

聚焦中国学前教育



周欣 康丹◎著

# 儿童早期数学学习困难 成因与干预



华东师大  
ECNU  
著名商标

华东师范大学出版社  
全国百佳图书出版单位

本书为教育部人文社会科学研究一般项目“儿童早期数学学习困难的成因和干预”  
(批准号: 11YJAZH130) 最终成果之一



周欣 康丹◎著

# 儿童早期数学学习困难 成因与干预

## 图书在版编目(CIP)数据

儿童早期数学学习困难:成因与干预/周欣,康丹著. —上  
海:华东师范大学出版社,2015.10

(学前儿童发展与教育高瞻丛书)

ISBN 978 - 7 - 5675 - 4274 - 7

I . ①儿… II . ①周…②康… III . ①学前儿童—数学教  
学—教学研究 IV . ①G613. 4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 261292 号

## 儿童早期数学学习困难:成因与干预

著 者 周 欣 康 丹

项目编辑 颜萍萍

审读编辑 颜萍萍

责任校对 邱红穗

装帧设计 卢晓红

出版发行 华东师范大学出版社

社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062

网 址 [www.ecnupress.com.cn](http://www.ecnupress.com.cn)

电 话 021 - 60821666 行政传真 021 - 62572105

客服电话 021 - 62865537 门市(邮购)电话 021 - 62869887

地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口

网 店 <http://hdsdcbs.tmall.com>

印 刷 者 常熟高专印刷有限公司

开 本 787 × 1092 16 开

印 张 29.5

字 数 527 千字

版 次 2015 年 12 月第 1 版

印 次 2015 年 12 月第 1 次

书 号 ISBN 978 - 7 - 5675 - 4274 - 7/G · 8771

定 价 68.00 元

出 版 人 王 焰

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021 - 62865537 联系)

# 前 言

本研究中儿童早期数学学习困难(Mathematics Learning Difficulty)是指学龄前儿童智力发展正常,但数学学习和发展水平显著低于同龄儿童的现象,这里的研究对象为5-6岁儿童群体。儿童早期数学认知发展的个别差异很大,这是一种正常的现象,它在很大程度上是与他们早期的生活和学习环境中所习得的与数学相关的经验有关。为什么本研究关注的是5-6岁儿童,是因为年龄更小的儿童如果在数学认知发展上表现出水平低下的现象,我们无法断定这种现象是数学学习有困难,还是因为后天环境,特别是家庭学习环境所提供的学习经验不足所导致。而5岁儿童已经在幼儿园有了2年的学习经验,如果他们在数学学习方面有明显的不足,我们可能应该要开始关注他们。事实上从小班开始,幼儿园的每个班上都会有2-3个数学发展水平低下的儿童,这些儿童有的在三年中会有变化和进步,特别是那些家庭中原来学习环境不理想的儿童,当进入幼儿园之后接触了数学方面的经验,其表现会很不一样。但也有的儿童可能在三年中没有很大的变化,我们的研究发现,这种可能性的比率也许更大。儿童3岁入园时的数学得分能显著预测他们在6岁离园时的得分(周欣,黄瑾,赵振国,杨宗华,2009)。从总体上看,数学学习困难人数的比例可能并不在少数。而家长和教师却不知道该如何帮助这些儿童。尽管数学学习困难是学习困难的重要方面,但相对阅读困难,对它的研究却远远不够。现有研究主要关注中小学儿童,且被试大多是小学三、四年级以上学生,对学前儿童的数学学习困难问题研究几乎还是空白。

21世纪以来,欧美国家的几个长期跟踪研究都表明,5岁儿童的数学得分能显著预测他们11岁时的数学成绩(Melhuish, Phan, Sylva, Sammons, Iram Siraj-Blatchford, & Taggart, 2008; Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009; Geary, Hoard, Nugent, & Bailey, 2012; Morgan, Farkas, & Wu, 2009)。现在这些研究所达成的一个共识是数学学习困难始于儿童早期。结合我们自己的研究,有理由推断,不少儿童的数学学习困难可能早在幼年甚至3岁前就已出现端倪,但他们并未得到应

有的关注和帮助。这种早期的负面经历可能从学前期就开始影响他们对数学学习的兴趣、态度和能力,到小学以后再对他们予以关注显然为时已晚。研究表明,越早发现这样的儿童,我们就越能有效地帮助他们(Coleman, Buysse, & Neitzel, 2006)。

近来英美国家都已开始关注学前儿童的数学教育干预(Robin S. Coddng, Channettta, George, Ferreira, & Volpe, 2011)。研究表明,学前班和一年级高质量核心教学对预防儿童的数学学习困难是非常关键的因素(Bryant, Bryant, Kethley, Sun, Kim, Pool, & Seo, 2008);学生数学成绩低下的一个主要原因是因为对学前阶段数学学习关注不够,失去了早期干预的重要时机(Chard, Baker, Clarke, Jungjohann, Davis, & Smolkowski, 2008)。早期干预对预防和减缓后续数学学习困难有重要作用(Hanley, 2005)。另外这种研究也能帮助我们更深入地理解一般儿童数学认知发展的规律、认知机制以及促进儿童数学认知发展的有效教育条件等。

也有人认为,学前阶段尚未开始正式的数学教育,这么早就把这些儿童确定为数学学习困难,是否合适?也许可以把他们称为“具有潜在数学学习困难”的群体。数学学习困难这一术语是一个比较宽泛的术语,可以在不同的层面来使用。如它可以是一个国家通过法定的鉴别手段来确定的身份,一旦确定以后,政府有法定的经费用于对这批人群的服务;它可以是心理或精神行业协会制订的标准;它可以是研究人员自己的界定,因对数学学习困难确定的标准不同而有不同的界定内涵;它也可以是在教育实践中教师根据经验对这些儿童的确定,因而可以有自己的标准。本研究沿用了数学学习困难这个术语,是基于以下几个原因:(1)目前几个较有影响包含了5岁儿童的跟踪研究都无一例外地运用了这一概念;(2)研究表明,被确定为数学学习困难的5岁儿童在进入小学5年以后仍是数学学习困难的比率很高;(3)为谨慎起见,反复查证了本研究的数据,发现经过干预以后,尽管数困儿童的数学能力得分提升普遍较明显,但是他们的后测得分与正常组儿童相比仍旧低了近一个标准差。由此断定,这些儿童中仍有较高比例的人进入小学后还是在数学学习上感到有困难的儿童。这一结果也与已有研究的结果是一致的。因此权衡之下,采用这一概念的利可能还是大于弊,它能引发人们尽早对这些处于不利地位人群予以关注和帮助;(4)运用其他概念还不如这一概念清晰,新的概念反而容易带来混乱或误解;(5)不反对运用“具有潜在数学学习困难”这一术语,且本研究中的数学学习困难儿童也可以理解为是“具有潜在数学学习困难”的儿童,因为他们中间毕竟还是有少数人进入小学后可能不一定是数学学习困难儿童。本研究把这些儿童确认为数学学习困难并非是早早地给这些儿童贴上一个负

面标签,而是试图确定发展水平低下的原因,尽早提供有针对性的早期干预。这对儿童本人的一生、家庭和学校教育无疑都有着非常重要的意义。

本书为教育部人文社会科学一般课题“儿童早期数学学习困难的成因和干预”的研究成果之一。很长时间以来,对儿童早期数学认知发展和教育的研究一般关注的是处于发展常态的主流群体,很少关注在数学学习上感到困难的儿童。这一研究课题使我们开始涉足这一不太引人注目的小众群体,却感到有许多意外的收获。对早期数学学习困难成因的探究过程使我们能从更为宏观和更为全面的视角来看待和分析儿童的数学学习和发展,也使我们能从更深层次来理解儿童的学习与周围环境中各种因素之间的关系。本研究采用了数据的量化分析和个案研究相结合的方法来探究儿童早期数学学习困难的表现特征,数学学习困难的成因以及教育干预对数学学习困难儿童的影响。个案研究是对数学学习困难儿童进行研究的理想方法,弗洛伊德精神分析理论和皮亚杰的儿童认知发展理论的构建都运用了个案研究的方法。这里的个案研究对儿童被试进行了至少一年的跟踪观察,对儿童被试进行的干预由于前后测的缘因,时间不足一年。

本书分为上、下篇两大部分。上篇为儿童早期数学学习困难的成因,包括数学学习困难的鉴别与诊断;数学学习困难儿童的数学核心缺陷;数学学习困难的生物影响因素;数学学习困难的认知机制;数学学习困难的非认知影响因素;数学学习困难的环境影响因素。对儿童早期数学学习困难的研究是21世纪以来刚刚起步的一个新生领域,对本书涉及的许多问题的研究也是刚刚开始。本书在撰写过程中也尽量去搜寻已有的研究文献,尽可能充分运用已有的信息。由于研究手段的限制,本书对数学学习困难的生物影响因素的探讨仅停留在对已有研究文献的回顾,但运用神经科学和行为科学相结合的研究方法无疑是不久的将来对学习困难领域进行研究的重要领域。对其他几个方面的影响因素的探讨,均结合了已有的研究,对本研究的量化数据或个案研究的资料进行了分析或归纳性描述。但由于样本人数的局限,统计方法的运用受到一定的限制。下篇为儿童早期数学学习困难的干预,包括干预的理论基础、干预的设计、干预的方法和策略、干预的效果、教育干预的启示、干预个案举例。

因为涉及诸多的影响因素,数学学习困难的干预研究是个极具挑战的课题,经过几年的研究实践,我和课题组成员对此深有体会。最初的研究设计应该说比我们实际的研究成果的抱负更大。我们曾经把对早期数学学习困难儿童的教师干预策略和家长干预策略作为研究的问题之一,但最终因为多种原因没有能完成这一任务。首先是

干预个案的人数翻了番,原先的研究设计中的干预个案只有 30 人,而实际因课题组成员博士论文的需要,不仅干预个案人数增加到 60 人,除了原来的对数学能力的干预之外还增加了对执行功能的干预,而这增加的干预工作量远远超越了我们原来的计划和人手可能性。另一个原因是家长干预策略这一内容已经做了一些前期的数据收集,但因一课题组成员的后期缺席无法继续完成这一任务。本研究原先的设计中还有一个重要的研究问题是考察针对 5 岁数学学习困难儿童的干预对小学一年级末数学成绩的影响。由于事先对跟踪被试配合的困难估计不足,这些被试儿童一旦进入小学以后,他们的家长大多数不愿意配合参加后测工作。尽管课题组成员也尝试了多种办法,最终只有少数被试完成了一年级末的后测。这些数据无法做出令人信服的统计分析,只是运用了描述性统计方法或在个案分析报告中有所呈现。尽管如此,我们欣慰地看到,在对儿童早期数学学习困难的研究上,我们已经迈出了扎实的第一步。

本研究的完成凝聚了全体课题组成员的智慧和心血,它无疑是集体劳动的成果。这一研究得以完成,首先要感谢教育部人文社会科学基金为之提供的研究经费;其次,要感谢所有课题组的成员为之做出的努力和贡献。对本研究的完成作出了最大贡献的首推康丹博士和田丽丽。因为本研究的完成和她们两人的博士论文撰写密切相关,她们两人在儿童样本的选择、儿童测查工具的准备、儿童测查、干预实施、数据分析和个案报告的撰写方面做了大量工作。在为期 3~4 年的研究过程中,她们不仅开动脑筋,想办法解决了教育干预过程中的不少困难,还不怕苦不怕累,承担了较多数和艰辛的个案干预和报告的撰写和修改工作;同时她们还担负了整个课题组的组织和协调工作,为其他课题组成员提供了咨询和培训工作。其他几位为本课题做出实质性贡献的还有李正清、徐晶晶、程阳春和吕雪,他们承担了颇为繁重的儿童测查、数困儿童的干预实施、个案记录以及个案分析报告的工作。吕雪还结合完成的硕士论文设计了《5~6 岁数学学习困难儿童诊断量表》,并实际用于对儿童数学学习困难被试的鉴别和干预诊断。赵振国博士负责河南地区两个儿童样本的选择、儿童测查、数困儿童的干预,以及干预报告的撰写。汪光珩博士为上海地区的儿童样本的选取提供了很大的帮助,同时也承担了数困个案的干预、记录和干预报告的撰写。李娟博士负责河北地区样本 1 儿童样本的选择、儿童测查、数困儿童的干预,以及干预报告的撰写。陈淑华、赵轶、刘春梅、黄蓓蕾、陈欢欢、汤轶琴、孙文文、俞裕芝参加了个案的干预实施和记录。王晓威、曾从周、陈梦瑶、孙贞贞、吴佳妮参加了儿童测查、个案的干预和报告的撰写;赵杏、赵静、李晓宁参加了儿童测查工作。张瑞、杨阳、刘娇娇、贺晓丽参加了儿童测

查、个案的干预和记录工作。课题组成员在干预实施的基础上共计写出了 31 份干预个案报告,但因本书的篇幅有限,最终只收录了 16 份个案报告,在此对为写个案报告付出了努力的课题组成员一并表示感谢。

再次,我们非常感谢上海普陀区、长宁区、嘉定区的 8 所幼儿园,河南开封 2 所幼儿园,河北保定 1 所幼儿园的园长,负责接待和协助课题组工作的教师,以及所有当年参加了本课题的大班带班教师。她们不仅热诚、无私地欢迎我们去做研究,还给课题组成员提供了各种工作和生活上的便利。带班教师不仅给我们提供了有价值的信息和协助,还积极协助课题组对数学学习困难儿童提供帮助,以及联系家长方面的工作。另外,我们也非常感谢本书的审读编辑颜萍萍女士所做的编辑工作。

本书的上篇,即绪论、第一章至第七章,由周欣撰写;下篇的第八章由康丹撰写;第九章收入本书的个案报告 16 例由康丹(3 个);田丽丽(4 个);李正清(3 个);汪光珩、刘春梅(1 个);汪光珩、黄蓓蕾、陈欢欢(1 个);程阳春(2 个);徐晶晶(2 个)撰写。田丽丽对样本 2 的 10 个个案的一般认知测查数据的呈现和描述分析做了统一的修改,杨志艳做了部分个案的归纳工作,周欣对个案报告进行了内容的修订和统稿。

周 欣  
2015 年 7 月于丽娃河畔

# 目 录



前言 / 1

## 上 篇

### 第一章 绪论 / 1

- 第一节 什么是数学学习困难 / 3
- 第二节 儿童早期数学学习困难的症状 / 7
- 第三节 为什么要关注儿童早期数学学习困难 / 10
- 第四节 数学学习困难的成因 / 12
- 第五节 本研究的目的与方法 / 17

### 第二章 数学学习困难儿童的鉴别和诊断 / 19

- 第一节 常用术语的界定 / 20
- 第二节 早期数学学习困难的简易筛选方法 / 21
- 第三节 数学学习困难儿童的鉴别方法 / 24
- 第四节 数学学习困难的诊断 / 30
- 第五节 本研究中数学学习困难儿童的鉴别和诊断方法 / 40

### 第三章 数学学习困难儿童的数学核心缺陷 / 52

- 第一节 有关数学核心缺陷的理论假设 / 52
- 第二节 儿童早期数学认知发展的理论 / 55
- 第三节 数学学习困难儿童的数感缺陷 / 58
- 第四节 数学学习困难儿童数学事实提取的缺陷 / 69
- 第五节 儿童早期数学学习困难的性别差异 / 72

## **第四章 数学学习困难的先天因素和神经机制 / 78**

第一节 数学学习困难的先天因素 / 80

第二节 数学学习困难的神经基础 / 89

## **第五章 数学学习困难的认知机制 / 99**

第一节 数学认知与一般认知能力的关系 / 100

第二节 工作记忆对儿童早期数学学习困难的影响 / 106

第三节 执行功能对儿童早期数学学习困难的影响 / 119

第四节 其他一般认知能力对早期数学学习困难的影响 / 142

## **第六章 数学学习困难儿童的非认知影响因素 / 148**

第一节 非认知能力与数学学习的关系 / 149

第二节 5岁数学学习困难儿童的非认知能力表现特征 / 154

## **第七章 数学学习困难的环境影响因素 / 161**

第一节 家庭教育环境因素的影响 / 162

第二节 幼儿园环境因素的影响 / 180

# **下 篇**

## **第八章 儿童早期数学学习困难的教育干预 / 188**

第一节 干预的理论基础 / 188

第二节 干预方案 / 192

第三节 干预的策略 / 200

第四节 干预的效果分析 / 206

第五节 干预研究的启示 / 217

## **第九章 干预个案报告 16 例 / 225**

### **参考文献 / 421**

# 第一章

## 绪 论



尽管所有的儿童都有着与生俱来的学习数学的潜力,但3、4岁左右的儿童在非正式数学知识和经验上就已经表现出很大的个别差异(Zhou, 2001;周欣,2006;林崇德,1980)。如有些3、4岁儿童数概念的发展可以超过5、6岁的儿童,有的5、6岁的儿童可以达到小学三、四年级的水平(幼儿数概念研究协作小组,1979)。研究还发现,儿童数学能力发展中的个别差异有可能会随着年龄的增长而加大(林崇德,1980)。儿童早期的心理发展在速度和成熟的模式上有很大的个别差异,同样,在数学认知发展上的个别差异也是一种正常的现象,这与儿童的遗传因素、个人生理、心理的条件以及后天的环境因素都有关系。对有的儿童来说,这种能力发展上的差异和迟缓只是暂时的,会在正常发展过程中慢慢赶上同龄儿童。而对有的儿童来说,迟缓可能在某一发展领域得以延续,如果这种个别差异过大或持续时间过长的话被认为是出现了“问题”,甚至是“障碍”(Grégoire, & Desoete, 2009)。这一部分儿童可能被认为是有数学学习困难或障碍。这种情况就需要引起我们的关注,在必要的情况下需要对他们进行评估。儿童早期在数学发展上出现迟缓的现象可能是,也可能不一定是数学学习困难,但是一定要给他们提供参加筛查、评估、增加学习的机会,或提供教育干预服务。盲目乐观等待或听之任之的做法是对这些儿童不负责任的表现。同时,也要防止过早地把儿童错划为学习困难儿童,特别是在尚未提供优质教育的情况下更需谨慎对待(National Joint Committee on Learning Disabilities, 2006)。

数学学习困难或障碍是指由于数学认知发展水平低下而导致学生在数学学习上明显落后于同年龄或同年级学生的水平,它是学习障碍的一种亚类型(崔永华,2014)。儿童的数学学习困难是一种普遍现象,不管是幼儿园还是中小学,每个班级可能都会有少数儿童在数学学习上感到有这样那样的困难。有的国家对学习困难有着较为严

格的鉴别和诊断的程序和手段,有的儿童在学校的某一时间点有可能被诊断为学习困难。但在许多国家包括中国,可能还没有这方面的制度和服务。因而不少学生尽管从未有过正式诊断,但实际上也有数学学习困难。在美国,特殊教育人群中大约有 50% 的人是属于学习困难群体,说明学习困难人群是特殊教育领域中一个最大的群体 (Buttner, & Hasselhorn, 2011)。对于数学学习困难占人口的比例也有不同的数据。如有的研究认为,有大约 7% 的学生会有数学学习困难 (Geary, Hoard, Nugent, & Bailey, 2012; Grégoire, & Desoete, 2009)。还有的研究认为,数学学习困难儿童检出率高达 14%,甚至更高 (Barbaresi, Katusic, Colligan, Weaver, & Jacobsen, 2005)。除了这种正式鉴别的数学学习困难群体,另外还有 10% 的学生也会在数学学习上感到有困难,只是程度上稍轻,谓之数学低分群体 (Geary, Hoard, Nugent, & Bailey, 2012)。数学学习困难在我国的发生率与其他国家基本一致,大约在 6%- 11%。我国现有 3.6 亿儿童,由此推算我国现阶段患数学学习障碍的儿童将达到 2 160 万至 3 960 万人 (崔永华, 2014)。在对学习困难的研究中,关注最多的是阅读困难和数学学习困难,而对阅读困难的研究起步早,已经取得了相当可喜的成就。在过去的几十年中,阅读学习困难研究领域的理论和实证研究之间的互动持续了 20 多年。这些研究在与认知和大脑语音神经系统有关的阅读困难之间的关系上已经积累了丰富的知识 (Shaywitz, & Shaywitz, 2004)。为数学学习困难的研究提供了理论和方法上的很有价值的借鉴。除了借鉴阅读困难的研究,数学学习困难的研究也借鉴了发展心理学和认知科学的范式和研究问题。如发展心理学的几个重要问题如发展的机制、发展的进程以及发展的个别差异也是数学学习困难要研究的问题 (Mazzocco, 2005)。对数学学习困难进行系统研究的方法在很大程度上借鉴了对数学认知发展正常儿童研究的模型和方法 (Geary, Hoard, & Hamson, 1999)。

对数学学习困难的研究最早始于 20 世纪初对大脑损伤的神经性个案研究,但作为一个研究领域,数学学习困难的研究始于 1970 年科斯克 (Kosc) 的分类研究 (Kosc, 1974; Gersten, Clarke, & Mazzocco, 2007; Ostergren, 2013)。自此以后,对数学学习困难的研究发展一直比较缓慢。缓慢的原因之一可能是数学认知发展比阅读能力发展要复杂得多。阅读能力缺陷的主要机制已经确定,其中语音意识的缺陷是一个主要的原因。但数学认知子领域的数量较多较复杂。从理论的角度看,数学学习困难有可能是这些领域中的某一个子领域出现了问题,或只是某一个子领域中的一组能力出现了问题,或所有子领域中表征和处理信息的能力都出现了问题 (Russell, &

Gindburg, 1984; Geary, Hoard, & Hamson, 1999; Geary, 2004)。另一个原因是影响数学学习困难的因素繁多,要区别是因为数学技能本身的原因,还是由于遗传、认知或非认知因素、环境和教学因素,或是这几种因素之间的相互作用所导致的结果是个很大的挑战。近年来,对大脑损伤所导致的数学学习困难的研究和数学处理的最新技术大脑图像研究的结合,使得我们对影响数学学习困难的认知和脑神经基础的认识迈出了重要的一步(Geary, 2004)。

到目前为止,许多学习困难方面的基本理论问题尚未解决,如分类、定义、鉴别,以及病因和有效的干预都还存有争议(Buttner, & Hasselhorn, 2011)。

## 第一节 什么是数学学习困难

数学学习困难在研究文献中所涉及的最常见的英文术语有三个,一是数学学习困难(Mathematics Learning Difficulties, MLD),另两个是数学学习障碍(Mathematics Learning Disabilities; Mathematics Learning Deficiency)。尽管这几个术语在使用上有时可能不加区分,但这两个概念事实上可能仍有着不同的含义。数学学习困难(MD/MLD)是指数学学业成就低于一般水平,这也是目前大部分心理、教育研究选择数学学习困难被试的重要标准。该术语一般用于一个更为宽泛的儿童群体,包括已经被诊断为数学学习困难的儿童,尚未被诊断的儿童和表现出数学学习水平低下,但不一定是数学学习困难的儿童。研究认为,一般的学习困难是指学习能力正态分布中的低端,准确地说,没有所谓的学习障碍,只是在学习能力正态分布中处于低端的儿童(Kovas, Haworth, Dale, & Plomin, 2007)。而数学学习障碍(Math Learning Disability)从症状上可能更为严重一些,是一种影响大脑对信息的接受、处理、储存和回应的神经性障碍(National Center for Learning Disability Editorial Staff, 2011)。这种症状持续终身,可以在一定的条件下得以改善,但无法完全治愈。这一术语可能较多用于精神学科或学习障碍临床诊断中,应该是指那些症状比较严重的数学学习困难,特别用于那些涉及明显的生物学因素的数学学习困难,当然目前我们对由神经系统或基因所引发的数学学习困难尚无法完全理解(Mazzocco, 2005)。

数学学习障碍的概念最早于1937年提出,自此数学障碍包含了以下数学学习方

面的问题：数学阅读和书写、计算困难，理解应用题困难等(*Encyclopedia of Mental Disorders*, 2015)。从这一描述中，我们可以发现，早年对数学学习障碍的关注是从对更大年龄的儿童的关注开始的，因为尚未关注儿童早期的数感缺陷方面的表现。数学学习困难和数学学习障碍这两个人群有时在事实上又很难区分，因为即使是一般意义上的数学学习困难也可能涉及生物性因素，只是不容易考察或症状不明显。研究认为，在数学学习困难的定义中应该考虑生物性因素，犹如在对阅读困难的界定中包含了生物性因素一样，这在研究领域已经达成了一定的共识(Mazzocco, 2005)。尽管有关数学学习的脑神经研究的历史并不长，但确实已有迹象表明，数学成就水平像阅读成就水平一样是可以遗传的(Oliver, Harlaar, Thomas, Kovas, Walker, & Petrill, 2004)。阅读困难目前被认为是一种具有遗传因素的障碍(Shaywitz, & Shaywitz, 2004)。目前大多数儿童心理发展或教育领域对数学学习困难儿童的研究都是针对那些尚未被学校正式鉴别为有学习困难的学生被试，即采用的是一般意义上比较宽泛的数学学习困难的概念(Hanley, 2005)。

根据世界卫生组织的国际分类体系，学习困难被界定为特定的学业技能的发展性障碍(World Health Organization, 2008, ICD-10)。有学习困难的儿童就是阅读或数学学业水平低下，且无法用他们的智力或外部因素来解释。即在他们的智力、感知能力、情感、家庭环境和教学环境均为正常的情况下出现了数学学习困难(Buttner, & Hasselhorn, 2011)。

心理障碍百科全书(*Encyclopedia of Mental Disorders*, 2015)中把数学学习障碍的名称确定为发展性数学障碍(Developmental Arithmetic Disorder)，发展性失算症(Developmental Acalculia)，或计算障碍(Dyscalculia)。从这些定义看来，它是一种与生物性因素有关的学习障碍，即一个人的数学能力显著低于他们的年龄、智力、生活经验、教育背景和身体残疾情况的预期水平。这种障碍影响到他的算术计算能力，也影响到他们对基本数概念的理解和掌握。但是目前我们并不清楚，大多数心理发展或教育领域研究中的数学学习困难的被试是不是都受到生物性因素的影响，或在多大程度上受到生物性因素的影响。

美国个别教育行动法案(the Individuals with Disabilities Education Act, IDEA, 1997)提出了学习困难的主要特征：(1)学习困难不是由于智力障碍引起；(2)儿童在外部表现出来的学习潜力和他的低下的学业成就之间有很大的反差；(3)学习困难伴有一系列其他发展方面的困难如注意困难、动作能力困难、和社会性技能困难(Lerner,

2003)。学习困难和许多更直观的残障不一样,它经常在早期不易被发现,往往要到进入小学后才被发现(Dyson, 2010)。这也是为什么长期以来人们对早期学习困难没有引起关注的重要原因。

美国国家学习障碍联合委员会指出,“学习困难是指障碍人士异质群体,表现在习得和使用听、说、阅读、推理或数学能力方面有明显的困难。这些障碍是因为个体的先天特质所致,如中央神经系统失调,并可能会持续终生”<sup>①</sup>。美国学习障碍国家研究中心(National Center for Learning Disability, 2011)认为,学习困难不是学习上的差异或困难,它是一种影响大脑对信息的接受、处理、储存和回应的神经障碍。学习困难是一组对学习产生负面影响的不同种类的障碍。它们可能影响一个人的语言、思维、阅读、书写、拼写或计算。这种障碍会持续终生,无法完全治愈。但是学习障碍的影响可以得以缓和以支持一般性学习、生活和工作,前提是要在早期得到诊断和有效的干预。智障、自闭症、聋、盲、行为障碍以及注意缺失症都不是学习困难,但经常这些症状和学习困难症状会同时出现。

斯多克等人(Stock, Desoete, & Roeyers, 2009)根据以下几点标准来界定数学学习障碍:数学技能严重受损,不属于正常的发展范围,纠正或额外的教学不见奏效;数学学习困难不是由于智商的低下或障碍引起,儿童数学水平严重低于对同一心理年龄儿童的期望;数学学习困难问题出现在儿童早期;不是由环境因素引起;也并非由视觉或听觉障碍所导致。

学者还提出了数学学习困难的4种类型(Stock, Desoete, & Roeyers, 2009):

(1) 程序性缺陷。有程序缺陷的儿童会出现许多程序性错误,如无法跟踪正确的数数顺序,经常使用年龄比他们更小的儿童的计算方法。Geary认为,这种类型的数学学习困难可能和左半脑前额叶失调有关。

(2) 语义记忆失调(Semantic Memory)。数学事实的提取反应慢,心算经常出错。Dehaene等人的研究表明,这些缺陷与左脑基底神经节有关(Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003)。

(3) 空间视觉的缺陷。这种缺陷与表征数字线,理解较大数字,理解几何困难有关。行为表现为记不住小数点的位置,竖式中的对位弄错,把数字看反,以及漏看数字

<sup>①</sup> National Joint Committee on Learning Disabilities (1997). Operationalizing the NJCLD definition of learning disabilities for ongoing assessment in schools. *Perspectives: The International Dyslexia Association*, 23, 29–33.

等。据认为这些缺陷与右半球失调有关,在有脆弱 X 综合征的女孩中有这种缺陷的比例较高(Mazzocco, 2001)。

(4) 数知识缺陷。对阿拉伯数字系统的位值结构理解有困难,如对个位、十位、百位的理解有困难,在数字阅读和书写上有困难。这种数学学习困难类型的分法也是基于大年龄儿童的缺陷表现特征,不一定完全适用于学前儿童。

事实上,近 10 多年来对数学学习困难的研究在数量和质量上都有较大的飞跃,但其中出现的几个问题在一定程度上阻碍了该领域的进展,一个是对数学学习困难界定的标准不统一,还有一个是随之而来的评定工具的多样性。研究认为,学习困难群体和低分群体并非是两个截然分开的群体,而是都处于正态分布中的低端,如何划分有时其实并没有客观的标准(Geary, Hoard, Nugent, & Bailey, 2012)。由于不少研究所采用的定义不同,评定的工具不同,加上选择被试的年龄和条件不同,且所考察的数学技能不同,因而所得出的研究结果也就不同,没有办法进行比较和交互验证的分析讨论。

对儿童数学困难的界定目前还没有达成共识,大多数研究采用了数学低分为评定标准,但事实上数学低分并不等同于数学学习困难。因为从一方面来看,尽管有些儿童数学得分并不低,但有可能在数学的某些方面有学习困难,而数学能力测查得分是对数学不同技能考察的综合分数,某一方面分数稍高就可能掩盖另一方面的低分。从另一方面来看,数学低分儿童也并非都是数学学习困难,也可能是其他方面的问题,如注意力缺失、家庭环境或学校环境因素不利等。从早期干预的角度看,这两类人群都需要帮助,但对于不同成因造成的数学学习困难儿童,所采取的干预方法应该不一样。

在把数学低分作为数学学习困难的重要标志时,也有不同的划定标准,其范围一般是总体样本数学低分的 10 – 35 个百分位数。占的百分位数越低,对数学学习困难的界定也越严格,这种做法的坏处是很容易出现漏划(False negative)一部分确实有数学学习困难的儿童,那些 10% 之外的儿童中肯定还有许多人在数学学习上有困难。但是如果占的比例过高又很容易把不是数学学习困难的儿童也划了进来,谓之错划(False positive)。从干预的角度来看,犯多划的错误好于漏划的错误,因为这些即使不是真正意义上数学学习困难的儿童也还是数学得分上处于低端的儿童,这些儿童也需要帮助。尽管现有文献中对数学学习困难的界定并没有完全统一,但近年已经逐步达成一定的共识。近来的研究认为,把数学得分最低的 10 个百分位数作为界定数学困难儿童的标准比较合理,因它降低了把非数学学习困难的儿童也算进来的可能性(Geary, Hoard, Nugent, & Bailey, 2012; Murphy, Mazzocco, Hanich, & Early,

2007)。一般来说,在学前阶段或在小学低年级对有学习困难的儿童的识别较困难。美国近年来的学习困难的识别统计数字表明,5岁以前的学习困难儿童的识别率只占学习困难总体的8%,而到了高中,这个比例上升到60%。说明早期的学习困难识别的准确性还不高(Hanley, 2005),另外也可能说明对儿童早期的数学学习困难的鉴别工作还未引起大家的注意。

本研究中早期数学学习困难是指智力发展正常,但数学发展水平显著低于同龄儿童的5岁儿童。从数学学习困难的程度来看,基本也是锁定占儿童总体人群的10%左右。本研究的第一个样本的鉴别是采用了教师推荐和数学能力测查相结合的方式。我国幼儿园大班每班人数大概在30~35人左右,每班推荐3人大约占了儿童总人数的10%左右,本研究第一个样本中的教师推荐组儿童可能大体上符合这一比例,而第一个样本中的数学困难组儿童的数学得分则比教师推荐组儿童还低了近一个标准差。从数学能力得分来看,本研究中数学困难组儿童的得分比一般儿童的数学能力得分可能低了2个标准差。因此这些儿童应该可以算是严格意义上的早期数学学习困难儿童。本研究中第二个样本的确定除了采用上面提到的方法以外还采用了根据总体样本的低端10个百分位数的方法。但这种鉴别的方法还是有局限性,已有研究表明,仅仅根据一次数学得分的考察来确定数学困难儿童可能不完全准确,更为理想的鉴别方法是在连续两年的考察中都是低分(Mazzocco, & Thompson, 2005)。

## 第二节 儿童早期数学学习困难的症状

数学学习困难儿童在早期就表现出一定的症状,如对数学学习没有兴趣或感觉困难,但这些症状往往不容易引起家长和教师的注意。因为研究表明,相当一部分数学学习困难儿童在实物水平的数学概念的发展上也许并不差于正常儿童,但当数学学习开始涉及书面数符号时困难就显现出来。数学学习困难儿童至少能够在小数量范围内能掌握唱数技能和理解基本的数概念,只是他们更可能把数数作为一种死记硬背和机械的活动(Geary, 1993; Geary, Hoard, & Hamson, 1999)。从我们这几年的研究看,一般的数学学习困难儿童在早期可能会有几种情况。一种是智力发展正常,智商分数不低于一般儿童,他们的症状一般要在学习数学时才表现出来,且有的可能只是