似常数 } C_{\mu} &= \frac{\mu_p}{\mu_m} \\ \text{体积力相似常数 } C_X &= \frac{X_p}{X_m} \\ \text{密度相似常数 } C_{\rho} &= \frac{\rho_p}{\rho_m} \\ \text{容重相似常数 } C_{\gamma} &= \frac{\gamma_p}{\gamma_m} \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

(3) 力学相似

所谓力学相似, 是指相似结构物对应点所受力的作用方向相同, 力的大小成比例。以图 1-1 中坝上作用的力为例, 有

$$\frac{F_p}{F_m} = \frac{W_p}{W_m} = \dots = C_F \quad (1-12)$$

式中, F_p , F_m 为水推力; W_p , W_m 为坝体自重; 下标 p 表示原型, m 表示模型。

常见的力学相似常数有

$$\left. \begin{aligned} \text{重力 } F_{\gamma} &= \gamma L^3 \\ \text{重力相似常数 } C_{F_{\gamma}} &= C_{\gamma} C_l^3 \\ \text{惯性力 } F_a &= Ma = \frac{\rho L^4}{t^2} \\ \text{惯性力相似常数 } C_{F_a} &= C_{\rho} C_l^4 C_t^{-2} \\ \text{弹性力 } F_e &= E \epsilon A \\ \text{弹性力相似常数 } C_{F_e} &= C_E C_{\epsilon} C_l^2 \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

(4) 边界条件相似

要求模型与原型在与外界接触的区域内的各种条件 (包括支撑条件、约束条件、边界荷载和周围介质等) 保持相似。

(5) 初始条件相似

对于动态过程, 各物理量在某瞬间的值一方面取决于该现象的变化规律, 另一方面取决于初始条件, 即各变量的初始值, 如初始位移、初始速度及加速度等。

完全满足各种相似条件的模型称为完全相似模型。实际上, 获得完全相似模型是很困难

的,一般只能根据研究重点满足主要的相似条件实现基本相似。

1.4 相似关系的分析方法

要保持原型和模型相似,必须使某个或某几个特定的相似系数相等(或相似指标等于1)。确定了相似系数,各物理量的相似常数之间就建立了一定的关系,我们选择模型试验中各物理量的比尺也就有了可遵循的规则。

因此,研究两体系相似的一个主要问题,就是找出必须保持为同量的相似系数。确定相似系数的方法一般有如下三种:

①根据相似定义,相似体系中同名物理量之间成一固定的比例。对力学体系,我们根据某体系中不同的作用力之间所保持的固定关系,寻求表示这种体系主要特征的相似系数。对此,主要采用牛顿普遍相似定律。

②研究体系中各物理因素的量的因次之间的关系,得出一系列无因次的相似系数,这就是因次分析法。

③分析描述这种体系的物理方程式——这类相似体系必须共同遵守的量的规律,得出相似系数。

下面分别对这三种方法进行介绍。

1.4.1 牛顿的普遍相似定律

两个几何相似的体系中对对应点上的力互相平行,且互成比例(就是对应的力之间有一定的相似常数),则这两个体系是力学相似的。

力学现象常常很复杂,要研究现象的相似,必须从这类现象所共同遵守的规律出发。某一具体的动力现象遵循某些具体的规律,而力学现象(指经典力学范围内的现象)的最一般的规律是牛顿定律,其中具体规定了量的关系的是牛顿第二定律,即

$$\mathbf{F} = M \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (1-14)$$

对第一体系有

$$\mathbf{F}_1 = M_1 \frac{d\mathbf{v}_1}{dt_1}$$

对第二体系有

$$\mathbf{F}_2 = M_2 \frac{d\mathbf{v}_2}{dt_2}$$

令各同名物理量之间的相似常数各为 α_F , α_M , α_v , α_t , 代入以上方程式,有

$$\alpha_F \mathbf{F}_2 = \alpha_M M_2 \frac{\alpha_v d\mathbf{v}_2}{\alpha_t dt_2}$$

$$\frac{\alpha_F \alpha_t}{\alpha_M \alpha_v} \mathbf{F}_2 = M_2 \frac{d\mathbf{v}_2}{dt_2}$$

式中左端的系数显然应等于1,即

$$C = \frac{\alpha_F \alpha_t}{\alpha_M \alpha_v} = 1 \quad (1-15)$$

这就是力学体系的相似指标。 $\frac{\alpha_F \alpha_t}{\alpha_M \alpha_v} = 1$ 也就是 $\frac{F_1 t_1}{M_1 v_1} / \frac{F_2 t_2}{M_2 v_2} = 1$ 或 $\frac{F_1 t_1}{M_1 v_1} = \frac{F_2 t_2}{M_2 v_2}$ 。

如果推广到其他相似体系, 则有

$$\frac{F_1 t_1}{M_1 v_1} = \frac{F_2 t_2}{M_2 v_2} = \frac{F_3 t_3}{M_3 v_3} = \dots$$

或

$$\frac{Ft}{Mv} = idem \quad (1-16)$$

因此, 所有相似体系中, $\frac{Ft}{Mv}$ 都应等于同一数值。这一数值称为相似准数或相似判据。

相似准数相同是物理体系相似的必要条件。

相似指标和相似准数所表示的意义是一致的。以各物理量的相似常数组合起来的乘积——相似指标等于 1, 就是以这些物理量按同一结构形式组合起来的乘积——相似准数等于同一量。如果有

$$\frac{\alpha_F \alpha_t}{\alpha_M \alpha_v} = 1$$

则有

$$\frac{Ft}{Mv} = idem$$

如果有

$$\frac{\alpha_A \alpha_B^2}{\alpha_C \alpha_D^3} = 1$$

则有

$$\frac{AB^2}{CD^3} = idem \quad (1-17)$$

$\frac{Ft}{Mv}$ 这一准数表示了牛顿的相似律。这一准数的形式还可以进行变换。准数中包含质量

M , 但我们所研究的对象常常不是单个的质点, 而是连续介质。某一部分连续介质的质量和它的体积有关, 所以用密度 ρ 乘以体积 l^3 来表示质量是很方便的。时间 t 也是体系运动的坐标, 可用 l/v 表示, 因为 l 和 v 是体系本身的几何特性和运动特性。将如下变换:

$$\alpha_M = \alpha_\rho \alpha_l^3, \quad \alpha_v = \frac{\alpha_l}{\alpha_t}$$

代入 $\frac{\alpha_F \alpha_t}{\alpha_M \alpha_v} = 1$, 得

$$\alpha_F = \alpha_\rho \alpha_l^2 \alpha_v^2 \quad (1-18)$$

也就是

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\rho_1 l_1^2 v_1^2}{\rho_2 l_2^2 v_2^2}, \quad \frac{F_1}{\rho_1 l_1^2 v_1^2} = \frac{F_2}{\rho_2 l_2^2 v_2^2} = \dots = K$$

或

$$K = \frac{F}{\rho l^2 v^2} = idem \quad (1-19)$$

K 就是从牛顿第二定律导出的力学体系的相似准数, 称为牛顿数 Ne , 即