

 考试名家指导

MBA/MPA/MPAcc 联考同步复习指导系列

MBA MPA MPAcc

2017版

数学应试技巧 攻略

适用管理类专业：

MBA · MPA · MPAcc · 审计 ·

工程管理 · 旅游管理 · 图书情报

汪学能 等编著

第3版

- ◎ 内含2套模拟卷+8套历年真题及答案详解
- ◎ 强调解题方法的技巧性，独创多种解题技巧
- ◎ 归纳、分类、整理历年数学真题，把握命题走向



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

 考试名家指导

MBA/MPA/MPAcc 联考同步复习指导系列

MBA MPA 2017 版 MPAcc

数学应试技巧 攻略

适用管理类专业：

MBA · MPA · MPAcc · 审计 ·

工程管理 · 旅游管理 · 图书情报

汪学能 等编著

第3版



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

本书根据最新管理类研究生入学考试数学考试大纲编写而成。全书分为备考策略篇、基础篇、系统篇、模拟试卷与历年真题解析四大部分。基础篇、系统篇又根据管理类研究生入学考试数学大纲要求的内容以及历年真题分成了若干板块,每个板块分为考点概述、经典例题解析、习题训练和习题参考答案四个部分。另外,本书随书赠送一本根据最新考试大纲和历年真题的考试动向编写的公式手册。

本书特别强调对数学考试大纲所划定的基本概念和基础知识的正确理解和熟练运用。通过本书的复习,考生可以了解并掌握各类型试题的解题技巧,在较短时间内提高自己的数学应试能力。

本书适用于报考管理类研究生入学考试(MBA、MPA、MPAcc、工程管理、旅游管理、图书情报)的考生。

图书在版编目(CIP)数据

2017MBA、MPA、MPAcc 管理类联考数学应试技巧攻略/

汪学能等编著. —3 版. —北京:机械工业出版社,2016.2(2016.4 重印)

(MBA、MPA、MPAcc 联考与经济类联考同步复习指导系列)

ISBN 978-7-111-53017-6

I. ①2… II. ①汪… III. ①高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. ①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 030580 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:孟玉琴 责任编辑:孙磊

责任校对:田旭 责任印制:乔宇

保定市中国画美凯印刷有限公司印刷

2016 年 4 月第 3 版·第 2 次印刷

184mm×260mm·22.25 印张·544 千字

5 001-8 000 册

标准书号:ISBN 978-7-111-53017-6

定价:48.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线:010-88361066

机工官网:www.cmpbook.com

读者购书热线:010-68326294

机工官博:weibo.com/cmp1952

010-88379203

教育服务网:www.cmpedu.com

封面防伪标均为盗版

金书网:www.golden-book.com

前 言

为了帮助报考管理类研究生入学考试（MBA、MPA、MPAcc、工程管理、旅游管理、图书情报）的考生更好地复习、备考数学，作者对历年数学试题进行了研究，将其归纳、分类、整理。在此基础上，按照最新管理类研究生入学考试数学考试大纲要求的内容编写了本书。

全书分为备考策略篇、基础篇、系统篇、模拟试卷与历年真题解析四大部分。基础篇、系统篇又根据管理类研究生入学考试数学大纲要求的内容以及历年真题分成了若干板块，每个板块分为考点概述、经典例题解析、习题训练和习题参考答案四个部分。数学试题是无限的，而题型是有限的，特别是分析研究考试真题，根据真题的出题走向进行复习，才能够做到高效学习。

本书特别强调对数学考试大纲所划定的基本概念和基础知识的正确理解和熟练运用。管理类考试中的数学题是选择题，而选择题往往有多种方法求解。用什么方法能以最快的速度找到答案，就变得极为重要，这也是赢得时间取胜的关键。为此，本书特别强调解题方法的技巧性，考生需要对这些题进行详细的研究和分析，同时掌握该类型试题的解法。

本书随书赠送一本公式手册，可以帮助考生快速掌握数学考点，拾起遗忘多年的公式。

本书在编写的过程中，得到了多方的大力支持，特此感谢。在编写本书时，编者参阅了有关书籍以及历年真题，在此特向有关作者致谢。

其他参与本书编写工作的人员有：万琳、余美玲、余涛、张艳、唐江伟、罗科兵、姚学文、莫天澳、王玉敏、柳超、王祥、范春琳、程娟、安贵顺、万胜国、覃德月、李忠武、邓东生、朱敏、吴喜华。

由于编者水平有限，时间仓促，书中难免有错误和疏漏之处，在此恳请读者批评指正。

汪学能

2016年1月于北京

目 录

前 言

第一篇	备考策略篇	1
	应试方针	2
	备考策略	8
第二篇	基础篇	29
第一章	数与式	30
第一节	考点概述	30
第二节	经典例题解析	38
第三节	习题训练	53
第四节	习题参考答案	60
第二章	应用题	72
第一节	考点概述	72
第二节	经典例题解析	76
第三节	习题训练	90
第四节	习题参考答案	98
第三章	函数、方程和不等式	106
第一节	考点概述	106
第二节	经典例题解析	112
第三节	习题训练	125
第四节	习题参考答案	128
第四章	平面几何	134
第一节	考点概述	134
第二节	经典例题解析	139
第三节	习题训练	149
第四节	习题参考答案	154
第五章	立体几何	159
第一节	考点概述	159
第二节	经典例题解析	160

	第三节 习题训练	165
	第四节 习题参考答案	167
第三篇	系统篇	169
第六章	数列	170
	第一节 考点概述	170
	第二节 经典例题解析	173
	第三节 习题训练	185
	第四节 习题参考答案	188
第七章	解析几何	193
	第一节 考点概述	193
	第二节 经典例题解析	197
	第三节 习题训练	212
	第四节 习题参考答案	215
第八章	排列组合	221
	第一节 考点概述	221
	第二节 经典例题解析	223
	第三节 习题训练	230
	第四节 习题参考答案	233
第九章	概率	238
	第一节 考点概述	238
	第二节 经典例题解析	242
	第三节 习题训练	252
	第四节 习题参考答案	255
第四篇	模拟试卷与历年真题解析	261
	2017 年管理类专业学位联考数学模拟试卷 (一)	262
	2017 年管理类专业学位联考数学模拟试卷 (二)	265
	2009 年管理类专业学位联考综合能力试题 (数学部分)	268
	2010 年管理类专业学位联考综合能力试题 (数学部分)	271
	2011 年管理类专业学位联考综合能力试题 (数学部分)	274
	2012 年管理类专业学位联考综合能力试题 (数学部分)	277
	2013 年管理类专业学位联考综合能力试题 (数学部分)	280
	2014 年管理类专业学位联考综合能力试题 (数学部分)	283
	2015 年管理类专业学位联考综合能力试题 (数学部分)	286
	2016 年管理类专业学位联考综合能力试题 (数学部分)	289
	模拟试卷与历年真题答案及解析	292

2017

MBA、MPA、MPAcc等专业学位
管理类联考数学应试技巧攻略

第一篇

备考策略篇

◆ 应试方针 / 2

◆ 备考策略 / 8

应试方针

本书是针对管理类专业硕士联考综合能力测试中数学部分做的相应解读。自 1998 年至今联考数学经过三次大的变化，最近一次变化是从 2008 年至今，所以我们解析 2009 至 2016 年的真题。综合能力考试分数学、逻辑、写作三部分，总分 200 分，考试时间为三小时（详见真题以及模拟试题）。考试中时间是生命线（大量的成功和失败的实例已经充分证明）。而数学在综合考试中又占据双重地位，数学本身的分数占 75 分，份额最大（逻辑 60、写作 65），同时数学部分能节省较多的时间用于逻辑和写作部分，让后两部分占据主动地位，实现三赢效果。怎样做到在短时间（1 小时内）取得高（满）分就是摆在每位考生眼前急需解决的问题，即要求考生在考试中做到“快、准”结合。

联考中的数学考察的是思维技巧性，旨在思维上的解放，而不是局限于常规解题。数学的常规方法解题有很大的弊端，例如：运算量大、耗时长且把握性不大。编者历经 15 余年的全程面授教学经验以及潜心研究历年命题动态，扣题精准！且独创（一）思维解题法；（二）经验公式法；（三）考试方法技巧性；（四）考试心理技巧法，讲授“一分钟解题法”。其教学特点以及解题方法、技巧已成为业界内的典范。（该部分详细内容参考备考策略篇）。

本书按照联考中数学大纲要求的考试内容以及难易度分为两大篇章：基础篇、系统篇。

基础篇

第一章 数与式

本部分包涵了基础算术以及初步代数

一、数

1. 奇数、偶数、质数、合数
2. 整除、公倍数、公约数
3. 分数、比与比例
4. 平均数、方差、标准差
5. 实数、根式以及运算

二、式

1. 整式以及运算
2. 整式的因式分解
3. 多项式以及余式
4. 完全平方式、绝对值以及非负性
5. 均值不等式
6. 指数、对数

第二章 应用题

1. 利润、百分比、比例问题
2. 工程
3. 路程、速度
4. 溶液、浓度
5. 其他类型

第三章 函数、方程和不等式

1. 集合
2. 函数
3. 方程
4. 不等式以及恒成立

第四章 平面几何

1. 三角形
2. 四边形
3. 圆以及扇形
4. 平面几何面积计算

第五章 立体几何

1. 长方体、正方体
2. 柱体、球体
3. 空间几何体的面积以及体积计算

系统篇

第六章 数列

1. 一般数列
2. 等差数列
3. 等比数列

第七章 解析几何

1. 点与点、点与线、点与圆
2. 线与圆、圆与圆
3. 直线与圆的方程

第八章 排列组合

1. 排列与排列数
2. 组合与组合数
3. 二项式定理

第九章 概率

1. 事件以及运算
2. 古典概率以及加法、乘法公式
3. 独立事件
4. 伯努利概型



数学考试题型介绍

☞ 第一大题：问题求解

例 1 (2016 年) 设抛物线 $y = x^2 + 2ax + b$ 与 x 轴相交于 A, B 两点, 点 C 的坐标为 $(0, 2)$, 若 $\triangle ABC$ 的面积等于 6, 则 ().

A. $a^2 + b = 9$

B. $a^2 - b = 9$

C. $a^2 - b = 36$

D. $a^2 - 4b = 9$

E. $a^2 + b = 36$

分析 经验公式法 $|x_B - x_A| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$; 对于 $y = x^2 + 2ax + b$ 有 $|x_B - x_A| =$

$$\frac{\sqrt{(2a)^2 - 4b}}{|1|}, \text{ 又 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |x_B - x_A| |OC| = 6 \Rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{(2a)^2 - 4b} \times 2 = 6,$$

故 $\sqrt{(2a)^2 - 4b} = 2 \sqrt{a^2 - b} = 6 \Rightarrow a^2 - b = 9$. 选 B.

例 2 (2015 年) 若实数 a, b, c 满足 $a:b:c = 1:2:5$, 且 $a + b + c = 24$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 =$ ().

A. 30

B. 90

C. 120

D. 240

E. 270

分析 利用思维解题法: 设 $a:b:c = k:2k:5k$, 则有 $a + b + c = 8k = 24 \Rightarrow k = 3$,

因此有 $a^2 + b^2 + c^2 = k^2 + (2k)^2 + (5k)^2 = 30k^2 = 270$. 选 E.

例 3 (2014 年) 某部门在一次联欢活动中设了 26 个奖, 奖品均价为 280 元, 其中一等奖单价为 400 元, 其他奖品均价为 270 元, 一等奖的个数为 ().

A. 6 个

B. 5 个

C. 4 个

D. 3 个

E. 2 个

分析 采用数形结合法:

$$\begin{array}{ccc} 400 & & 10 \\ & \searrow & \nearrow \\ & 280 & \\ & \nearrow & \searrow \\ 270 & & 120 \end{array} \Rightarrow x = \frac{1}{13} \times 26 = 2. \text{ 选 E.}$$

例 4 (2013 年) 甲班共有 30 名学生, 在一次满分为 100 分的测试中, 全班平均成绩为 90 分, 则成绩低于 60 分的学生至多有 () 个.

A. 8

B. 7

C. 6

D. 5

E. 4

分析 利用逆向思维法: 由题意得到全班一共要失去 300 分, 低于 60 分的学生每人至少失掉 40 分, 选 B.

例 5 (2013 年) 已知 $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \cdots + \frac{1}{(x+9)(x+10)}$, 则 $f(8) =$ ().

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{10}$ C. $\frac{1}{16}$ D. $\frac{1}{17}$ E. $\frac{1}{18}$

分析 经验公式法: $f(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+10}$, $f(8) = \frac{1}{8+1} - \frac{1}{8+10} = \frac{1}{18}$, 选 E.

☞ 第二大题: 条件充分性判断

- (A) 条件(1)充分, 但条件(2)不充分.
 (B) 条件(2)充分, 但条件(1)不充分.
 (C) 条件(1)和(2)单独都不充分, 但条件(1)和条件(2)联合起来充分.
 (D) 条件(1)充分, 条件(2)也充分.
 (E) 条件(1)和(2)单独都不充分, 条件(1)和条件(2)联合起来也不充分.

	条件(1)		条件(2)		选项
1	√		×		(A)
2	×		√		(B)
3	×	+	×	=√	(C)
4	√		√		(D)
5	×	+	×	=×	(E)

例6 (2016年) 设 x, y 是实数, 则可以确定 $x^3 + y^3$ 的最小值.

- (1) $xy = 1$. (2) $x + y = 2$.

分析 经验公式法: $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$.

条件(1)明显不充分, x, y 可以为正或负, 故无法确定大小.

由条件(2)得到 $x + y = 2 \Rightarrow y = 2 - x$, 则有 $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 2[x^2 - x(2 - x) + (2 - x)^2] = 6(x - 1)^2 + 2$, 二次函数开口向上有最小值, 故条件(2)充分. 选 B.

例7 (2015年) 已知 $M = (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1})(a_2 + a_3 + \cdots + a_n)$, $N = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n)(a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1})$, 则 $M > N$.

- (1) $a_1 > 0$. (2) $a_1 a_n > 0$.

分析 利用转移式思维解题法, $M = S_{n-1}(S_n - a_1)$, $N = S_n(S_{n-1} - a_1)$, $M - N = -a_1 S_{n-1} + a_1 S_n = a_1 a_n$.

因此易得到条件(2)单独充分, 条件(1)不充分. 选 B.

例8 (2014年) 设 x 是非零实数, 则 $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$.

- (1) $x + \frac{1}{x} = 3$. (2) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$.

分析 由条件(1) $x + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 7$,



$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}\right) = 3 \times 6 = 18, \text{ 条件(1)充分.}$$

条件(2)明显 x 有正负之分, 不充分. 选 A.

例 9 (2013 年) 已知 x, y, z 为非零实数, 则 $\frac{2x+3y-4z}{-x+y-2z} = 1$.

(1) $3x - 2y = 0$.

(2) $2y - z = 0$.

分析 利用考试方法技巧性中的特值法.

显然条件(1)、(2)联立时, $3x = 2y = z$,

令 $z = 6 \Rightarrow x = 2, y = 3$, 代入成立, 所以联立充分. 选 C.

数学高效学习、复习方法

一、重视基础知识

每一道考试题都是由基本的定理、定义、公式构成的, 它们多层次的组合形成了难易程度不同的问题, 所以这些定理、定义、公式是解题的基础, 而熟练掌握和深刻理解这些内容就成为解题的关键. 为了熟练掌握并牢固记忆和理解所有的定理、定义和公式, 一定要先复习第二篇和第三篇的每章的考点概述, 对考点的内容要熟练记忆, 然后再参考经典例题.

数学解题能力的提高是一个不断积累、循序渐进的过程. 不过联考的数学题目考查的是思维性, 合理利用高效的方法可以顺利解决大部分题目. 在本书第一篇会给出一份高效备考策略, 对其中的内容、方法, 考生要仔细地揣摩、练习, 以达到熟练运用其中的方法、技巧.

二、重视历年真题的训练

通过对历年真题的类型、特点、思路进行系统的归纳总结, 可以估计一下考试难度, 对自己有一个合理准确的定位, 对考试板块中自己拿手的部分着重复习. 同时还要有意识地重点梳理该部分的解题思路、方法等, 因为对同一部分的考试题对应的考试点是相同的, 同样解题思路、方法也是类似的. 对于那些具有很强的典型性、灵活性、启发性的题, 要特别注重解题思路方法和技巧的培养, 强化训练要反复进行. 提议对本书经典例题进行反复的练习, 特别是对其中提供的高效方法要着重的学习.

三、合理安排学习计划

考生大多是在职人员, 学习时间比较紧张. 但是不用担心时间够不够用, 只要考生想要学习, 什么时候都不算晚. 考生要先确定自己的大目标(分值), 再分板块实现自己的目标. 考试题目毕竟有难易之分, 而且综合考试的时间有限, 分给数学的时间更有限, 如

何在短时间里得到理想分数，是需要考生解决的，要么放弃一部分题目，要么找到高效的解题方法。再有，学习一定要不折不扣，要持之以恒。特别是在职人员，一定要善于利用自己的休息时间，制定出合理的学习计划，在备考的过程中要克服自己的缺点，如贪玩、贪睡、懒惰以及悲观、消极的情绪。

总之，备考过程是辛苦的，但也是充实的，每天坚持学习就会发现自己的进步，大脑的充实。特别是数学学习，并不可怕，只要方法对，抓住解题的关键字词、公式定理，问题就会迎刃而解。大家在学习过程中一定要对自己充满信心，遇到难题时千万不要气馁，要多和同学们沟通，相互交流学习方法，相互鼓励，以达到共同学习、共同进步的目的。在你坚持把数学内容梳理一遍之后就会惊奇地发现专硕考研尽在你的掌握之中。

备考策略

应对数学备考的策略为六字方针：

I. 方向 II. 定位 III. 行动

❖ 方向：管理类联考综合考试中数学部分命题意图：以数学知识和题型为载体，考察考生思维技巧性。作为高层管理精英，一定要具备高水准的思维模式。因为思维决定个性，而个性决定命运。

❖ 定位：“快、准”结合。通俗地讲，就是在短时间内非常有把握地做出正确的答案。

❖ 行动（细节）：行动就是细节，而细节决定成败。如何行动可分四大模块：

- 思维解题法
- 经验公式法
- 考试方法技巧性
- 考试心理技巧法

一、思维解题法

例1 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，则能确定 a, b, c 的值。

(1) 曲线 $y = f(x)$ 过点 $(0, 0)$ 和 $(1, 1)$ 。

(2) 曲线 $y = f(x)$ 与 $y = a + b$ 相切。

分析 利用方程式思维解题法，结论不要求出具体的值，三个未知数需要三个方程就可以求解，因此需要联立充分，选 C。

例2 $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) = (\quad)$ 。

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) 1

分析 利用思维解题法：令 $k_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ ， $k_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ ，

则所求式子可简化为 $(1 + k_1)k_2 - (1 + k_2)k_1 = k_2 - k_1$ ，又明显 $k_2 - k_1 = \frac{1}{5}$ ，选 A。

例3 $f(x) = ax^7 + bx^5 + cx^3 + dx + 10$ ， $f(6) = -15$ ， $f(-6) = (\quad)$ 。

(A) -15 (B) 15 (C) -25 (D) 25 (E) 35

分析 利用思维解题法：可令 $f(x) = k + 10$ ， $(k = ax^7 + bx^5 + cx^3 + dx)$

即有 $f(6) = k_1 + 10 = -15$ ， $(k_1 = a \times 6^7 + b \times 6^5 + c \times 6^3 + d \times 6, x = 6) \Rightarrow -k_1 = 25$ ，

则有 $f(-6) = -k_1 + 10 = 25 + 10 = 35$, 选 E.

例 4 $x \in \mathbf{R}$, 方程 $\frac{3}{x^2 + 3x + 2} = x^2 + 3x$ 所有根的和为().

- (A) 0 (B) -3 (C) 3 (D) -6 (E) 6

分析 利用思维解题法: 令 $k = x^2 + 3x$, 则原方程可化为 $\frac{3}{k+2} = k \Rightarrow k^2 + 2k - 3 = 0$,

易得到两个不等的实数解 $k_1 = -3, k_2 = 1$, 因此得到原方程可以转化为两个方程:

(I) $x^2 + 3x + 3 = 0$, 明显有 $\Delta < 0$ 无实数根;

(II) $x^2 + 3x - 1 = 0$, 明显有 $\Delta > 0$ 有两个不等实根, 由韦达定理得到两根和为 $x_1 + x_2 = -3$.

由上述得到原方程所有根的和为 -3, 选 B.

例 5 $m, n \in \mathbf{R}, mn \neq 1, 2m^2 - 3m - 7 = 0, 7n^2 + 3n - 2 = 0$, 则 $\frac{m}{n} = ()$.

- (A) $-\frac{7}{2}$ (B) $\frac{7}{2}$ (C) $-\frac{3}{2}$ (D) $\frac{3}{2}$ (E) 都不对

分析 观察系数, 利用逆向思维解题法: 题中两个方程为

(I) $2m^2 - 3m - 7 = 0$;

(II) 系数同除以 $-n^2$ 即为 $2\left(\frac{1}{n}\right)^2 - 3\left(\frac{1}{n}\right) - 7 = 0$.

因此可得到 $m, \frac{1}{n}$ 是方程 $2x^2 - 3x - 7 = 0$ 的两个不相等实根,

根据韦达定理得到 $m \cdot \frac{1}{n} = -\frac{7}{2}$ (两根之积), 选 A.

例 6 已知 $a^2 + a + 1 = 0$, 则 $a^{2015} + \frac{1}{a^{2015}} = ()$.

- (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2 (E) 都不对

分析 (I) 利用逆向思维解题法, 有公式 $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$;

由 $a^2 + a + 1 = 0$ 得到 $(a - 1)(a^2 + a + 1) = 0 = a^3 - 1 \Rightarrow a^3 = 1$, 也有 $a^{3n} = 1$. 即有 $a^{2013} = 1$.

(II) 又因为 $a^{2015} = a^{2013} \cdot a^2 = a^2$, 则所求式子可化简为 $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^2 + a$.

(III) 由 $a^2 + a + 1 = 0$ 得到 $a^2 + a = -1$, 选 B.

例 7 $(2+1)(2^2+1)(2^4+1) \cdots (2^{256}+1) = ()$.

- (A) $2^{512} - 1$ (B) 2^{512} (C) $2^{512} + 1$ (D) 512 (E) 都不对

分析 充分利用逆向思维解题法: 逆用 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, 分层逆用该公式如下:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \underline{(2-1)}(2+1)(2^2+1)(2^4+1) \cdots (2^{256}+1) \\ &= \underline{(2^2-1)}(2^2+1)(2^4+1) \cdots (2^{256}+1) \\ &= \underline{(2^4-1)}(2^4+1) \cdots (2^{256}+1) = \cdots = 2^{512} - 1, \text{选 A.} \end{aligned}$$



例 8 $(3+1)(3^2+1)(3^4+1)\cdots(3^{32}+1)=(\quad)$.

- (A) $3^{64}-1$ (B) 3^{64} (C) $3^{64}+1$
(D) $\frac{1}{2}\times(3^{64}-1)$ (E) $\frac{1}{2}\times(3^{64}+1)$

分析 充分利用逆向思维解题法: 逆用 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$, 分层逆用该公式如下:

$$\begin{aligned}\text{原式} &= \frac{1}{2} \times (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)\cdots(3^{32}+1) \\ &= \frac{1}{2} \times (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)\cdots(3^{32}+1) \\ &= \frac{1}{2} \times (3^4-1)(3^4+1)\cdots(3^{32}+1) = \cdots = \frac{1}{2} \times (3^{64}-1), \text{选 D.}\end{aligned}$$

例 9 $f(x)=|x-1|-2|x|+|x+2|$, $x\in[-2,1]$, 则 $f(x)_{\max}+f(x)_{\min}=(\quad)$.

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

分析 遇到绝对值问题, 首先判断在区间内绝对值内值的符号, 直接去绝对值. 也可考虑绝对值函数的每个绝对值项对应的零点值, 即为绝对值函数图像的拐点处. 该题可直接根据在区间内绝对值内值的符号, 直接去绝对值.

因为 $x\in[-2,1]$, 所以 $x-1\leq 0$, $x+2\geq 0$,

易得到 $f(x)=1-x-2|x|+x+2=3-2|x|$.

故当 $x=0$ 时, 有 $f(x)_{\max}=3-0=3$;

当 $x=-2$ 时, 有 $f(x)_{\min}=3-4=-1$.

因此有 $f(x)_{\max}+f(x)_{\min}=3-1=2$. 选 B.

例 10 $a, b\in\mathbf{R}$, $a\neq b$, $(a+1)^2=3-3(a+1)$, $3(b+1)=3-(b+1)^2$. 则 $b\sqrt{\frac{b}{a}}+a\sqrt{\frac{a}{b}}=(\quad)$.

- (A) 23 (B) -23 (C) 17 (D) -17 (E) 2

分析 (I) 采用逆向思维解题法:

观察 $(a+1)^2=3-3(a+1)$ 和 $3(b+1)=3-(b+1)^2$,

可以得到 a, b 是 $(x+1)^2+3(x+1)-3=0$ 即 $x^2+5x+1=0$ 的两个不等实根, 由韦达定理得到 $a+b=-5$, $ab=1$.

(II) 思维解题法: 令 $k=b\sqrt{\frac{b}{a}}+a\sqrt{\frac{a}{b}}$,

$$\text{则有 } k^2 = \frac{b^3}{a} + \frac{a^3}{b} + 2ab = a^4 + b^4 + 2a^2b^2 = (a^2 + b^2)^2,$$

(注: 因为 $ab=1$, 即 $\frac{1}{b}=a$, $\frac{1}{a}=b$, $1=ab$, 对式子中的量进行代换即可得到)

由 $a+b=-5$, $ab=1$, 即有 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=23$, 即有 $k^2=23^2$,

又由 $a+b=-5$, $ab=1$, 得出 a, b 是同号且为负数 (积为正得出同号, 和为负得出都为负), 因此有 $k<0$.

由上述明显可以得出 $k = -23$, 选 B.

例 11 甲乙两商店同时购进了一批某品牌电视机, 当甲店售出 15 台时乙售出了 10 台, 此时两店的库存比为 8:7, 库存差为 5, 甲乙两店总进货量为()台.

- (A) 75 (B) 80 (C) 85 (D) 100 (E) 125

分析 利用思维解题法: 由库存比为 8:7, 得到库存份数相差一份, 又由于库存之差为 5, 即得到每一份为 5, 由题意得到共有 $8 + 7 = 15$ 份, 即库存为 $5 \times 15 = 75$ 台, 还有售出的 $15 + 10 = 25$ 台, 则共有 $75 + 25 = 100$ 台, 选 D.

例 12 面积为 S 的矩形, 分成四个部分, $S_{\text{红}} = S_{\text{绿}} = \frac{S}{3}$, 则

$$\frac{S_{\text{黄}}}{S_{\text{蓝}}} = ().$$

- (A) 2 (B) 3 (C) 4
(D) 5 (E) 6

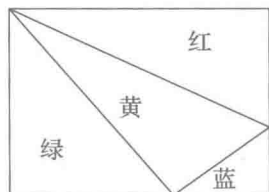


图 1.1

分析 可令 $S = 1$, 矩形的宽为 k , 则长为 $\frac{1}{k}$, 因此可

以得到如图 1.2 所示的量

$$\text{因此有 } S_{\text{蓝}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3k} \times \frac{k}{3} = \frac{1}{18}, \text{ 又 } S_{\text{黄}} + S_{\text{蓝}} = \frac{S}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow S_{\text{黄}} = \frac{1}{3} - \frac{1}{18} = \frac{5}{18}, \text{ 所以 } \frac{S_{\text{黄}}}{S_{\text{蓝}}} = 5, \text{ 选 D.}$$

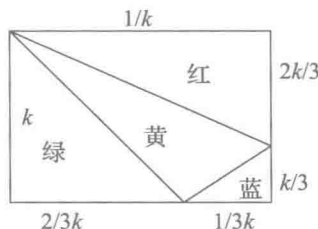


图 1.2

例 13 $m \in \mathbf{R}$, 直线 $mx + y = m - 1$ 与圆 $x^2 + y^2 - x - y - 3 = 0$ 的位置关系是().

- (A) 相离 (B) 相切 (C) 相交
(D) 都有可能 (E) m 不确定, 无法判断

分析 直线 $mx + y = m - 1 \Leftrightarrow m(x - 1) + (y + 1) = 0$, 易得到该直线恒过点 $(1, -1)$, 而点 $(1, -1)$ 与圆 $x^2 + y^2 - x - y - 3 = 0$ 的位置关系易判断, 点坐标代入圆的表达式有 $1^2 + (-1)^2 - 1 - (-1) - 3 = -1 < 0$, 得到恒过点 $(1, -1)$ 在圆内, 因此该直线与圆的位置关系为相交, 选 C.

例 14 等差数列 $\{a_n\}$, $a_1 + a_4 + a_7 = 39$, $a_2 + a_5 + a_8 = 33$. 则 $a_3 + a_6 + a_9 = ()$.

- (A) 20 (B) 21 (C) 24 (D) 27 (E) 30

分析 利用思维解题法: $A = a_1 + a_4 + a_7 = 39$, $B = a_2 + a_5 + a_8 = 33$, $C = a_3 + a_6 + a_9$, 由等差数列的性质得到 A, B, C 也等差, 即有 $A + C = 2B \Rightarrow 39 + C = 66 \Rightarrow C = 27$, 选 D.

例 15 等比数列中 $q \neq -1$, $a_5 + a_6 = m$, $a_{15} + a_{16} = n (m \neq n)$. 则 $a_{25} + a_{26} = ()$.

- (A) $\frac{n}{m}$ (B) mn (C) $\frac{n^2}{m}$ (D) $\frac{m}{n^2}$ (E) $\frac{n^2}{m^2}$

分析 利用思维解题法: 令 $k = a_{25} + a_{26}$, 由等比数列性质得到 m, n, k 也成等比数列, 即有 $n^2 = mk \Rightarrow k = \frac{n^2}{m}$, 选 C.