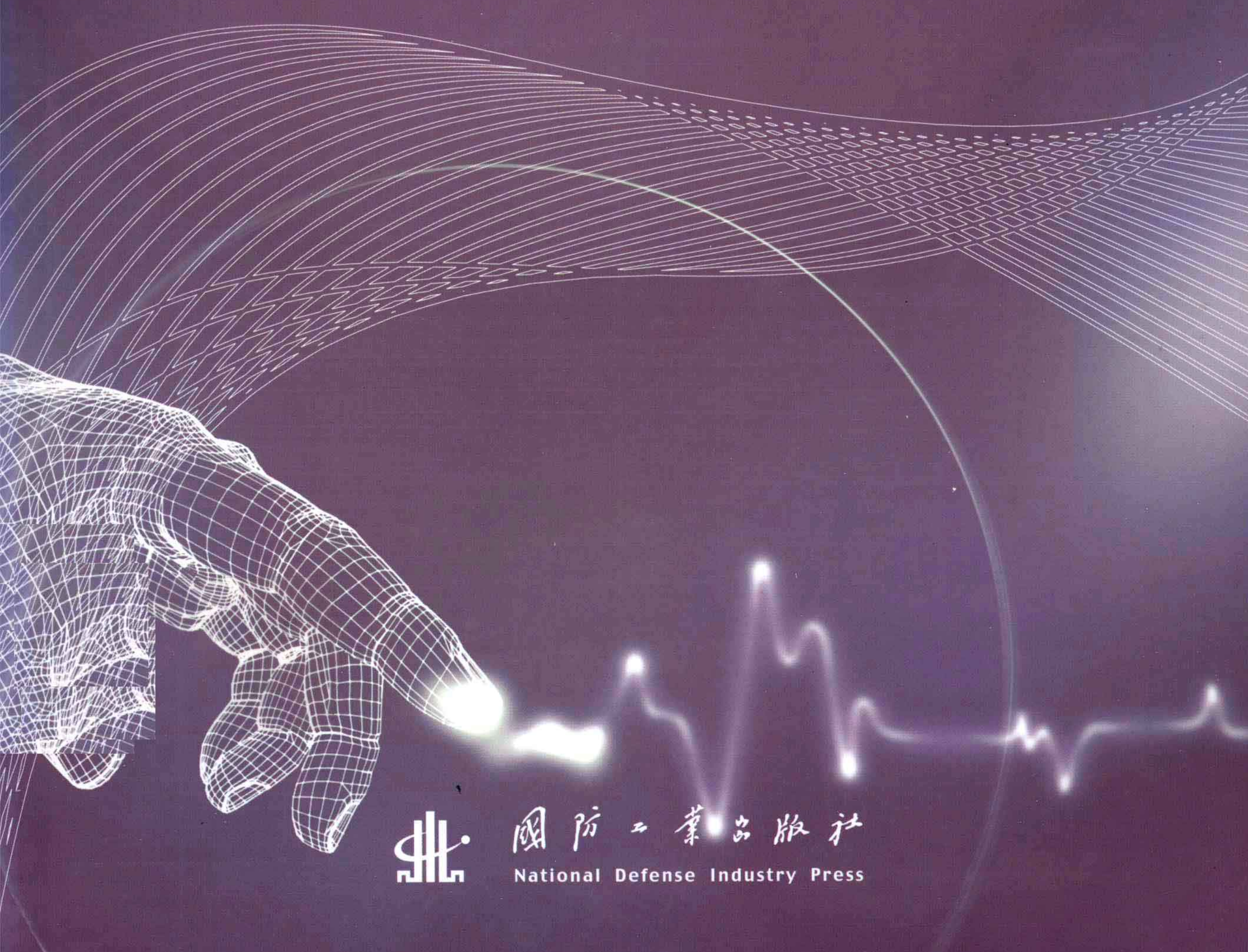
普通高等院校电子类“十一五”规划教材

电磁场与电磁波

苏新彦 徐美芳
李新娥 田秀荣 编著
曾光宇 主审



国防工业出版社
National Defense Industry Press

普通高等院校电子类“十一五”规划教材

电磁场与电磁波

苏新彦　徐美芳　李新娥　田秀荣　编著
曾光宇　主审

国防工業出版社
·北京·

内 容 简 介

本书共分为11章，内容包括：三种坐标系与场，场与场源分析，基本物理量和基本实验定律，静电场分析，恒定磁场分析，静态场边值问题的解，时变电磁场，平面电磁波，导行电磁波，电磁波的辐射，电磁场与电磁波实验。本书在教学内容的编排上力求“内容精选，重点突出”、“浅显易懂，循序渐进”、“难易结合，理论联系实践”。

本书可作为高等院校电子与通信、电子信息、物理电子与光电子、电子自动化等相关学科以及高等教育电类相关专业的教材或参考用书。也可供相关工程技术人员阅读和参考。

图书在版编目(CIP)数据

电磁场与电磁波／苏新彦等编著．—北京：国防工业出版社，2010.8
ISBN 978-7-118-06992-1

Ⅰ.①电… Ⅱ.①苏… Ⅲ.①电磁场－高等学校－教材②电磁波－高等学校－教材 Ⅳ.①O441.4

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第155614号

※

国防工业出版社出版发行
(北京市海淀区紫竹院南路23号　邮政编码100048)
北京奥鑫印刷厂印刷
新华书店经售

*

开本787×1092　1/16　印张17¼　字数422千字
2010年8月第1版第1次印刷　印数1—4000册　定价32.00元

国防书店：(010)68428422　发行邮购：(010)68414474
发行传真：(010)68411535　发行业务：(010)68472764

前　　言

"电磁场与电磁波"是高等学校电类专业的一门重要的专业基础课，是搭建电类专业学生知识结构的重要组成部分，同时又是一些交叉领域的学科和新兴的边缘学科发展的基础。学习这门课程有利于培养学生严谨的科学学风、科学方法以及抽象思维能力和创新精神，也可以为学习后续课程打下必要的基础。

"电磁场与电磁波"课程是"工程电磁场"、"微波技术基础"、"微波工程基础"、"微波器件"、"微波电路"、"微波通信"、"微波与光导波技术"、"微波天线"、"微波与毫米波测量"等课程的基础。

本书围绕"电磁场与电磁波"课程中的基本概念、基本原理及定理，精选了一定量的例题和习题，以便学生加深对概念、定理的理解并增强对问题的分析计算能力，便于学生自学和跨专业学习。

另外，针对宽专业、厚基础的要求，对课程中的重点、难点内容进行了知识面拓展，并精心配选了工程应用例题，便于学生深入学习和研究。

为了激发学生学习这门课程的兴趣并加深对其应用背景的了解，本书增选了基础实验以及综合性和工程应用类实验，使理论和实践紧密结合，旨在培养学生发散性思维和创新思维，培养学生的动手能力。本书适合不同层次高校的师生和工程技术人员使用。

本书共分为 11 章。第 1 章介绍矢量分析的基础知识，为研究场论提供数学基础；第 2 章对场以及场源进行分析，给出场的一般分析方法，为后面的场论的研究提供方法和手段；第 3 章至第 5 章讨论静态场，论述了静电场、恒定磁场的基本概念和计算方法及其应用；第 6 章讨论静态场边值问题的基本解法；第 7 章至第 10 章研究时变电磁场和电磁波的基本规律，以及波的传输和辐射；第 11 章精选几个与课程相关的实验，旨在验证分析场的基本理论并培养学生进行场论的工程应用的能力。

本书由中北大学"电磁场与微波技术"课程组的教师们协作编著完成；课程责任人苏新彦担任主编，负责全书的统稿和指导工作；曾光宇教授负责全书的审阅工作。其中，第 1 章至第 3 章以及第 11 章由苏新彦编写，第 4 章、第 7 章由田秀荣编写，第 5 章由李新娥编写，第 6 章、第 8 章至第 10 章由徐美芳编写。

本书的出版得到了中北大学教务处、信息与通信工程学院的领导，以及所有"电磁场与微波技术"课程组的教师们的大力支持和热心帮助，在此谨向他们表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，书中难免存在错误和不当之处，欢迎读者批评指正。

编　者
2010 年 5 月

目　　录

第1章　三种坐标系与场

电磁场中某些量(如电荷、电流、能量)是标量,而另一些(如电场和磁场强度)是矢量,标量和矢量都可以是时间和位置的函数。在给定的时刻和位置,一个标量完全可由其大小(正值或负值,以及它的单位)所确定。例如,我们可以规定在某时刻某一位置上的电荷量为 $-1\,\mu C$,而要确定给定位置和时刻的一个矢量,却需要同时知道矢量的大小和方向。那么,如何规定一个矢量的方向呢? 在三维空间中,它需要三个参量,并与坐标系的选择有关。当一个给定的矢量从一种坐标系转换到另一种坐标系时,这些参量也将随之改变。可是,将各种标量和矢量联系起来的物理定律和定理,无论在哪种坐标系中都必定是正确的。因此,电磁学定律的表达式并不需要规定坐标系,只是在分析一个给定的几何形状的问题时,才选取具体的坐标系。例如,要确定载流线圈中心的磁场,若线圈是矩形的,采用直角坐标就比较方便;若线圈是圆形的,则采用极坐标(二维的)更合适。然而,支配这一问题解的基本电磁关系,对这两种几何形状都是一样的。在电磁学中应用矢量方法可简单描述场的分布和方向。

本章的主要内容为:

(1)三种常用正交坐标系(直角、圆柱和球坐标系)的建立。

(2)三种坐标系中矢量的长度元、面积元、体积元的表示及运算方法。

(3)矢量代数——矢量加法、减法和乘法。

1.1　单位矢量

矢量有大小和方向。例如,矢量 $\boldsymbol{A}$ 可以写成

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{e}_A A \tag{1-1}$$

式中:A 是 $\boldsymbol{A}$ 的大小(也称模或长度);$\boldsymbol{e}_A$ 是沿 $\boldsymbol{A}$ 方向且大小为1的无量纲单位矢量。即

$$\boldsymbol{e}_A=\frac{\boldsymbol{A}}{A} \tag{1-2}$$

在三维正交曲线坐标系中,任一矢量 $\boldsymbol{A}$ 都可以给出三个分量。例如,在直角坐标系中,矢量 $\boldsymbol{A}$ 的三个分量分别是 $\boldsymbol{e}_xA_x$,$\boldsymbol{e}_yA_y$,$\boldsymbol{e}_zA_z$。

1.2　三种常用的坐标系

为了分析某一物理量在空间的分布和变化规律,必须引入坐标系。而且,常常根据被研究物体不同的几何形状而采用不同的坐标系。在电磁场理论中,用得较多的是直角坐标系、圆柱坐标系和球坐标系。

任何描述三维空间的坐标系都要有三个独立的坐标变量 u_1,u_2,u_3(如直角坐标系中的 x,y,z),而 u_1,u_2,u_3 均为常数时,就代表三组曲面(或平面),称为坐标面。若三组坐标面在空间

每一点正交，则坐标面的交线（一般是曲线）也在空间每一点正交，这种坐标系叫做正交曲线坐标系。直角坐标系、圆柱坐标系和球坐标系是许多正交曲线坐标系中较常用的三种。

空间任一点 M 沿坐标面的三条交线方向的单位矢量，称为坐标单位矢量。它的模等于 1，并以各坐标变量正的增加方向作为正方向。一个正交曲线坐标系的坐标单位矢量相互正交，并满足右手螺旋法则。

1.2.1 直角坐标系

直角坐标系中的三个坐标变量是 x,y,z。它们的变化范围是

$$-\infty < x < \infty, \quad -\infty < y < \infty, \quad -\infty < z < \infty$$

点 $M(x_1,y_1,z_1)$ 是三个平面 $x=x_1, y=y_1, z=z_1$ 的交点，如图 1-1 所示。过空间点 $M(x_1,y_1,z_1)$ 的坐标单位矢量记为 $\boldsymbol{e}_x,\boldsymbol{e}_y,\boldsymbol{e}_z$，它们相互正交，而且遵循右手螺旋法则，且有

$$\begin{cases} \boldsymbol{e}_x \times \boldsymbol{e}_y = \boldsymbol{e}_z \\ \boldsymbol{e}_y \times \boldsymbol{e}_z = \boldsymbol{e}_x \\ \boldsymbol{e}_z \times \boldsymbol{e}_x = \boldsymbol{e}_y \end{cases} \tag{1-3}$$

$\boldsymbol{e}_x,\boldsymbol{e}_y,\boldsymbol{e}_z$ 是常矢量，其方向不随 M 点位置的变化而变化，这是直角坐标系的一个很重要的特征。直角坐标系内的任一矢量 $\boldsymbol{A}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{e}_x A_x + \boldsymbol{e}_y A_y + \boldsymbol{e}_z A_z \tag{1-4}$$

式中：A_x,A_y,A_z 是 $\boldsymbol{A}$ 在 $\boldsymbol{e}_x,\boldsymbol{e}_y,\boldsymbol{e}_z$ 方向上的投影。

1. 直角坐标系中的长度元

任意点 M 的位置矢量为

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{e}_x x + \boldsymbol{e}_y y + \boldsymbol{e}_z z \tag{1-5}$$

图 1-2 中，由点 $M(x_1,y_1,z_1)$ 沿 $\boldsymbol{e}_x,\boldsymbol{e}_y,\boldsymbol{e}_z$ 方向分别取微分长度元 $\mathrm{d}x,\mathrm{d}y,\mathrm{d}z$。

于是过点 M 的长度元为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \boldsymbol{e}_x \mathrm{d}x + \boldsymbol{e}_y \mathrm{d}y + \boldsymbol{e}_z \mathrm{d}z \tag{1-6}$$

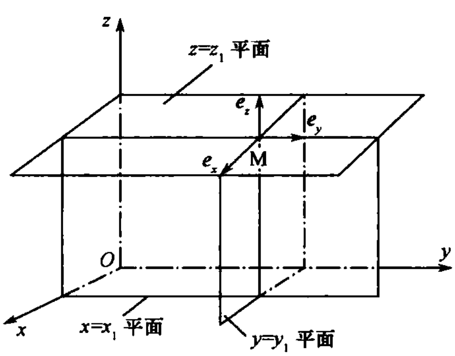


图 1-1 直角坐标系

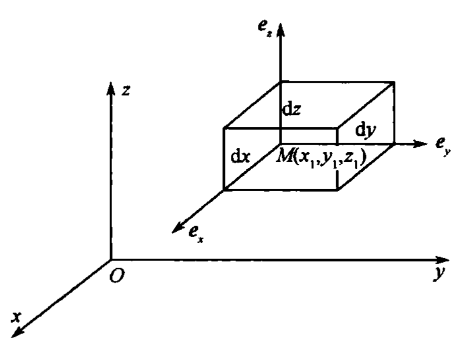


图 1-2 直角坐标系中的单位矢量、长度元、面积元和体积元

2. 直角坐标系中的面积元

由 $x,x+\mathrm{d}x,y,y+\mathrm{d}y,z,z+\mathrm{d}z$ 这六个面决定一个直角六面体，它的各个面的面积元矢量表示如下。

(1)沿 x 方向的面积元为

$$d\boldsymbol{S}_x=\boldsymbol{e}_x dl_y dl_z=\boldsymbol{e}_x dydz \tag{1-7a}$$

沿 $-x$ 方向的面积元为

$$-d\boldsymbol{S}_x=-\boldsymbol{e}_x dl_y dl_z=-\boldsymbol{e}_x dydz \tag{1-7b}$$

(2)沿 y 方向的面积元为

$$d\boldsymbol{S}_y=\boldsymbol{e}_y dl_x dl_z=\boldsymbol{e}_y dxdz \tag{1-8a}$$

沿 $-y$ 方向的面积元为

$$-d\boldsymbol{S}_y=-\boldsymbol{e}_y dl_x dl_z=-\boldsymbol{e}_y dxdz \tag{1-8b}$$

(3)沿 z 向的面积元为

$$d\boldsymbol{S}_z=\boldsymbol{e}_z dl_x dl_y=\boldsymbol{e}_z dxdy \tag{1-9a}$$

沿 $-z$ 向的面积元为

$$-d\boldsymbol{S}_z=-\boldsymbol{e}_z dl_x dl_y=-\boldsymbol{e}_z dxdy \tag{1-9b}$$

(4)整个直角六面体的面积元矢量和为

$$\boldsymbol{e}_x dydz+\boldsymbol{e}_y dxdz+\boldsymbol{e}_z dxdy+(-\boldsymbol{e}_x dydz-\boldsymbol{e}_y dxdz-\boldsymbol{e}_z dxdy)=0$$

3. 直角坐标系中的体积元

由 $x,x+dx,y,y+dy,z,z+dz$ 这六个面决定的直角六面体的体积为

$$dV=dxdydz \tag{1-10}$$

1.2.2 圆柱坐标系

圆柱坐标系中的三个坐标变量是 r,φ,z。与直角坐标系相同,也有一个 z 变量。各变量的变化范围为

$$0\leqslant r<\infty \quad 0\leqslant\varphi\leqslant 2\pi \quad -\infty<z<\infty$$

在图 1-3 所示的坐标系中,点 $M(r_1,\varphi_1,z_1)$是以下三个面的交点:

(1)$r=r_1$,这是以 z 轴为轴线,以 r_1 为半径的圆柱面。r_1 是 M 点到 z 轴的垂直距离。

(2)$\varphi=\varphi_1$,这是以 φ 轴为界的半平面。φ_1 是 xOz 平面与通过 M 点的半平面之间的夹角。

(3)$z=z_1$,这是与 z 轴垂直的平面。z_1 是点 M 到 xOy 平面的垂直距离。

过空间点 $M(r,\varphi,z)$的坐标单位矢量记为 $\boldsymbol{e}_r,\boldsymbol{e}_\varphi,\boldsymbol{e}_z$。它们相互正交,而且遵循右手螺旋法则,即

$$\boldsymbol{e}_r\times\boldsymbol{e}_\varphi=\boldsymbol{e}_z \tag{1-11a}$$

$$\boldsymbol{e}_\varphi\times\boldsymbol{e}_z=\boldsymbol{e}_r \tag{1-11b}$$

$$\boldsymbol{e}_z\times\boldsymbol{e}_r=\boldsymbol{e}_\varphi \tag{1-11c}$$

在圆柱坐标系中,除 $\boldsymbol{e}_z$ 外,$\boldsymbol{e}_r,\boldsymbol{e}_\varphi$ 的方向都随点 M 位置的变化而变化,但三者之间总保持上述的正交关系。在点 M 的任一矢量 $\boldsymbol{A}$ 可表示为

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{e}_r A_r+\boldsymbol{e}_\varphi A_\varphi+\boldsymbol{e}_z A_z \tag{1-12}$$

式中:A_r,A_φ,A_z 分别是 $\boldsymbol{A}$ 在 $\boldsymbol{e}_r,\boldsymbol{e}_\varphi,\boldsymbol{e}_z$ 方向上的投影。

1. 圆柱坐标系中的长度元

如图 1－4 所示，在点 $M(r,\varphi,z)$ 处沿 $\boldsymbol{e}_r,\boldsymbol{e}_\varphi,\boldsymbol{e}_z$ 方向的长度元分别为

$$\mathrm{d}l_r=\mathrm{d}r \tag{1-13a}$$

$$\mathrm{d}l_\varphi=r\mathrm{d}\varphi \tag{1-13b}$$

$$\mathrm{d}l_z=\mathrm{d}z \tag{1-13c}$$

用矢量表示为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{l}_r=\boldsymbol{e}_r\mathrm{d}r \tag{1-14a}$$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{l}_\varphi=\boldsymbol{e}_\varphi r\mathrm{d}\varphi \tag{1-14b}$$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{l}_z=\boldsymbol{e}_z\mathrm{d}z \tag{1-14c}$$

过任意点的长度元 $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 可表示为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\boldsymbol{e}_r\mathrm{d}r+\boldsymbol{e}_\varphi r\mathrm{d}\varphi+\boldsymbol{e}_z\mathrm{d}z \tag{1-14d}$$

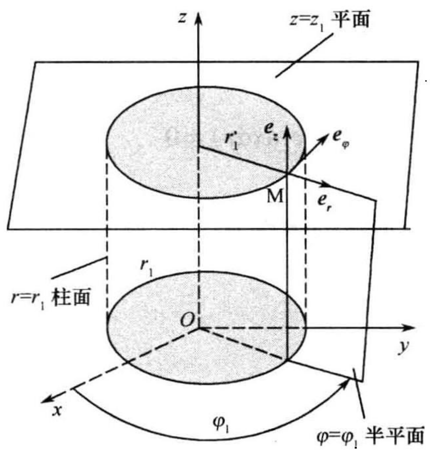


图 1－3　圆柱坐标系

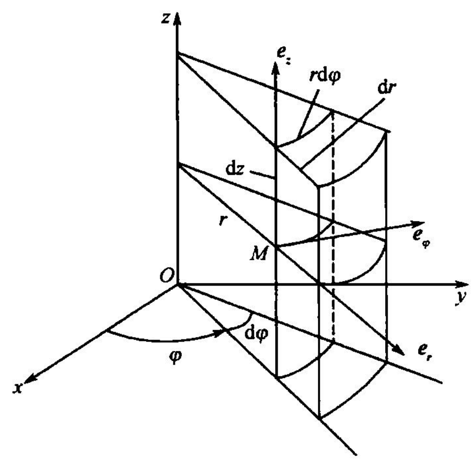


图 1－4　圆柱坐标系中的单位矢量、长度元、面积元和体积元

2. 圆柱坐标系中的面积元

由 $r,r+\mathrm{d}r,\varphi,\varphi+\mathrm{d}\varphi,z,z+\mathrm{d}z$ 六个坐标曲面决定的六面体上的面积元如下。

（1）沿 $\boldsymbol{e}_r$ 方向的面积元为

$$\mathrm{d}S_r=\mathrm{d}l_\varphi\cdot \mathrm{d}l_z=r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}z \tag{1-15a}$$

用矢量表示面积元为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{S}_r=\boldsymbol{e}_r\mathrm{d}l_\varphi\cdot \mathrm{d}l_z=\boldsymbol{e}_r r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}z \tag{1-15b}$$

（2）沿 $-\boldsymbol{e}_r$ 方向的面积元为

$$-\mathrm{d}S_r=-\mathrm{d}l_\varphi\cdot \mathrm{d}l_z=-r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}z \tag{1-16a}$$

用矢量表示面积元为

$$-\mathrm{d}\boldsymbol{S}_r=-\boldsymbol{e}_r\mathrm{d}l_\varphi\cdot \mathrm{d}l_z=-\boldsymbol{e}_r r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}z \tag{1-16b}$$

（3）沿 $\boldsymbol{e}_\varphi$ 方向的面积元为

$$\mathrm{d}S_\varphi=\mathrm{d}l_r\cdot \mathrm{d}l_z=\mathrm{d}r\mathrm{d}z \tag{1-17a}$$

用矢量表示面积元为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{S}_\varphi = \boldsymbol{e}_\varphi \mathrm{d}l_r \cdot \mathrm{d}l_z = \boldsymbol{e}_\varphi \mathrm{d}r\mathrm{d}z \tag{1-17b}$$

(4)沿 $-\boldsymbol{e}_\varphi$ 方向的面积元为

$$-dS_\varphi = -\mathrm{d}l_r \cdot \mathrm{d}l_z = -\mathrm{d}r\mathrm{d}z \tag{1-18a}$$

用矢量表示面积元为

$$-\mathrm{d}\boldsymbol{S}_\varphi = -\boldsymbol{e}_\varphi \mathrm{d}l_r \cdot \mathrm{d}l_z = -\boldsymbol{e}_\varphi \mathrm{d}r\mathrm{d}z \tag{1-18b}$$

(5)沿 $\boldsymbol{e}_z$ 方向的面积元为

$$\mathrm{d}S_z = \mathrm{d}l_\varphi \cdot \mathrm{d}l_r = r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}r \tag{1-19a}$$

用矢量表示面积元为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{S}_z = \boldsymbol{e}_z \mathrm{d}l_\varphi \cdot \mathrm{d}l_r = \boldsymbol{e}_z r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}r \tag{1-19b}$$

(6)沿 $-\boldsymbol{e}_z$ 方向的面积元为

$$-\mathrm{d}S_z = -\mathrm{d}l_\varphi \cdot \mathrm{d}l_r = -r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}r \tag{1-20a}$$

用矢量表示面积元为

$$-\mathrm{d}\boldsymbol{S}_z = -\boldsymbol{e}_z \mathrm{d}l_\varphi \cdot \mathrm{d}l_r = -\boldsymbol{e}_z r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}r \tag{1-20b}$$

可见,组成六面体的面积元矢量和等于 **0**。

3. 圆柱坐标系中的体积元

由面积元 $r, r+\mathrm{d}r, \varphi, \varphi+\mathrm{d}\varphi, z, z+\mathrm{d}z$ 组成的六面体的体积为

$$\mathrm{d}V = \mathrm{d}l_r \mathrm{d}l_\varphi \mathrm{d}l_z = r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}z \tag{1-21}$$

1.2.3 球坐标系

球坐标系中的三个坐标变量是 r, θ, φ。与圆柱坐标系相似,也有一个 φ 变量。各变量的变化范围为

$$0 \leqslant r < \infty, \quad 0 \leqslant \theta \leqslant \pi, \quad 0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi$$

在球坐标中,点 $M(r,\theta,\varphi)$ 由下述三个面的交点所确定:

(1)$r = r_1$,这是以原点为中心、以 r_1 为半径的球面。r_1 是点 M 到原点的直线距离。

(2)$\theta = \theta_1$,这是以原点为顶点、以 z 轴为轴线的圆锥面,θ_1 是正向 z 轴与连线 OM 之间的夹角。

(3)$\varphi = \varphi_1$,这是以 z 轴为界的半平面。φ_1 是 xoz 平面与通过点 M 的半平面之间的夹角。坐标变量 φ 称为方位角,如图 1-5 所示。

在图 1-6 中,过空间任意点 $M(r,\theta,\varphi)$ 的坐标单位矢量记为 $\boldsymbol{e}_r, \boldsymbol{e}_\theta, \boldsymbol{e}_\varphi$,它们相互正交,而且遵循右手螺旋法则,即

$$\boldsymbol{e}_r \times \boldsymbol{e}_\theta = \boldsymbol{e}_\varphi \tag{1-22a}$$

$$\boldsymbol{e}_\varphi \times \boldsymbol{e}_r = \boldsymbol{e}_\theta \tag{1-22b}$$

$$\boldsymbol{e}_\theta \times \boldsymbol{e}_\varphi = \boldsymbol{e}_r \tag{1-22c}$$

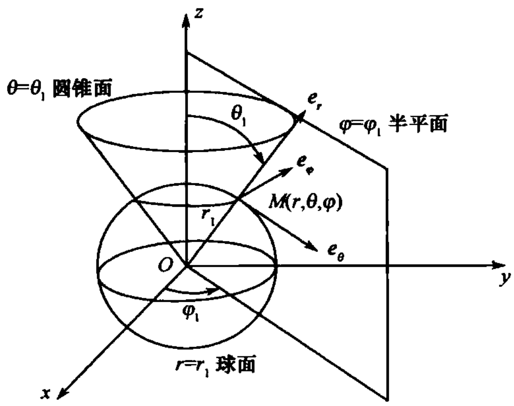


图 1－5　球坐标系

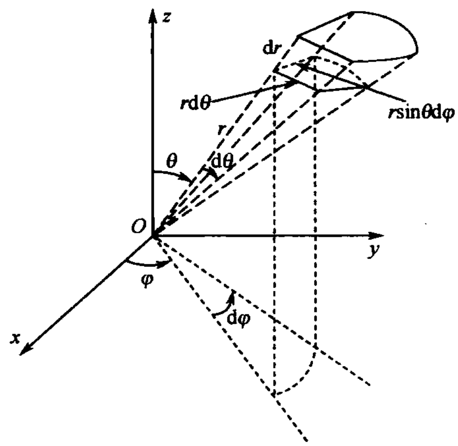


图 1－6　球坐标系中长度元、面积元和体积元

在球坐标系中，e_r,e_θ,e_φ的方向都因点 M 位置的变化而变化，但三者之间始终保持正交关系。在点 M 的任一矢量可表示为

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{e}_rA_r+\boldsymbol{e}_\theta A_\theta+\boldsymbol{e}_\varphi A_\varphi \tag{1-23}$$

A_r,A_θ,A_φ分别是 $\boldsymbol{A}$ 沿 $\boldsymbol{e}_r,\boldsymbol{e}_\theta,\boldsymbol{e}_\varphi$方向的分量。

1. 球坐标系中的长度元

在点 $M(r,\theta,\varphi)$处沿 $\boldsymbol{e}_r,\boldsymbol{e}_\theta,\boldsymbol{e}_\varphi$方向的长度元分别为

$$\mathrm{d}l_r=\mathrm{d}r \tag{1-24a}$$

$$\mathrm{d}l_\theta=r\mathrm{d}\theta \tag{1-24b}$$

$$\mathrm{d}l_\varphi=r\sin\theta\mathrm{d}\varphi \tag{1-24c}$$

用矢量表示为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{l}_r=\boldsymbol{e}_r\mathrm{d}r \tag{1-25a}$$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{l}_\theta=\boldsymbol{e}_\theta r\mathrm{d}\theta \tag{1-25b}$$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{l}_\varphi=\boldsymbol{e}_\varphi r\sin\theta\mathrm{d}\varphi \tag{1-25c}$$

对于任意点，长度元为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\boldsymbol{e}_r\mathrm{d}r+\boldsymbol{e}_\theta r\mathrm{d}\theta+\boldsymbol{e}_\varphi r\sin\theta\mathrm{d}\varphi \tag{1-25d}$$

2. 球坐标系中的面积元

由 $r,r+\mathrm{d}r,\theta,\theta+\mathrm{d}\theta,\varphi,\varphi+\mathrm{d}\varphi$ 六个面决定的六面体的面积元为

(1)沿 $\boldsymbol{e}_r$方向的面积元为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{S}_r=\boldsymbol{e}_r\mathrm{d}l_\theta\cdot\mathrm{d}l_\varphi=\boldsymbol{e}_r r\mathrm{d}\theta r\sin\theta\mathrm{d}\varphi=\boldsymbol{e}_r r^2\sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi \tag{1-26a}$$

沿 $-\boldsymbol{e}_r$方向的面积元为

$$-\mathrm{d}\boldsymbol{S}_r=-\boldsymbol{e}_r\mathrm{d}l_\theta\cdot\mathrm{d}l_\varphi=-\boldsymbol{e}_r r\mathrm{d}\theta r\sin\theta\mathrm{d}\varphi=-\boldsymbol{e}_r r^2\sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi \tag{1-26b}$$

(2)沿 $\boldsymbol{e}_\theta$方向的面积元为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{S}_\theta=\boldsymbol{e}_\theta\mathrm{d}l_r\cdot\mathrm{d}l_\varphi=\boldsymbol{e}_\theta\mathrm{d}r\cdot r\sin\theta\mathrm{d}\varphi=\boldsymbol{e}_\theta r\sin\theta\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi \tag{1-27a}$$

沿 $-\boldsymbol{e}_\theta$方向的面积元为