



国家出版基金项目  
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

信息化与工业化  
两化融合  
研究与应用

# 线性系统理论(第三版)

上册

段广仁 编著



科学出版社



国家出版基金项目  
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

信息化与工业化两化融合研究与应用

# 线性系统理论(第三版)

上册

段广仁 编著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书系统地阐述了以状态空间方法为主的线性系统的时间域理论。全书共 12 章：第 1 章介绍与本书密切相关的一些数学基础知识；第 2 章介绍线性系统的数学描述；第 3~5 章阐述线性系统的分析理论，分别介绍线性系统的运动分析、能控性和能观性分析以及稳定性分析；第 6~10 章阐述线性系统的设计理论，分别介绍线性系统的极点配置和特征结构配置、镇定与渐近跟踪、线性二次型最优控制、解耦控制、状态观测器等设计问题；第 11 章概括性地介绍离散线性系统理论；第 12 章介绍鲁棒性的概念和几个基本的鲁棒控制问题。

本书结构清楚、层次分明、论述严谨、重点突出，注重基本概念、基本原理和基本方法。在内容上以基本的分析和设计问题为主，同时介绍了线性系统理论的一些新进展和作者的一些相关研究成果。本书可作为高等工科院校自动控制及相近专业本科高年级学生和研究生的教材，也可供广大科研工作者、工程技术人员以及高等院校教师参考或自学。

### 图书在版编目(CIP)数据

线性系统理论. 上册/段广仁编著. —3 版. —北京：科学出版社，2016

(信息化与工业化两化融合研究与应用)

ISBN 978-7-03-048684-4

I. ①线… II. ①段… III. ①线性系统理论 IV. ①O231

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 129538 号

责任编辑：杨向萍 张海娜 / 责任校对：郭瑞芝

责任印制：张 倩 / 封面设计：黄华斌

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

三河市骏立印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2016 年 6 月第一版 开本：720×1000 1/16

2016 年 6 月第一次印刷 印张：14 插页：1

字数：275 000

定价：85.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

## “信息化与工业化两化融合研究与应用”丛书编委会

顾问委员会 戴汝为 孙优贤 李衍达 吴启迪 郑南宁 王天然  
吴宏鑫 席裕庚 郭雷 周康 王常力 王飞跃

编委会主任 吴澄 孙优贤

编委会副主任 柴天佑 吴宏鑫 席裕庚 王飞跃 王成红

编委会秘书 张纪峰 卢建刚 姚庆爽

### 编委会委员 (按姓氏笔画排序)

|                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| 于海斌 (中国科学院沈阳自动化研究所) | 张纪峰 (中科院数学与系统科学研究院) |
| 王龙 (北京大学)           | 陈杰 (北京理工大学)         |
| 王化祥 (天津大学)          | 陈虹 (吉林大学)           |
| 王红卫 (华中科技大学)        | 范铠 (上海工业自动化仪表研究院)   |
| 王耀南 (湖南大学)          | 周东华 (清华大学)          |
| 卢建刚 (浙江大学)          | 荣冈 (浙江大学)           |
| 朱群雄 (北京化工大学)        | 段广仁 (哈尔滨工业大学)       |
| 乔非 (同济大学)           | 俞立 (浙江工业大学)         |
| 刘飞 (江南大学)           | 胥布工 (华南理工大学)        |
| 刘德荣 (中国科学院自动化研究所)   | 桂卫华 (中南大学)          |
| 关新平 (上海交通大学)        | 贾磊 (山东大学)           |
| 许晓鸣 (上海理工大学)        | 贾英民 (北京航空航天大学)      |
| 孙长银 (北京科技大学)        | 钱锋 (华东理工大学)         |
| 孙彦广 (冶金自动化研究设计院)    | 徐昕 (国防科学技术大学)       |
| 李少远 (上海交通大学)        | 唐涛 (北京交通大学)         |
| 吴敏 (中南大学)           | 曹建福 (西安交通大学)        |
| 邹云 (南京理工大学)         | 彭瑜 (上海工业自动化仪表研究院)   |
| 张化光 (东北大学)          | 薛安克 (杭州电子科技大学)      |

## 作者简介



段广仁教授,1983 年获东北重型机械学院应用数学专业学士学位,1986 年获哈尔滨船舶工程学院现代控制理论专业硕士学位,1989 年获哈尔滨工业大学一般力学专业博士学位,1989 年 10 月进入哈尔滨工业大学机械工程学科博士后流动站,1991 年 8 月出站,同年 11 月破格晋升为哈尔滨工业大学教授;1997 年 1 月至 1998 年 3 月于英国赫尔大学电子工程系做访问教授,1998 年 4 月至 2002 年 9 月于英国谢菲尔德大学和贝尔法斯特女王大学访问,2002 年回国时创建了哈尔滨工业大学控制理论与制导技术研究中心,现为该研究中心主任。

1996 年获得教育部跨世纪人才基金资助,1999 年获得国家杰出青年科学基金资助,2000 年受聘为哈尔滨工业大学导航、制导与控制学科长江学者特聘教授;2005 年任“鲁棒控制理论及其在航天控制中的应用”教育部长江学者创新团队项目负责人,并入选 IET Fellow;2010 年任“航天飞行器的鲁棒控制理论与应用”国家自然科学基金委创新群体项目负责人;2011 年任国家某重大专项制导控制基础研究领域“十二五”规划重大合同项目负责人;另任国家 863 计划航空航天领域“十一五”专家组成员、航天科技集团第五研究院“空间智能控制技术国防科技重点实验室”第一、二届学术委员会委员,教育部科技委信息学部委员,中国自动化学会常务理事与控制理论专业委员会副主任等职。

作为第一完成人获得国家自然科学奖二等奖两项、省部级自然科学奖一等奖两项、省部级科技进步奖二等奖三项,另获第四届中国青年科技奖,2014 年被评为全国优秀科技工作者;发表 SCI 论文 260 余篇,特别在国际自动控制领域顶级刊物 *IEEE Trans. Automatic Control*、*Automatica* 和 *IET Proc. Control Theory and Application* 上分别发表论文 21 篇、16 篇和 28 篇;出版英文著作 3 部,由国际著名出版社 Springer 和 CRC Press(Taylor & Francis Group)出版,出版的中文著作《线性系统理论》获得第八届全国优秀科技图书奖二等奖和第十一届中国图书奖;培养硕士生 59 人、博士生 53 人,其中全国优秀博士学位论文奖获得者 2 人,在所培养的博士生中,已有人成长为新世纪人才、长江学者和国家杰出青年基金获得者。

系统地建立了控制系统的参数化设计理论和方法，并结合国家重大专项项目以及基金委、航天集团、总装和二炮的科研项目研究，将提出的理论方法成功地应用于航天飞行器控制和磁浮系统控制。提出的典型算法和方法被国际学者在论文中公开称为“段算法”和“段方法”，并被国际学者成功应用于自动发电系统和四旋翼飞行器等实际系统的控制系统设计。

## “信息化与工业化两化融合研究与应用”丛书序

传统的工业化道路，在发展生产力的同时付出了过量消耗资源的代价：产业革命 200 多年以来，占全球人口不到 15% 的英国、德国、美国等 40 多个国家相继完成了工业化，在此进程中消耗了全球已探明能源的 70% 和其他矿产资源的 60%。

发达国家是在完成工业化以后实行信息化的，而我国则是在工业化过程中就出现了信息化问题。回顾我国工业化和信息化的发展历程，从中国共产党的十五大提出“改造和提高传统产业，发展新兴产业和高技术产业，推进国民经济信息化”，到党的十六大提出“以信息化带动工业化，以工业化促进信息化”，再到党的十七大明确提出“坚持走中国特色新型工业化道路，大力推进信息化与工业化融合”，充分体现了我国对信息化与工业化关系的认识在不断深化。

工业信息化是“两化融合”的主要内容，它主要包括生产设备、过程、装置、企业的信息化，产品的信息化和产品设计、制造、管理、销售等过程的信息化。其目的是建立起资源节约型产业技术和生产体系，大幅度降低资源消耗；在保持经济高速增长和社会发展过程中，有效地解决发展与生态环境之间的矛盾，积极发展循环经济。这对我国科学技术的发展提出了十分迫切的战略需求，特别是对控制科学与工程学科提出了十分急需的殷切期望。

“两化融合”将是今后一个历史时期里，实现经济发展方式转变和产业结构优化升级的必由之路，也是中国特色新型工业化道路的一个基本特征。为此，中国自动化学会与科学出版社共同策划出版“信息化与工业化两化融合研究与应用”丛书，旨在展示两化融合领域的最新研究成果，促进多学科多领域的交叉融合，推动国际间的学术交流与合作，提升控制科学与工程学科的学术水平。丛书内容既可以是新的研究方向，也可以是至今仍然活跃的传统方向；既注意横向的共性技术的应用研究，又注意纵向的行业技术的应用研究；既重视“两化融合”的软件技术，也关注相关的硬件技术；特别强调那些有助于将科学技术转化

为生产力以及对国民经济建设有重大作用和应用前景的著作。

我们相信,有广大专家、学者的积极参与和大力支持,以及丛书编委会的共同努力,本丛书将为繁荣我国“两化融合”的科学技术事业、增强自主创新能力、建设创新型国家做出应有的贡献。

最后,衷心感谢所有关心本丛书并为其出版提供帮助的专家,感谢科学出版社及有关学术机构的大力支持和资助,感谢广大读者对本丛书的厚爱。



中国工程院院士

2010年11月

## 前　　言

线性系统理论是现代控制理论中最基本、最重要也是最成熟的一个分支,是生产过程控制、信息处理、通信系统、网络系统等多方面的基础理论。其大量的概念、方法、原理和结论对于系统和控制理论的许多学科分支,如最优控制、非线性控制、随机控制、系统辨识、信号检测和估计等都具有十分重要的作用。因此,国内外许多高等院校都将线性系统理论作为系统和控制学科中一门最基础的课程。

有关线性系统理论方面的著作或教材现在已有很多。美国纽约州立大学石溪分校陈启宗教授著的《线性系统理论与设计》(陈启宗,1988),在国内外影响很大;清华大学郑大钟教授著的《线性系统理论》(郑大钟,1990),内容系统全面;还有其他许多这方面的著作和教材(王恩平,秦化淑和王世林,1991;余贻鑫,1991;沈绍信,1989;凯拉斯,1985;何关钰,1982;刘豹,1982;钱学森和宋健,1980;佛特曼和海兹,1979),都各具特点。而本书则在内容安排和撰写方面更多地考虑了国内高等院校自动控制及其相关学科线性系统理论课的教学需求。

### 内容安排

本书是作者于 20 世纪 90 年代初期在哈尔滨工业大学从事自动控制专业研究生“线性系统理论”课程教学的基础上写成的。本书在写作过程中力求做到结构清楚,层次分明。作为高等院校自动控制或相近专业高年级本科生和研究生的教材,本书在选材上没有包含以多项式矩阵方法为主的复频域理论,而只是系统地介绍了以状态空间方法为主的时间域理论。考虑到高等院校研究生的“线性系统理论”课程一般都只有 60 学时左右,本书在介绍完线性系统的数学描述(第 2 章)之后,将重点放在线性系统理论中最基本、最重要的控制系统分析问题(第 3~5 章)和控制系统设计问题(第 6~10 章)之上。另外,为了适合广大工程技术人员和科学工作者使用以及学生将来进一步深入研究的需要,本书还包含了一些带有“\*”号的选学内容。第一次接触线性系统理论的读者可跳过这些内容,这样并不影响对于基本内容的理解。

在作者的教学过程中,学生普遍反映的一个问题是这门课程的数学性太强。针对这一点,本书第 1 章介绍了本书后续内容中经常用到的一些数学基础知识,其中 1.7 节介绍的广义 Sylvester 矩阵代数方程为作者的成果,在后续的特征结构配置设计、模型参考渐近跟踪设计、观测器设计和鲁棒极点配置设计等内容中屡次用到。Sylvester 矩阵代数方程不仅在系统与控制领域,同时在应用数学、通信等领

域也有着重要的应用,对其有进一步深入了解需求的读者可以参阅作者的著作(Duan, 2015)。

许多现有教材都是将控制系统设计的内容归在一章中笼统讲述的。而本书则将系统设计的几个基本问题——极点配置与特征结构配置、镇定与跟踪、二次型最优调节、解耦控制、观测器设计分成 5 章分别讨论,这样做可以使读者对控制系统设计有一个整体的认识,并对每一个具体的问题有更加深入、全面的了解。

本书包含了作者大量的科研成果,如第 6 章中的特征结构配置设计和整个第 12 章关于鲁棒控制的介绍,此外还有 1.7 节、5.4 节、6.6 节、7.4 节、9.2 节、9.3 节、10.3 节、10.5 节等各节的内容。这些内容是在作者的许多工作中筛选出来的,并与全书内容有机地融为一个系统的整体。另外,这些内容也在一定程度上反映了线性系统理论的新进展和本书的时代性。

离散系统理论在很大程度上是与连续系统理论平行的。作者认为初涉线性系统理论的读者可以首先只学习连续系统方面的内容,因而将离散线性系统理论中一些最基本的问题作为选学内容单独列在第 11 章中,并使其自成体系。

鲁棒控制是国际控制理论界中十分活跃的一个研究领域。本书第 12 章作为选学内容对鲁棒控制进行了简单的介绍。应该指出,鲁棒控制的内容非常广泛、丰富,即使一部内容丰富的鲁棒控制方面的专著也无法囊括鲁棒控制的全部内容。我们将鲁棒控制加入本书的目的是为一些未接触过鲁棒控制的读者提供一个入门的机会。

本书的每一章末尾都有一个小结和一定量的思考与练习。小结中对全章的内容给出了简单扼要的概括和总结,为读者指出对于某些内容进行深入研究所需阅读的文献,提示读者在学习某些内容时应注意的一些问题,对某些理论和方法给出适当的评价,或者指出某些内容与其他章节内容的联系等。在练习的配备上,除了一些基本的用以巩固一些基本原理和方法的计算题外,我们还有意识地配备了一定数目的思考题和证明题。它们对于加深基础概念和原理的理解是非常有益的。

## 早期版本

时光荏苒,岁月穿梭,不知不觉间本书第一版已经出版 20 年了。

本书的第一版作为教育部重点图书于 1996 年 11 月在哈尔滨工业大学出版社出版。出乎预料的是,本书出版仅一年便销售告罄,同时还有幸获得了第八届全国优秀科技图书奖二等奖。

为满足广大读者的需求,本书于 1998 年 2 月由哈尔滨工业大学出版社重印。由于当时作者正在英国访问,未能在内容上进行任何删改,而只是对第一版中的一些错误进行了校正。值得高兴的是,在本书获得第八届全国优秀科技图书奖二等奖次年的同一时间,本书又进一步获得了第十一届中国图书奖。

2004 年,本书的重印版也已销售告罄,进而哈尔滨工业大学出版社又出版了本书的第二版。本书获得的奖励和销售的数量与速度都充分说明了国内控制界同行与广大读者对本书的欣赏和认可。在第二版的修订过程中,在修改第一版一些错误的同时,还在第 6 章中增加了动态补偿器特征结构配置的参数化方法一节,在第 10 章中增加了线性系统的 PI 观测器一节。

顺带说明的是,作为本书的姊妹篇,作者关于广义系统的著作(Duan, 2010)由 Springer 出版,其中译本(段广仁,2011)也由科学出版社出版。

### 当前版本

本书的第二版自 2004 年出版以来,已经历了六次印刷,其间曾多次脱销,以至于哈尔滨工业大学选控制学科线性系统理论课程的许多研究生买不到书。鉴于此,作者决定在科学出版社出版本书的第三版,并分成上、下两册。在此修订再版之际,再次向该书的广大读者表示衷心的谢意。

本次再版,主要进行了下述一些修订工作:

- (1) 修改了第二版中的一些错误,同时规范了许多记号和标点符号,另外还增加了一批参考文献;
- (2) 在第 1 章中增加了奇异值分解一节,并在 1.7 节中增加了基于奇异值分解的 Sylvester 方程的解法,对应地在第 6 章状态和输出反馈特征结构配置中增加了基于奇异值分解的解法说明;
- (3) 在第 4 章 4.1 节中增加了能达性的定义以及线性定常系统能控性和能达性的等价性证明,同时还在第 11 章中增加了离散系统能达性的充要判据;
- (4) 在第 11 章中增加了两节,分别是有限时间线性二次调节问题和无限时间二次调节问题。

衷心希望本书第三版的问世能够得到系统与控制及其相关领域广大学者和师生的欢迎和认可。

值得指出的是,以线性矩阵不等式(LMI)为工具的控制系统分析和设计目前已经发展得非常完善,已成为当前控制系统分析和设计的主流方法之一。但限于时间关系,本书的这一版中没来得及收录这方面的内容。对此方向感兴趣的读者可以参考作者的著作(Duan and Yu, 2013)。

### 致谢

在本书第一版的写作过程中,许多地方得益于王恩平研究员、郑大钟教授和刘豹教授等的著作(王恩平,秦化淑和王世林,1991;郑大钟,1990;刘豹,1982)。这些著作为本书的一些基本内容提供了部分素材。另外,作者的学生胡文远、马克茂和刘湘黔等协助完成了书中部分内容的录入和校对工作。作者教过的许多研究生,

特别是 1995 年秋季学期教过的全体研究生都对本书做了校对工作,同时还提出了许多宝贵意见。作者的同事陈兴林教授不仅协助审阅了本书的部分校样,而且在协助作者授课的过程中,还对书中的许多内容提出了建设性的意见。对于这些同志的热诚帮助和辛勤劳动,在此表示真诚的感谢。

1995 年本书刚刚成形之际,作者在线性系统理论课程教学过程中以中国科学院系统科学研究所王恩平研究员的著作(王恩平,秦化淑和王世林,1991)为主要参考书。王老师寄来了几十本书,分文未取。在作者 1996 年去英国前,王老师已经病重,我曾给他写过信,并想找机会探望,并将书款还给他,但因故未能如愿。后来我于英国获悉王老师不幸过世,此事成为终生的遗憾。

在本书于 1998 年 2 月重印之际,哈尔滨工业大学 1996 年上过“线性系统理论”课程的全体研究生和作者的同事陈兴林教授对本书提出了许多有益的修正意见。作者当年的博士生关新平教授和李延松等在本书重印时的修改、校正与编辑过程中也都付出了艰辛的劳动,在此表示感谢。

本书第二版的修改得到了同事陈兴林教授和胡广大教授的热情帮助,提供了他们在“线性系统理论”课程教学过程中发现的问题。作者的 2000~2003 级博士生和硕士生也做了许多工作,协助作者完成了书稿的修改、校对与编辑工作。许多热情的读者,如武汉卓刀泉解放军某部的傅明坤同志,还费心寄来了在阅读该书过程中所发现的问题。借此机会再一次向他们表示衷心的感谢。

在此次第三版的整个修改过程中,作者又一次得到了许多同行和同事的热情帮助。特别是作者指导的全国优秀博士学位论文奖获得者、现哈尔滨工业大学深圳研究生院的吴爱国教授,撰写了离散系统二次型最优调节的初稿。作者指导的另一位全国优秀博士学位论文奖获得者周彬教授也指出了他在教学过程中发现的问题。作者的在读博士生许刚、张凯、刘旺魁、隋维舜、黄秀韦和张丹丹协助作者完成了书稿的修改、校对与编辑工作。

另外,本书的问世及其所获得的两项国家级奖励,与哈尔滨工业大学出版社的支持是分不开的。在此,感谢哈尔滨工业大学出版社领导的大力支持和本书第一、二版的责任编辑黄菊英副社长的辛勤劳动。

尽管此书已经多次再版,并得到了许多同行、学者和学生的指正,但由于作者水平有限,书中不当之处仍在所难免,恳请广大读者和同行进一步批评指正。

段广仁

2016 年 3 月于哈尔滨工业大学

## 符 号 说 明

| 符 号                          | 含 义   |
|------------------------------|---|
| $A, B, \Phi, \dots$          | 大写黑斜体字母表示矩阵                                   |
| $u, y, \phi, \dots$          | 小写黑斜体字母表示向量                                   |
| $u, y, \alpha, \dots$        | 小写斜体字母表示标量函数或标量                               |
| $V, \Omega, \dots$           | 大写斜体英文字母或希腊字母表示集合                             |
| 0                            | 零数字、零向量或零矩阵                                   |
| $\mathbf{C}^{m \times n}$    | 所有 $m \times n$ 复元素矩阵的全体                      |
| $\mathbf{R}^{m \times n}$    | 所有 $m \times n$ 实元素矩阵的全体                      |
| $\mathbf{C}^n$               | 所有 $n$ 维复列向量的全体(即 $\mathbf{C}^{n \times 1}$ ) |
| $\mathbf{R}^n$               | 所有 $n$ 维实列向量的全体(即 $\mathbf{R}^{n \times 1}$ ) |
| C                            | 所有复数的全体(即 $\mathbf{C}^1$ )                    |
| R                            | 所有实数的全体(即 $\mathbf{R}^1$ )                    |
| $\mathbf{R}^{n \times m}[s]$ | 所有关于 $s$ 的 $n \times m$ 阶实系数多项式矩阵的全体          |
| $\mathbf{R}^{n \times m}(s)$ | 所有关于 $s$ 的 $n \times m$ 阶实系数有理分式矩阵的全体         |
| $\dim V$ 或 $\dim(V)$         | 子空间 $V$ 的维数                                   |
| $\exists$                    | 存在  |
| $\in$                        | 元素属于  |
| $\forall$                    | 任取  |
| $\subset$                    | 集合含于  |
| $\supset$                    | 集合包含  |
| $\cup$                       | 集合的并  |
| $\cap$                       | 集合的交  |
| $p \Rightarrow q$            | $p$ 蕴含 $q$                                    |
| $p \Leftarrow q$             | $q$ 蕴含 $p$                                    |
| $p \Leftrightarrow q$        | $p$ 等价 $q$                                    |
| $\dot{x}$                    | $\frac{d}{dt}x$                               |
| $\ddot{x}$                   | $\frac{d}{dt}\dot{x}$                         |

|  |  |
|--|--|
| $\ddot{x}^*$                                       | $\frac{d}{dt}\ddot{x}$                               |
| $x^{(i)}$  | $\frac{d^i}{dt^i}x$                                  |
| $\ x\ $ 或 $\ x\ _2$                                | 向量 $x$ 的欧氏范数   |
| $I_n$  | $n$ 阶单位矩阵  |
| $A^{-1}$   | 矩阵 $A$ 的逆  |
| $A^T$  | 矩阵 $A$ 的转置   |
| $\bar{A}$  | 矩阵 $A$ 的共轭   |
| $A^*$  | 矩阵 $A$ 的共轭转置   |
| $A > 0$  | 矩阵 $A$ 正定  |
| $A \geqslant 0$                                    | 矩阵 $A$ 半正定   |
| $A > B$  | $A - B > 0$  |
| $A \geqslant B$                                    | $A - B \geqslant 0$                                  |
| $\lambda_i(A)$                                     | 矩阵 $A$ 的第 $i$ 个特征值                                   |
| $\lambda_{\max}(A)$ 或 $\bar{\lambda}(A)$           | 矩阵 $A$ 的最大特征值  |
| $\lambda_{\min}(A)$ 或 $\underline{\lambda}(A)$     | 矩阵 $A$ 的最小特征值  |
| $\rho(A)$  | 矩阵 $A$ 的谱半径  |
| $\sigma(A)$  | 矩阵 $A$ 的谱 $\{\lambda \mid \det(\lambda I - A) = 0\}$ |
| $\sigma_i(A)$                                      | 矩阵 $A$ 的第 $i$ 个奇异值                                   |
| $\sigma_{\max}(A)$ 或 $\bar{\sigma}(A)$             | 矩阵 $A$ 的最大奇异值  |
| $\sigma_{\min}(A)$ 或 $\underline{\sigma}(A)$       | 矩阵 $A$ 的最小奇异值  |
| $A^{1/2}$  | 由 $(A^{1/2})^T(A^{1/2}) = A$ 定义                      |
| $\ A\ _2$  | 矩阵 $A$ 的谱范数  |
| $\ A\ _F$  | 矩阵 $A$ 的 Frobenius 范数                                |
| $\ A\ _1$  | 矩阵 $A$ 的行和范数   |
| $\ A\ _\infty$                                     | 矩阵 $A$ 的列和范数   |
| $\mu_i(A)$   | 由 $\ A\ _i$ ( $i=1, 2, \infty$ ) 导出的测度               |
| $\operatorname{Re} A$ 或 $\operatorname{Re}(A)$     | 矩阵 $A$ 的实部   |
| $\operatorname{Im} A$ 或 $\operatorname{Im}(A)$     | 矩阵 $A$ 的虚部   |
| $\operatorname{tr} A$ 或 $\operatorname{tr}(A)$     | 矩阵 $A$ 的迹  |
| $\det A$ 或 $\det(A)$                               | 矩阵 $A$ 的行列式  |
| $\operatorname{rank} A$ 或 $\operatorname{rank}(A)$ | 矩阵 $A$ 的秩  |
| $\operatorname{adj} A$ 或 $\operatorname{adj}(A)$   | 矩阵 $A$ 的伴随矩阵   |
| $\operatorname{diag}(s_1, s_2, \dots, s_n)$        | 由 $s_1, s_2, \dots, s_n$ 构成的对角阵                      |
| $\Delta\Delta\Delta$                               | 证明结束符  |

# 目 录

## “信息化与工业化两化融合研究与应用”丛书序

前言

符号说明

绪论 ..... 1

    0.1 现代控制理论概述 ..... 1

        0.1.1 从古典控制理论到现代控制理论 ..... 1

        0.1.2 现代控制理论的形成与特点 ..... 2

        0.1.3 现代控制理论的研究内容与分支 ..... 3

    0.2 线性系统理论概述 ..... 5

        0.2.1 线性系统理论的研究对象 ..... 5

        0.2.2 线性系统理论的主要任务 ..... 6

        0.2.3 线性系统理论的发展过程 ..... 8

        0.2.4 线性系统理论的主要学派 ..... 9

    0.3 本书的内容安排 ..... 10

第1章 数学基础 ..... 13

    1.1 线性空间与线性变换 ..... 13

        1.1.1 线性空间的定义 ..... 13

        1.1.2 线性空间的基和维数 ..... 15

        1.1.3 线性变换 ..... 16

    1.2 矩阵代数中的几个结果 ..... 18

        1.2.1 矩阵降秩条件 ..... 18

        1.2.2 Vendermonde 矩阵与友矩阵 ..... 18

        1.2.3 Cayley-Hamilton 定理与化零多项式 ..... 20

        1.2.4 豫解矩阵与 Leverrier 算法 ..... 21

    1.3 多项式矩阵 ..... 23

        1.3.1 基本概念 ..... 23

        1.3.2 初等变换 ..... 24

        1.3.3 Smith 标准型 ..... 25

    1.4 有理分式矩阵及其互质分解 ..... 28

---

|   |           |
|---|-----------|
| 1.4.1 互质多项式矩阵 .....                                       | 29        |
| 1.4.2 有理分式矩阵的互质分解 .....                                   | 30        |
| 1.4.3 矩阵 $(sI - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}$ 的右既约分解 ..... | 31        |
| 1.5 Jordan 分解 .....                                       | 33        |
| 1.5.1 特征值的几何重数与代数重数 .....                                 | 33        |
| 1.5.2 广义特征向量链 .....                                       | 34        |
| 1.5.3 Jordan 分解的求取 .....                                  | 36        |
| 1.6 奇异值分解 .....   | 39        |
| 1.7 广义 Sylvester 矩阵方程 .....                               | 42        |
| 1.7.1 求解问题与假设条件 .....                                     | 42        |
| 1.7.2 基于初等变换的解法 .....                                     | 43        |
| 1.7.3 基于右既约分解的解法 .....                                    | 45        |
| 1.7.4 基于奇异值分解的解法 .....                                    | 47        |
| 1.8 小结 .....  | 49        |
| 思考与练习 .....   | 50        |
| <b>第2章 线性系统的数学描述 .....</b>                                | <b>54</b> |
| 2.1 线性系统的传递函数描述 .....                                     | 54        |
| 2.1.1 单变量情形的简单回顾 .....                                    | 55        |
| 2.1.2 传递函数矩阵及有关定义 .....                                   | 56        |
| 2.2 线性系统的状态空间描述 .....                                     | 56        |
| 2.2.1 状态与状态空间 .....                                       | 57        |
| 2.2.2 动态系统的状态空间描述 .....                                   | 58        |
| 2.2.3 线性系统的状态空间描述与相关概念 .....                              | 60        |
| 2.2.4 线性系统状态空间描述的列写举例 .....                               | 61        |
| 2.3 两种描述形式的比较及相互转换 .....                                  | 62        |
| 2.3.1 两种描述形式的比较 .....                                     | 62        |
| 2.3.2 化输入-输出描述为状态空间描述 .....                               | 64        |
| 2.3.3 化状态空间描述为传递函数描述 .....                                | 70        |
| 2.4 线性系统的代数等价性 .....                                      | 71        |
| 2.4.1 代数等价系统 .....  | 71        |
| 2.4.2 代数等价系统的公有属性 .....                                   | 72        |
| 2.5 复合系统的数学模型 .....                                       | 73        |
| 2.5.1 子系统并联的情形 .....                                      | 73        |
| 2.5.2 子系统串联的情形 .....                                      | 74        |

---

|                               |            |
|-------------------------------|------------|
| 2.5.3 具有子系统反馈的情形 .....        | 75         |
| 2.6 小结 .....                  | 77         |
| 思考与练习 .....                   | 77         |
| <b>第3章 线性系统的运动分析 .....</b>    | <b>81</b>  |
| 3.1 运动分析的含义 .....             | 81         |
| 3.1.1 问题的提出及其解的存在唯一性 .....    | 81         |
| 3.1.2 线性系统响应的特点 .....         | 82         |
| 3.2 状态转移矩阵及其性质 .....          | 83         |
| 3.2.1 线性齐次方程的解空间 .....        | 83         |
| 3.2.2 状态转移矩阵的定义 .....         | 84         |
| 3.2.3 状态转移矩阵的性质 .....         | 85         |
| 3.3 线性时变系统的运动分析 .....         | 86         |
| 3.3.1 时变线性系统的零输入响应 .....      | 86         |
| 3.3.2 时变线性系统的零初始状态响应 .....    | 87         |
| 3.3.3 时变线性系统的整体响应 .....       | 87         |
| 3.4 线性定常系统的运动分析 .....         | 89         |
| 3.4.1 矩阵指数函数 .....            | 89         |
| 3.4.2 线性定常系统的响应 .....         | 91         |
| 3.5 脉冲响应矩阵 .....              | 93         |
| 3.5.1 单变量情形的简单回顾 .....        | 93         |
| 3.5.2 脉冲响应矩阵的定义与系统的输出响应 ..... | 94         |
| 3.5.3 状态空间模型的脉冲响应矩阵 .....     | 95         |
| 3.5.4 脉冲响应矩阵与传递函数矩阵 .....     | 96         |
| 3.6 小结 .....                  | 98         |
| 思考与练习 .....                   | 98         |
| <b>第4章 线性系统的能控性和能观性 .....</b> | <b>101</b> |
| 4.1 能控性和能观性的定义 .....          | 101        |
| 4.1.1 问题的提出 .....             | 101        |
| 4.1.2 能控性的定义 .....            | 103        |
| 4.1.3 能观性的定义 .....            | 105        |
| 4.2 线性时变系统的能控性判据 .....        | 106        |
| 4.2.1 Gram 矩阵判据 .....         | 106        |
| 4.2.2 基于状态转移矩阵的判据 .....       | 109        |
| 4.2.3 基于系统参数矩阵的判据 .....       | 110        |