体育多元统计分析方法

徐玖平　庞元宁　著

体育科学与应用教学丛书

成都科技大学出版社

体育多元统计分析方法

徐玖平
庞元宁 著

成都科技大学出版社

内 容 简 介

本书系统地介绍并阐述了多元统计分析方法在体育科学研究中的应用，并配有标准BASIC语言编写的计算程序。内容包括有方差分析、回归分析、典型相关分析、聚类分析、主成分分析、因子分析、对应分析、判别分析、非线性映射等，诸种方法都有程序使用说明与框图，以及完整的应用实例分析。适于体育教师、教练员、体育管理人员、体育科技工作者和研究人员。体育院校和师范院校体育专业的本科高年级学生、研究生阅读与参考。

体育多元统计分析方法

徐玖平　庞元宁　著

成都科技大学出版社出版发行

四川省新华书店经销

四川峨影印刷厂印刷

开本787×1092 1/32 印张15 字数340千字

1990年5月第1版　1990年5月第1次印刷

印数1—1100册

ISBN7—5616—0544—7/G·141

定价：6.50 元

序　言

随着电子计算机应用技术的发展，多元统计分析的应用范围广泛地涉及到人口学、社会学、生态学、经济学、地质学、地震预报、医学、气象学和制定国家标准等诸领域。近年来，它又“外推”到体育科学领域中，并越来越占有重要的地位。

为探索体育运动的内在关系、规律和特征，及其发展的途径、趋势和水平等，在体育科研中，我们常需研究如下几方面的问题：

1.体育运动作为一种广泛的社会现象，对其研究时，常常遇到多种极其复杂、相互影响和相互作用的变量，为了研究的需要，便应根据事物本身的特征，合理、科学地简化其结构；

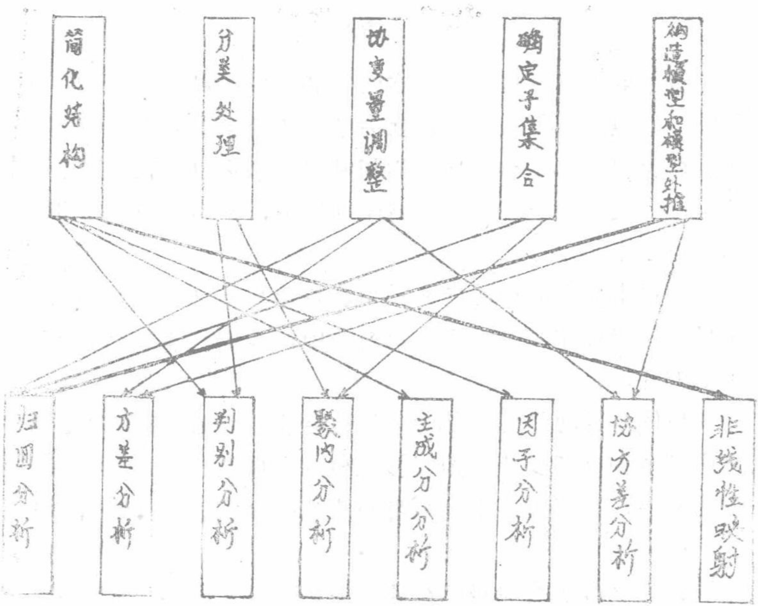
2.为求得数据与研究对象之关系与效用，则需进行数据的分类处理，研究、并构造其分类模式；

3.为使问题的各种变量和因变量标准化，便需进行协变量调整，以消除研究中的各种干扰因素；

4.确定子集合，以构成最佳的解释变量；

5.构造模型和模型外推，导出解释因变量方差的方程式或方程组。

欲求解体育运动中的某一给定问题时，更多的是需要确定如何选择和使用一个给定的统计分析方法，即整个问题的求解在于求解者想要做什么和利用哪一种方法去解决上述问题。基于此，如何选择一个合适的统计分析方法，可究其关系如下：

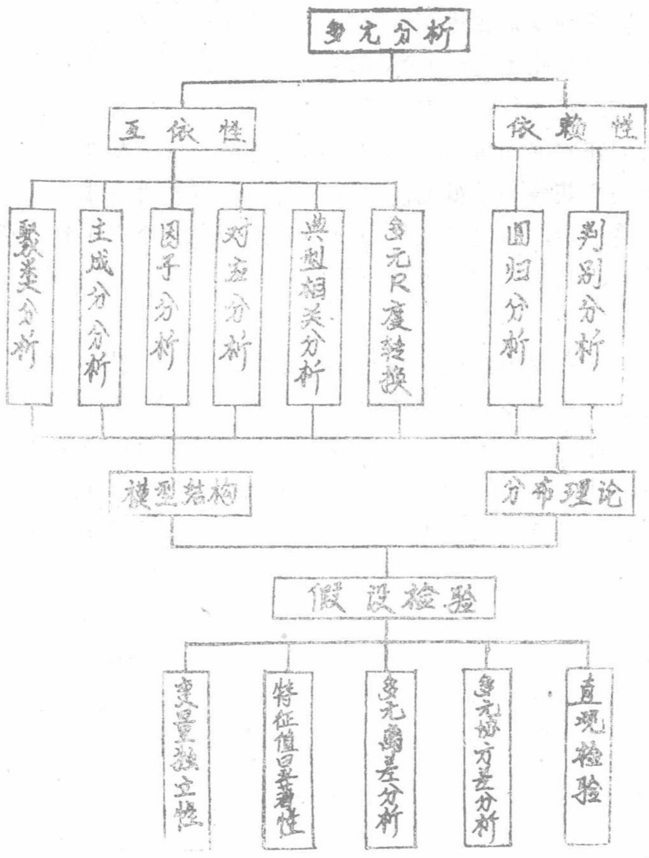


上图表明，一个目的可用多种方法处理，而满意的解决途径又往往基于多种方法之综合分析，综合应用。例如，为构造运动训练效果评价的数学模型，则需要首先对抽取的变量和样本作主成分分析、因子分析、选择最佳变量子集合等，而后在此基础上利用回归分析方法方能构造出满意的模型。又如，欲编制运动训练数值表，需首先对各种训练指标（数值）用主成分分析，因子分析等方法，选出影响运动成绩函数的主要指标，在此基础上应用聚类分析方法进行数值的分类处理，然后应用判别分析法确定某些孤立点下所属类别，最后运用回归分析法构造出分类模式。

多元分析主要有两大类：

1.决定某一个样品（个体）的归属问题，如根据运动员的多组测验指标值判定运动员的个体特征及发展方向等等。本书所讨论的判别分析、聚类分析、最优分割等即属于这一类内容。

2.设法降低变量维数，同时将变量变为独立（正交）变量，以便更好地说明多变量之间的关系，本书所讨论的主成



分分析、因子分析、对应分析、典型相关分析、非线性映射等均属于这一类内容。

换一句话讲，多元分析是研究变量间互依性与因子变量和自变量之间的依赖性，其分支间说明如上页图：

可以认为，体育运动中，诸如教学、训练、管理、竞赛、学校体育、社会体育、人口体质等各方面的进行与发展，均属各种复杂变量综合影响的完整过程。多元分析方法恰为研究此类问题的数学理论。因而，该方法将在体育领域中作出更为积极的贡献。

我们在本书的撰写过程中深深地感受到，“科学是随着研究方法所获得的成就而前进的，研究法每前进一步，我们就便提高一步，随之在我们面前也就开拓了一个充满种种新鲜事物的，更为辽阔的远景。因此，我们头等重要的任务乃是制定研究方法。”

本书的主要内容系作者近几年体育科研的总结。当然，其中也引用了许多同行学者们的成果(书后附有参考文献)，在此谨致谢意。由于作者学述水平有限，加之对体育诸领域的研究肤浅，特别是“权威数据”掌握较少，在许多实例中难免有挂一漏万或结论不尽“满意”的现象，恳请同行与读者斧正。

目　录

第一章　预备知识

第二章　方差分析

第三章　回归分析

第四章　典型相关分析

第五章　聚类分析

第六章　主成分分析

第七章　因子分析

第八章　对应分析

第九章　判断分析

第十章　非线性映射

第一章　预备知识

§1、线性代数初步

1·1　矩阵概念及其运算

1·1·1矩阵概念

定义1　由m×n个数a_{ij}（$i=1, 2, \cdots\cdots, m$；$j=1, 2, \cdots\cdots, n$）排成m行、n列的数表，

$$A \overset{\triangle}{=} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} \cdots a_{mn} \end{pmatrix} \overset{\triangle}{=} (a_{ij})m \times n \quad (1.1)$$

叫做m行n列矩阵，简称$m\times n$矩阵。$m\times n$个数叫做矩阵A的元素，a_{ij}叫做A的第i行第j列元素。元素是实数的矩阵，称为实矩阵，元素是复数的矩阵，称为复矩阵。

若矩阵（1.1）中，$n=1$，则得：

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m} \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

称（1.2）为列向量或单列矩阵。若矩阵（1.1）中，

$m=1$。则得：

$$[a_{11} \quad a_{12} \quad \cdots\cdots a_{1n}] \quad (1.3)$$

称（1.3）为行向量或单行矩阵。

1.1.2矩阵运算

如果两个同阶矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}$和$B=(b_{ij})_{m\times n}$的对应元素都相等，则称A与B相等。

记为$A=B$；即有$a_{ij}=b_{ij}\begin{bmatrix} i=1.2\cdots m \\ j=1.2\cdots n \end{bmatrix}$

已知矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则以$m\times n$个数$a_{ij}+b_{ij}$（$i=1.2$，……，m；$j=1$，2，……，n）为元素的矩阵，称为A与B之和。记为$A+B$

$$A+B\overset{\triangle}{=}\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12}\cdots a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22}\cdots a_{2n}+b_{2n} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} \quad a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}$$

已知矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}$及任一常数k，则以$m\times n$个数ka_{ir}（$i=1$，2，…m；$j=1$，2，…，n）为元素的矩阵，$(ka_{ij})m\times n$称为数k与矩阵A的乘积。记为kA，即

$$kA=\begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12}\cdots ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22}\cdots ka_{2n} \\ ka_{m1} & ka_{m2}\cdots ka_{mn} \end{pmatrix}$$

两个同阶矩阵A与B之差$A-B$定义为$A+(-1)B$。即：

$$A-B=\begin{pmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12}\cdots a_{1n}-b_{1n} \\ a_{21}-b_{21} & a_{22}-b_{22}\cdots a_{2n}-b_{2n} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ a_{m1}-b_{m1} & a_{m2}-b_{m2}\cdots a_{mn}-b_{mn} \end{pmatrix}$$

已知矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{n\times s}$则以$m\times s$数个

$$C_{ij}=\sum_{k=1}^{n} a_{iK}\ b_{Kj}\ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ m;\ j=1,\ 2,\ \cdots s)$$

为元素的矩阵。

$C=(C_{ij})\ m\times s$称为A与B的乘积。记为$C=A\cdot B$。

注意：只有当矩阵A的列数等于矩阵B的行数时，两矩阵相乘才有意义。

矩阵加法、减法，数与矩阵的乘法，矩阵与矩阵的乘法的性质如下：

1）设矩阵A、B、C为同阶矩阵，则

$A+B=B+A$；$(A+B)+C=A+(B+C)$。

2）设A，B为$m\times n$阶矩阵，C为$n\times m$阶矩阵，则$(A+B)C=AC+BC$；$C(A+B)=CA+CB$。

3）设A为$m\times n$阶矩阵，$\theta(a_{ij}=0,\ i=1,\ 2,\ \cdots m;\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$为$m\times n$阶零矩阵，则：

$A+\theta=\theta+A=A$。

4）设k、l为常数，A，B为同阶矩阵，

则：$(k\cdot l)A=k(lA)$；$1\cdot A=A$；

$(k+l)A=kA+lA$；

$k(A+B)=kA+kB$。

5）若$kA=\theta$，则$k=0$或$A=\theta$。

6）设A为$m\times n$阶矩阵，B为$n\times s$阶矩阵，C为$s\times p$阶矩阵，则$A(BC)=(AB)C=ABC$。

7）设E为与A同阶的单元矩阵（定义见后），则：

$EA=AE=A$。

8）设α为常数，则（αA）$B=\alpha$（AB）

9）设A、B为$m\times n$阶矩阵，C为$n\times s$阶矩阵，则（$A+B$）$C=AC+BC$。

10），一般情况下，$AB\neq BA$。

例如：

$$A=\begin{pmatrix}1 & 6 & 2\\ 2 & 1 & 1\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 3 & 4\\ 1 & 1\end{pmatrix}$$

$$AB=\begin{pmatrix}18 & 27\\ 6 & 7\end{pmatrix}\quad \text{而}BA=\begin{pmatrix}0 & -11 & 3\\ 9 & 22 & 10\\ 3 & 7 & 3\end{pmatrix}$$

由此可见$AB\neq BA$

1.1.3一些特殊的矩阵

若矩阵A的行数和列数相等，则称此矩阵为方阵，即：

$$A=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12}\cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22}\cdots & a_{2n}\\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots\\ a_{n1} & a_{n2}\cdots & a_{1n}\end{pmatrix}=(a_{ij})n\times n\text{（1.3）}$$

若方阵A只有对角线上的元素不为0，其余元素均为0，则称此矩阵为对角线矩阵。如：

$$\begin{pmatrix}\lambda_1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n\end{pmatrix}$$

若对角线矩阵中，所有$\lambda_i=1$（$i=1$，2，…，n），则称

此矩阵为单元矩阵。记为E_n：

$$E_n=\begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}_{n\times n}$$

若n阶方阵1.3中，当$i>j$时，$a_{ij}=0$，或$i<j$时，$a_{ij}=0$，则称此矩阵为三角矩阵。记为：

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$或A\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

将矩阵$A=(a_{ij})m\times n$中的行和列互换，形成一个$n\times m$阶矩阵，则称此矩阵为A的转置矩阵，记为A^L或A^T。即当

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$A^L=A^L=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

转置矩阵具有如下性质：

1）若A为$m\times n$阶矩阵，B为$m\times n$阶矩阵，则：$(A+B)^T=A^T+B^T$

2）$(\lambda A)^T=\lambda A^T$（$\lambda$为常数）

3）若A为$m\times n$阶矩阵，B为$n\times n$阶矩阵，则：$(AB)^T=B^TA^T$

4）设A为n阶方阵，若$A^T=A$，则称A为对称方阵。

以方阵的元素为元素的行列式称为元素的行列式，矩阵的行列式是一个数。如方阵：

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\2 & 3 & 5\\7 & 8 & 9\end{pmatrix}\text{的行列式为}\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\2 & 3 & 5\\7 & 8 & 9\end{vmatrix};$$

矩阵A的行列式记为$|A|$

如果一方阵的行列式的值为0，则称此方阵为奇异方阵，否则叫做非奇异方阵。

一个方阵A，如果满足$A^TA=AA^T=E$，则称为正交矩阵。

一个矩阵$A=(a_{ij})p\times q$的最大线性独立的列数叫做矩阵A的秩，记为$R(A)$。

一个n阶方阵$A=(a_{ij})n\times n$的主对角线上元素之和称为矩阵A的迹，记为$trA\sum_{i=}^{n}a_{ij}$。

矩阵的迹具有以下性质：

1）$tr.A^T=trA$

2）$tr.(A+B)=tr.A+tr.B$

3）$tr.(AB)=tr.(BA)$