目　　录

模块一　绪　论

模块概述

本模块主要介绍“建筑力学”所涵盖的内容。建筑力学是建筑学、城市规划、工程管理、环境工程、房地产等专业的一门技术基础课，是一门重要的必修课程。它是力学结合工程应用的桥梁，同时为后续课程学习奠定必要的分析和计算基础。其内容极其丰富，这是一门综合性、实践性都非常强的学科。

知识目标

◆ 熟悉：建筑力学研究的主要内容和主要任务。
◆ 掌握：建筑力学的研究方法，理想化力学模型。
◆ 了解：建筑力学在工程中的应用。

技能目标

◆ 能够理解建筑力学的主要任务。
◆ 理解变形的基本假设。

素质目标

◆ 培养学生的理解能力、思考能力、抽象思维能力。

课时建议

理论课时　2 课时

任务一　建筑力学概述

一、建筑力学的研究内容

“建筑力学”涉及理论力学、材料力学、结构力学。

建筑力学是建筑学、城市规划、工程管理、环境工程、房地产等专业的一门技术基础课，是一门重要的必修课程。它包含了理论力学、材料力学和结构力学的最基本内容，研究土木工程结构中的杆件和杆系的受力分析、强度、刚度及稳定性问题。它是力学结合工程应用的桥梁，同时为后续课程学习奠定必要的分析和计算基础。其内容极其丰富，这是一

门综合性、实践性都非常强的学科。

二、建筑与结构 —— 学习建筑力学的必要性

建筑学是一门介于工程类和艺术类之间的特殊学科，它需要将工程和艺术充分结合，同时兼顾严密的逻辑思维与跳跃性的抽象思维之间的有机互动，在这个专业领域取得成就非常不容易。纵观国内外，著名的建筑大师和优秀的建筑作品都是结构形式与建筑理念的完美结合。下面会举些例子进行说明。

（一）建筑三要素

1. 建筑功能（坚固），为第一位，由结构承担。
2. 物质技术条件（适用）。
3. 建筑形象（美观）。

（二）建筑力学课特点

理论概念性较强，方法技巧性要求高。

理论概念 —— 需要通过练习来加深理解；

方法技巧 —— 需要多做练习来熟悉掌握。

从具体算法中学习分析问题的一般方法和解题思路，培养分析和解决问题的思路。

任务二　建筑力学的任务

一、结构及其分类

结构 —— 建筑物中承受荷载而起骨架作用的部分。

构件 —— 组成结构的各单独部分。

结构承受的荷载有自重、风载、人群荷载、屋面积雪重量、吊车压力等。非荷载影响因素有温度变化、支座沉降、地震作用等。

二、建筑力学研究对象的几何特征

1. 构件的分类（长宽高来衡量）

(1) 杆件：一个方向的尺寸大。

(2) 板和壳：两个方向的尺寸大。

(3) 实体：三个方向的尺寸都大且相近。

2. 构件几何特征

轴线 —— 各横截面的形心连线。

横截面 —— 横截面垂直于杆轴线的截面。

根据轴线形状可分为：直杆（图 1－1）、曲杆（图 1－2）、折杆（图 1－3）。

结构的几何特征：凡组成结构的所有杆件的轴线都位于某一平面内，并且荷载也位于该平面内的结构，称为平面杆件结构。否则，称为空间结构。

图 1-1　直杆

图 1-2　曲杆

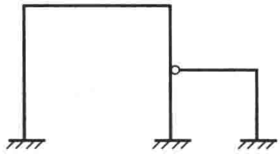

图 1-3　折杆

三、几个基本概念

1. 构件:组成机械或结构物的最小单元。

2. 强度 —— 抵抗破坏的能力,即材料强度破坏时所需外力大小的指标。

几种材料:低碳钢(刚性,强度高);玻璃片(刚性,强度低);尼龙绳(柔性,强度高);橡胶(柔性,强度低)。满足强度要求就是:要求结构的各构件在正常工作条件下不发生破坏。

3. 刚度:构件抵抗变形的能力。

不同材料有不同的刚度特性 —— 刚性、柔性、伸长性、松弛性等。材料的刚度用弹性模量 E 表示。对给定的材料,E 是常数。满足刚度要求就是:要使结构或构件在正常工作条件下所发生的变形不超过允许的范围。

4. 稳定性:构件保持原有平衡状态的能力。

稳定性要求 —— 要使结构或构件在正常工作条件下不会突然改变原有形状,以致发生过大的变形而导致破坏。

四、建筑力学的任务

1. 三类强度计算:

(1) 荷载、材料一定,计算截面积。

(2) 荷载、截面一定,校核是否安全。

(3) 材料、截面一定,求允许荷载。

2. 建筑力学的任务是研究构件的强度、刚度、稳定性,为工程设计提供理论依据和计算方法。

任务三　变形的基本假设

一、几个基本假设

首先我们介绍一下刚体的概念。

刚体:在任何外力的作用下,大小和形状始终保持不变的物体。

例如:桥梁在车辆、人群等荷载作用下的最大竖直变形一般不超过桥梁跨度的 1/700 ~ 1/900。物体的微小变形对于研究物体的平衡问题影响很小,因而可以将物体视为不变形的理想物体 —— 刚体。

下面我们介绍变形固体的几个基本假设。

1. 完全弹性假设：认为材料在外力作用下发生变形的大小与外力成正比，外力撤除后，构件的变形会完全消失。

2. 连续均匀假设：认为材料各处的性质完全相同，可取其中一部分研究，解决局部与整体研究的统一。

3. 各向同性假设：相对于各向异性而言，木材的竖纹和横纹抵抗破坏的能力不同，钢材各个方向的力学性质相同。

4. 小变形假设：在外力作用下，变形相对构件尺寸很小，平衡时略去可使计算简单。

值得注意的是，力学研究的模型是实际物体、实际工作状态以及实际问题的合理抽象与简化。理想化的力学模型的用处主要是明确解决问题的方法和思路。但是，理想化的力学模型在现实中并不存在。

二、两种变形

弹性变形 —— 撤去荷载即可消失的变形。

塑性变形 —— 撤去荷载仍残留的变形。

三、杆件变形的基本形式

构件变形形式分为四种基本变形：轴向拉伸和压缩（图 1－4）、剪切（图 1－5）、扭转（图 1－6）、弯曲（图 1－7）。

图 1－4　轴向拉伸和压缩

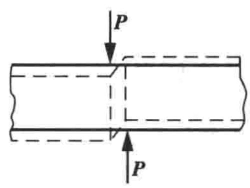

图 1－5　剪切

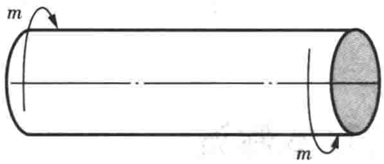

图 1－6　扭转

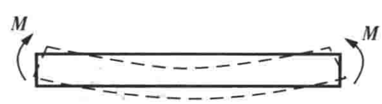

图 1－7　弯曲

模块训练

1. 建筑力学主要涉及哪几个方向？
2. 建筑力学的主要任务是什么？
3. 变形的基本假设有哪些？
4. 什么是刚体？
5. 杆件的变形有哪几种基本形式？

模块二　静力学的基本概念

模块概述

本模块主要介绍力的概念和性质，力的效应、投影与分解，力矩和力偶的概念、性质及基本计算原理等。这些内容构成了建筑力学的基础。

知识目标

◆ 熟悉：力、力矩和力偶的概念和性质。

◆ 掌握：力矩和力偶矩的相关定理及计算。

◆ 了解：力的效应、投影和分解。

技能目标

◆ 能够对力的投影和力的分解这两个概念进行区别。

◆ 理解力矩和力偶矩的概念并区分计算原理。

素质目标

◆ 培养学生勤奋向上，严谨细致的学习习惯和科学的工作态度。具有公平竞争的意识，具有自学的能力，具有拓展知识，接受终生教育的基本能力。

课时建议

理论课时　3 课时

任务一　力、力系

一、刚体的概念

任何物体在受到外力的作用时，其内部各点间的相对距离都要发生改变，从而引起物体在形状和尺寸上的改变，即物体产生了变形。当物体的变形很小时，变形对研究物体的平衡和运动规律的影响很小，可以忽略不计，这样就可以把物体看成是不变形的，从而使问题的研究得到简化。即在外力作用下，若物体的形状和大小（尺寸）保持不变，内部各部分相对位置保持不变，则这种理想的物理模型称为刚体。但当研究的问题与物体的变形密切相关时，即使是极其微小的变形也必须加以考虑，这时就必须将物体抽象为变形体。

一般来说，在研究平衡问题时，可以把研究的物体视为刚体。但当进一步研究在力的作用下变形和强度问题时，变形将成为主要因素而不能忽略，也就不能再将物体当作刚体，而要视为变形体。

二、力的概念

力是看不见也摸不着的，其作用方式是多种多样的。力的概念是人们在长期劳动和日常生活中逐步建立起来的。例如：当我们用双手推墙时，我们能感到推力的存在；推小车时，我们能感到对小车施加了力，可以使小车由静止到运动，或使小车的运动速度发生变化，同时也能感觉到小车在推人；用手拉弹簧时，使弹簧发生伸长变形，同时也感到弹簧在拉手。这种力的作用，不仅存在于人与物体之间，在物体与物体之间也会发生。例如，两块磁铁同级相斥，异极相吸的现象；桥梁受到车辆的作用而产生弯曲变形的现象；自空中落下的物体由于受到地心引力作用而使运动速度加快的现象，等等。无数事例证明：力是物体间的一种相互机械作用，这种相互作用的效果使物体的运动状态发生变化，或使物体发生变形。

在建筑力学中，力的作用方式是多种多样的。力对物体的作用方式一般有两种情况。一种是物体与物体相互接触时，可以产生拉力、压力和摩擦力等作用力。例如：建筑工程中的吊车吊起构件、打夯机夯实地基、传送带传送施工材料等。另一种是物体之间不接触时，也能产生相互间的吸引力、斥力等作用力。例如：物体与地球之间就产生的吸引力，对物体来说，这种吸引力就是重力。

力对物体的作用效果称为力的效应。力使物体运动状态发生改变的效应称为运动效应或外效应；力使物体的形状发生改变的效应称为变形效应或内效应。

力的运动效应又分为移动效应和转动效应。例如，球拍作用于乒乓球上的力如果不通过球心，则球在向前运动的同时还绕球心运动。前者为移动效应，后者为转动效应。

大量的实践证明：力对物体的作用效果取决于力的三要素：力的方向、力的大小和力的作用点。

1. 力的方向通常包含方位和指向两个含义

如力的方向为“竖直向下”，其中“竖直”说明了力的方位，“向下”说明了力的指向。力的作用效果与力的方向有关。

2. 力的大小是指物体间相互作用的强弱程度

力大则对物体的作用效果也大，力小则作用效果也小。为了度量力的大小，我们必须规定力的单位。在国际单位制中，力的单位是 N 或 kN，分别称为牛顿（简称牛）或千牛顿（简称千牛），1kN＝1000N。

3. 力的作用点指力对物体的作用位置

实际上，力的作用位置不是一个点而是一定的面积。当作用面积与物体相比较大时，就形成分布力，如屋顶所受的雨水压力和积雪压力，水坝所受的水压力等。当作用面积与物体的尺寸相比很小以致可以忽略不计时，就可以近似地看成一个点。作用于一点的力称为集中力，该点称为力的作用点。例如：吊车吊起重物所用的拉力就可以看作一个集中力，作用点为起吊重物与钢丝绳的接触点。

力的三要素（大小、方向、作用点）中任何一个要素改变，力的作用效果就会随之改变。

例如：打篮球时，投球的方向、用力的大小和击球点的位置不同，能打出各种不同效果的球。因此，描述一个力时必须全面表示力的三要素。

由力的三要素可知，力是一个有大小和方向的物理量，所以力用矢量表示。我们用一个带箭头的线段来表示力的三要素，称为力的图示法。线段的长度（按选定的比例）表示力的大小，线段所在的方位和指向表示力的方向，线段的起点或终点表示力的作用点。在图2-1中，按比例画出力**F**的大小为100N，力的方向与水平线成$\alpha=30^{\circ}$角，指向右上方，作用在物体的A点上。

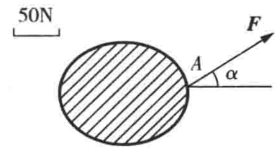

图2-1　力的三要素示意图

用字母符号表示力矢量时，常用黑体字如**F**或加一箭头的细体字$\vec{F}$，而通常的细体字F仅表示力的大小。

三、作用力与反作用力

既然力是物体与物体之间的相互作用，那么，力不可能脱离物体而单独存在，有受力物体必然有施力物体。例如：在甲物体对乙物体作用一个力的同时，乙物体必然也有一个力反作用于甲物体，如图2-2所示。当我们坐上小木船准备离岸的时候，往往习惯用船桨去顶岸边的大石块，即给大石块和岸边以一个作用力，小船靠着大石块和岸边的反作用力推动才可以慢慢离岸。由此可见，力不是单独存在，而是成对出现的。如果把物体间相互作用中的一个力称为作用力，那么另一个力就称为这个力的反作用力。

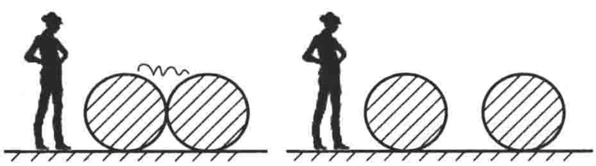
图2-2　物体间的相互作用

要想使小船离岸，必须用船桨顶岸边，说明作用力和反作用力方向是相反的。假如船桨给岸边施加的力越大，那么小船沿着船桨方向离开岸边的距离就越远，说明作用力和反作用力的大小是相等的。在作用力和反作用力这一对相互依存的关系中，施力物体和受力物体是相对的，所组成的系统是可以互换的。在用船桨顶石块的过程中，作用力的发出者是人、桨、船，受力的是石块和岸组成的系统；在反作用力中，施力物体是石块和岸所组成的系统，受力物是人、桨、船所组成的系统。

实验表明：物体间的作用力和反作用力总是成对出现，它们大小相等，方向相反，作用在一条直线上，并分别作用在两个物体上，这就是作用力和反作用力原理。

在力的概念中已经提到，力是物体间相互的机械作用，因而作用力与反作用力必然同时出现，同时消失。这里必须强调，作用力和反作用力分别作用在两个物体上，任何作用在同一物体上的两个力都不是作用力与反作用力。

【例2-1】　如图2-3所示，在光滑的水平面放置一个受重力为**G**的小球，试分析：(1) 小球所受的力，并找出其施力物体；(2) 这个对应的物体系统中有哪几对作用力和反作用力？

【解】

小球受到重力 $\boldsymbol{G}$ 和支持力 $\boldsymbol{F}'_N$。

小球受到重力 $\boldsymbol{G}$ 是地球对小球的吸引力，其施力物体是地球。

小球受到支持力 $\boldsymbol{F}'_N$ 是光滑水平面对小球的支持力，其施力物体为光滑水平面。

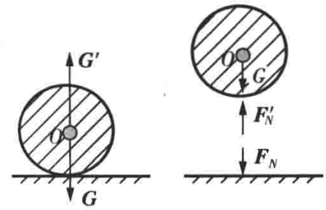

图 2-3　例 2-1 图

小球给光滑水平面一个铅垂向下的压力 $\boldsymbol{F}_N$，同时光滑水平面给小球一个向上的支持力 $\boldsymbol{F}'_N$。这是一对作用力与反作用力。

地球对小球的吸引力为重力 $\boldsymbol{G}$，同时小球也对地球有一个吸引力 $\boldsymbol{G}'$。这是一对作用力与反作用力。

另外，球体的重力 $\boldsymbol{G}$ 与光滑水平面对小球的支持力 $\boldsymbol{F}'_N$，尽管它们是大小相等、方向相反、沿着同一直线作用的两个力，但由于它们作用在同一物体上，所以它们不是一对作用力与反作用力，应该是一对平衡力。

四、力与力系的等效

力系，指的是同时作用在同一物体上的若干力。若作用在物体上的一个力系，可以用另一个力系来代替，而不会改变原力系对物体的作用效果，则这两个力系称为等效力系或互等力系。如果一个力与一个力系等效，则称该力为此力系的合力，而此力系中的各个力则称为这个合力的分力。求力系的合力称为力的合成；将一个力分解成两个或两个以上的分力，称为力的分解。

作用于物体上同一点的两个力可以合成一个合力。合力也作用在该点，合力的方向和大小由以这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线表示。这就是力合成的平行四边形法则，如图 2-4(a) 所示。

同理，利用平行四边形法则也可以把作用在物体上的一个力分解成两个分力，如图 2-4(b) 所示。可以看出，一个力分解为两个力是两个力合成一个力的逆运算。但是当分力的夹角任意取值时，将一个已知力分解为两个分力可得无数的解答。要得到唯一的分解，必须给予附加条件。在实际工程中常常遇到的是将一个力分解为方向已知的两个分力，从而得到唯一的解答。例如：将一个力沿着直角坐标轴 x、y 分解，利用平行四边形法则，得出两个相互垂直的分力 $\boldsymbol{F}_x$ 和 $\boldsymbol{F}_y$，如图 2-4(c) 所示。这样可以用简单的三角函数关系求得每个分力的大小：

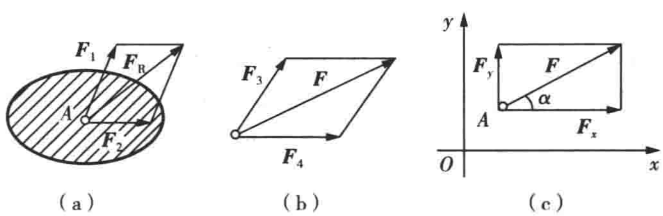

图 2-4　力的合成与分解

(a) 两共点力的合成；(b) 力 $\boldsymbol{F}$ 沿任意指定的两方位分解；(c) 力 $\boldsymbol{F}$ 沿直角坐标轴的方位分解

$$F_x = F\cos\alpha$$

$$F_y = F\sin\alpha$$

力的平行四边形法则是力系合成或简化计算的基础。

五、力的投影与力的分解

（一）力在平面直角坐标轴上的投影

1. 投影的定义

如图 2－5 所示，设已知力 $\boldsymbol{F}$ 作用于刚体平面内的 A 点，方向由 A 点指向 B 点，且与水平线夹角为 α。相对于平面直角坐标系 xOy，过力 $\boldsymbol{F}$ 的两个端点 A、B 向 x 轴作垂线，垂足 a、b 在 x 轴上截下的线段 ab 就称为力 $\boldsymbol{F}$ 在 x 轴上的投影，记作 $\boldsymbol{F}_x$。

同理，过力 $\boldsymbol{F}$ 的两个端点向 y 轴作垂线，垂足在 y 轴上截下的线段 a_1b_1 就称为力 $\boldsymbol{F}$ 在 y 轴上的投影，记作 $\boldsymbol{F}_y$。

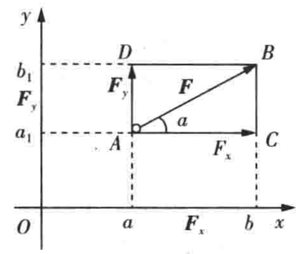

图 2－5

2. 投影的正负规定

力在坐标轴上的投影是代数量，其正负规定为：若投影 ab（或 a_1b_1）的指向与坐标轴正方向一致，则力在该轴上的投影为正，反之为负。

若已知力 $\boldsymbol{F}$ 与 x 轴的夹角为 α，则力 $\boldsymbol{F}$ 在 x、y 轴的投影表示为：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F}_x &= \pm \boldsymbol{F}\cos\alpha \\ \boldsymbol{F}_y &= \pm \boldsymbol{F}\sin\alpha \end{aligned} \tag{2-1}$$

3. 已知投影求作用力

由已知力求投影的方法可推知，若已知一个力的两个正交投影 $\boldsymbol{F}_x$、$\boldsymbol{F}_y$，则这个力的大小和方向为：

$$\boldsymbol{F} = \sqrt{\boldsymbol{F}_x^2 + \boldsymbol{F}_y^2},\ \tan\alpha = \left|\frac{\boldsymbol{F}_y}{\boldsymbol{F}_x}\right| \tag{2-2}$$

式中：α 表示力 F 与 x 轴所夹的锐角。

（二）力沿坐标轴方向正交分解

由力的平行四边形法则可知，作用于一点的两个力可以合成为一个合力。反过来，围绕一个力作平行四边形，可以把一个力分解为两个力。若分解的两个分力相互垂直，则称为正交分解。如图 2－5 所示，过力 $\boldsymbol{F}$ 的两端分别作轴的平行线，平行线相交点构成的矩形 $ABCD$ 的两边 AC 和 AD，就是力 $\boldsymbol{F}$ 沿坐标轴 x 轴、y 轴的两个正交分力，记作 $\boldsymbol{F}_x$ 和 $\boldsymbol{F}_y$。由图可见，正交分力的大小等于力沿其正交坐标轴投影的绝对值，即：

$$|\boldsymbol{F}_x| = \boldsymbol{F}\cos\alpha,\ |\boldsymbol{F}_y| = \boldsymbol{F}\sin\alpha \tag{2-3}$$

必须指出，分力是力矢量，而投影是代数量。若分力的指向与坐标轴同向，则投影为正，反之为负。分力的作用点在原力作用点上，而投影与力的作用点位置无关。

（三）合力投影定理

由力的平行四边形法则可知，作用于刚体平面内一点的两个力可以合成为一个力，其合力符合矢量加法法则。如图 2-6 所示，作用于刚体平面内 A 点的两个力 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$，其合力 $\boldsymbol{F}_R$ 等于 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$ 的矢量和，即：$\overrightarrow{F_R}=\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}$

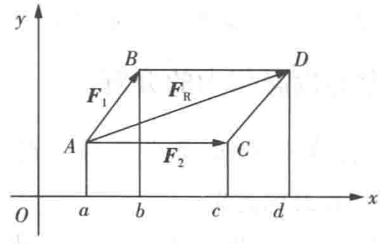

图 2-6

在力作用平面建立平面直角坐标系 xOy，合力 $\boldsymbol{F}_R$ 和分力 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$ 在 x 轴的投影分别为 $\boldsymbol{F}_{Rx}=ad$，$\boldsymbol{F}_{1x}=ab$，$\boldsymbol{F}_{2x}=ac$。由图可见，$ac=bd$，$ad=ab+bd$，所以

$\boldsymbol{F}_{Rx}=ad=ab+bd=\boldsymbol{F}_{1x}+\boldsymbol{F}_{2x}$。同理，$\boldsymbol{F}_{Ry}=\boldsymbol{F}_{1y}+\boldsymbol{F}_{2y}$。

若刚体平面内一点作用 n 个力 $\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2,\cdots,\boldsymbol{F}_n$，按两个力合成的平行四边形法则依次类推，则可以得出力系的合力等于各分力矢量和，即：

$$\overrightarrow{F_R}=\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\cdots+\overrightarrow{F_n}=\sum\vec{F}$$

其合力投影为：

$$\boldsymbol{F}_{Rx}=\boldsymbol{F}_{1x}+\boldsymbol{F}_{2x}+\cdots+\boldsymbol{F}_{nx}=\sum\boldsymbol{F}_x$$

$$\boldsymbol{F}_{Ry}=\boldsymbol{F}_{1y}+\boldsymbol{F}_{2y}+\cdots+\boldsymbol{F}_{ny}=\sum\boldsymbol{F}_y \qquad (2-4)$$

式(2-4)表明：合力在某一轴上的投影等于各分力在同一轴上投影的代数和，即合力投影定理。式中的 $\sum\boldsymbol{F}_x$ 是求和式 $\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_{ix}$ 的简便表示法，本书中的求和式均采用这种简便表示法。

任务二　力　矩

一、力对点之矩的概念

从实践中知道，力除了能使物体移动外，还能使物体转动。广泛使用的杠杆、扳手等省力工具的工作原理都包含有力矩的概念。

力使物体产生转动效应与哪些因素有关呢？现以扳手拧紧螺母为例来说明。如图 2-7 所示，力 $\boldsymbol{F}$ 使扳手绕螺母中心 O 点转动的效应，不仅与力的大小有关，还与螺母中心到该力作用线的垂直距离 d 有关。因此可用两者的乘积 $\boldsymbol{F}\cdot d$ 来度量力 $\boldsymbol{F}$ 对扳手的转动效应；转动中心 O，称为矩心；矩心到力作用线的垂直距离 d，称为力臂。此外，扳手的转向可能是逆时针方向，也可能是顺时针方向。因此，我们用力的大小与力臂的乘积 $\boldsymbol{F}\cdot d$ 再加上正号或

负号来表示力 $\boldsymbol{F}$ 使物体绕 O 点的转动效应，如图 2－8 所示，称为力 $\boldsymbol{F}$ 对 O 点的矩，简称力矩，用符号 $M_O(\boldsymbol{F})$ 或 M_O 表示。**一般规定：使物体产生逆时针方向转动的力矩为正；反之为负。**即：

$$M_O(\boldsymbol{F}) = \pm \boldsymbol{F} \cdot d \tag{2-5}$$

力矩是一代数量，其单位是 N·m 或 kN·m。

由式 2－5 可知，力矩在下列两种情况下等于零：

(1) 力等于零；

(2) 力臂等于零，即力的作用线通过矩心。

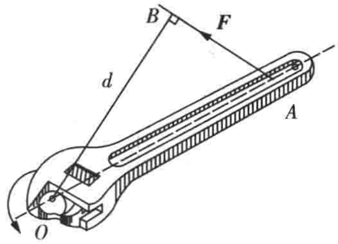

图 2－7　扳手拧螺母示意图

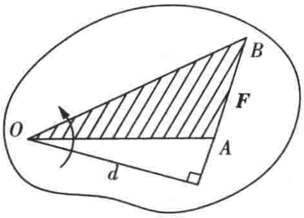

图 2－8　力矩的计算示意图

二、合力矩定理

如果力系存在合力，合力与力系是等效的，其中必包含力的转动效应的等效，即合力对某一点之矩，等于各力对同一点之矩的代数和，即

$$M_O(\boldsymbol{F}_R) = M_O(\boldsymbol{F}_1) + M_O(\boldsymbol{F}_2) + \cdots + M_O(\boldsymbol{F}_n) = \sum M_O(\boldsymbol{F}_i) \tag{2-6}$$

这就是合力矩定理，可表述为：平面任意力系的合力对任一点的矩等于各分力对同一点的矩的代数和。

合力矩定理可用于简化力矩的计算。求力对某点力矩时，若计算力臂的大小有难度，可将力分解成两个相互垂直的分力，进而以分力对矩心的力矩之代数和替代合力之矩。

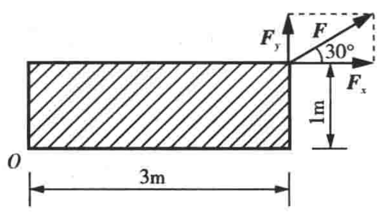

图 2－9　例 2－2 图

【例 2－2】　如图 2－9，已知 $\boldsymbol{F}$=150N。试计算力 $\boldsymbol{F}$ 对 O 点之矩。

【解】

根据合力投影定理有：

$$M_O(\boldsymbol{F}) = M_O(\boldsymbol{F}_x) + M_O(\boldsymbol{F}_y) = -\boldsymbol{F}_x \times 1 + \boldsymbol{F}_y \times 3 = -150 \times 0.866 \times 1 + 150 \times 0.5 \times 3$$

$$= 95.1(\text{N} \cdot \text{m})$$

任务三　力　偶

一、力偶的定义

在日常生活和生产实践中，经常遇到由两个大小相等、方向相反、作用线互相平行的两个力组成的力系。这一力系作用的效果是使物体发生转动。如汽车司机作用在汽车方向盘上的一对力(图 2－10)，钻孔时作用在钻柄上的一对力，都属于这种情况，如图 2－11 所示。

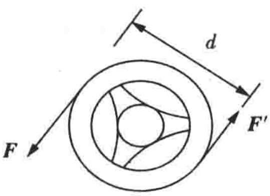

图 2－10　方向盘受力偶作用转动

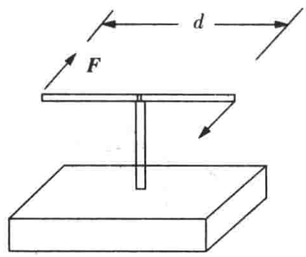

图 2－11　钻柄受力偶作用转动

在力学中，把这种大小相等，方向相反，作用线互相平行但不共线的一对力所组成的力系，称为力偶，写成($\boldsymbol{F}$,$\boldsymbol{F'}$)。这两个力作用线所决定的平面称为力偶的作用平面，两力作用线之间的垂直距离 d 称为力偶臂。

力偶对物体的作用效果，只能使物体产生转动，而不能使物体产生移动。而力则不然，它既可使物体移动，又可使物体绕某一点转动，因此，力偶不能和力等效，力偶没有合力，不能用一个力来代替。所以力偶像力一样，是力学中的一个基本元素。

二、力偶矩

力偶矩用来度量力偶对物体转动效果的大小。它等于力偶中的任一个力与力偶臂的乘积。以符号 $m(\boldsymbol{F},\boldsymbol{F'})$ 表示，或简写为 m，即：

$$m = \pm \boldsymbol{F} \cdot d \tag{2-7}$$

上式中的正负号表示力偶的转动方向，与力矩一样，使物体逆时针方向转动的力偶矩为正。使物体顺时针方向转动的力偶矩为负。

力偶矩的单位与力矩的单位相同。在国际单位制中通常用 N·m 或 kN·m。

力偶对物体的转动效果取决于力偶的三个要素，即力偶矩的大小，力偶的转向以及力偶的作用平面。

必须注意的是：力矩和力偶都能使物体转动，但力矩使物体转动的效果与矩心的位置有关，矩心距离不同，力矩的大小也就不同，而力偶就无所谓矩心；它对其作用平面任一点的矩都一样，即等于本身的力偶矩。

三、力偶的性质

（一）力偶中的两力在任意坐标轴上投影的代数和为零

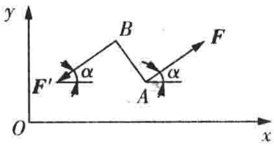

图 2-12　力偶的投影示意

设在坐标系 xOy 平面内作用有一力偶($\boldsymbol{F},\boldsymbol{F}'$)，如图 2-12 所示。由图可知，

力偶中的两力 $\boldsymbol{F},\boldsymbol{F}'$ 在 x 轴上的投影分别为：

$$\begin{cases}\boldsymbol{F}_x=\boldsymbol{F}\cdot\cos a\\ \boldsymbol{F}'_x=-\boldsymbol{F}'\cdot\cos a\end{cases}$$

因为 $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}'$，所以有

$$\sum\boldsymbol{F}_x=\boldsymbol{F}_x+\boldsymbol{F}'_x=\boldsymbol{F}\cdot\cos a-\boldsymbol{F}'\cdot\cos a=0$$

同理　　$\boldsymbol{F}_y=\boldsymbol{F}\cdot\sin a,\ \boldsymbol{F}'_y=-\boldsymbol{F}'\cdot\sin a$

则　　$\sum\boldsymbol{F}_y=\boldsymbol{F}_y+\boldsymbol{F}'_y=\boldsymbol{F}\cdot\sin a-\boldsymbol{F}'\cdot\sin a=0$

说明力偶中的两个力在任意坐标轴上投影的代数和为零。

（二）力偶不能与力等效，只能与另一个力偶等效

同一平面内的两个力偶等效的条件是力偶矩的大小相等且转动方向相同。因此，只要保持力偶矩的大小和转向不变，可以任意改变力的大小和力偶臂的长短，而不影响力偶对物体的转动效果。如图 2-13 所示的几个力偶都是等效力偶。

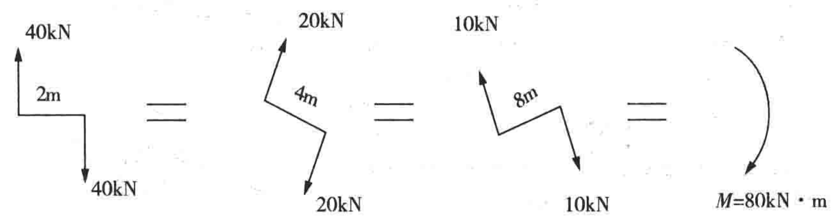

图 2-13　力偶的等效示意图

（三）力偶不能与力平衡，而只能与力偶平衡。

（四）力偶可以在它作用平面内任意移动和转动，而不会改变它对物体的作用。因此，力偶对物体的作用完全取决于力偶矩，而与它在其作用平面内的位置无关。

模块训练

1. 力沿某坐标轴的分力和力在该轴上的投影有何区别？

2. 试比较力对点之矩与力偶矩二者的异同？

3. 试求如图 2-14 所示梁上全部荷载在 x 轴上投影代数和 $\sum X_i$ 以及在 y 轴上的投影的代数和 $\sum Y_i$。

4. 试求如图 2-14 所示梁上全部荷载对 A 点的矩的代数和 $\sum m_A(\boldsymbol{F}_i)$ 以及对 B 点的矩

的代数和 $\sum m_B(\boldsymbol{F}_i)$。

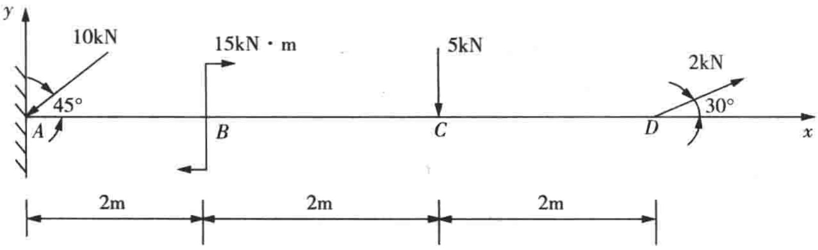

图 2-14 习题 3、4 图

5. 设 $\boldsymbol{F}_R$ 为 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$、$\boldsymbol{F}_3$ 三个力的合力(图 2-15),已知 $F_R=1\text{kN}$,$F_3=1\text{kN}$,试求分力 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$ 的大小和指向。

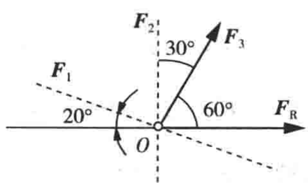

图 2-15 习题 5 图

6. 计算图 2-16 中,各个力 $\boldsymbol{F}$ 对 O 点之矩。

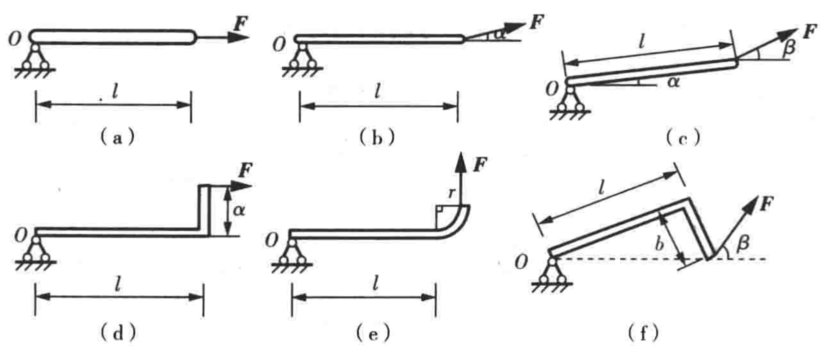

图 2-16 习题 6 图

7. 试分别求出图 2-17 中所示三个力偶的力偶矩,已知 $F_1=F_1'=80\text{N}$,$F_2=F_2'=130\text{N}$,$F_3=F_3'=100\text{N}$,$d_1=70\text{cm}$,$d_2=60\text{cm}$,$d_3=50\text{cm}$。

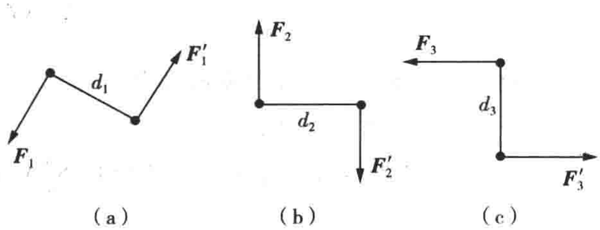

图 2-17 习题 7 图