



普通高等教育“十三五”规划教材
电工电子基础课程规划教材

电磁场与电磁波 基础教程(第3版)

■ 符果行 编著

 中国工信出版集团



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

普通高等教育“三五”规划教材

◎ 电工电子基础课程规划教材

电磁场与电磁波 基础教程（第3版）

◎ 符果行 编著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书融入了作者约半个世纪的教学体验,从历史背景、物理概念、理论分析、计算方法和工程应用几方面全方位介绍电磁场与电磁波的基本知识,以麦克斯韦方程的建立与应用的历史发展脉络为主线展开论述,符合认识规律,便于阅读,易于理解。主要内容包括:场论基础、电磁实验定律和场量基本方程、静态场、动态场、电磁波的传播、电磁波的传输、电磁波的辐射等,并从综合分析的角度对电磁场与电磁波进行了概括和总结。本书提供配套电子课件和习题参考答案等。

本书可作为高等学校电子、信息和通信等专业本、专科生的入门教程,也供相关科技人员作为电磁场与电磁波的学习参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

电磁场与电磁波基础教程/符果行编著. —3版. —北京:电子工业出版社,2016.3

ISBN 978-7-121-28182-2

I. ①电… II. ①符… III. ①电磁场—高等学校—教材 ②电磁波—高等学校—教材 IV. ①O441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 030807 号

策划编辑:王羽佳

责任编辑:王羽佳 特约编辑:曹剑锋

印 刷:三河市鑫金马印装有限公司

装 订:三河市鑫金马印装有限公司

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本:787×1092 1/16 印张:18 字数:520 千字

版 次:2009 年 2 月第 1 版

2016 年 3 月第 3 版

印 次:2016 年 3 月第 1 次印刷

印 数:3000 册 定价:45.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010)88258888。

第3版前言

在麦克斯韦理论的建立和应用发展过程中，始终贯穿着一条严密的理论推导线索：以三大实验定律为实验基础，以矢量分析为数学工具，建立了以场源相互作用规律和转换关系的静态场方程所描述的静态场理论，在时变条件下将静态场方程推广为动态场方程——麦克斯韦方程所描述的动态场理论；再利用麦克斯韦方程导出的波动方程的解——波函数中的物理参量去分析、解释和解决电磁波传播、传输和辐射工程领域中的电磁现象及相关技术问题。显然，波函数是用于定量描述电磁波运动状态变化规律的解析函数，其变化必定满足麦克斯韦方程及其导出的波动方程，同时受方程及相应边界条件的制约。因此，电磁场与电磁波这门课有着严密的科学体系。抽象的概念、复杂的数学推导和计算为读者学习这门课带来了相当的困难。为便于初学者能顺利阅读和理解，增加其可读性，本教材曾简化了某些理论推证。但简化理论推证必须遵循一个原则：不能破坏麦克斯韦理论的严密性。为了妥善处理可读性与严密性间的统一和协调关系，趁此次再版的机会，特将重要定理的严格推证为附录写入书中，以方便读者深入学习时可直接查找和参阅。

第3版不论对文字、公式和插图，均对本教程进行了较为全面的修订和完善。配套的电子教案和习题解答也进行了相应修订和完善。

恳请读者提出批评和指正。

符果行

2016年1月于电子科技大学

第2版前言

本次再版教材，仍然保持本书由特殊到一般，循序渐进，突出物理概念，简化理论推导，强调分析思路和工程应用的特色不变。

“电磁场与电磁波”教材，已经出版过按照各种教学体系和结构的很多版本，它们各具特点，适合于不同层次的读者阅读。教学实践表明，对于初学者，本书的体系和结构符合认知规律，更易于读者理解和接受。因此，本次再版对教材体系和结构未做重大变动。

本次修订侧重于两点：一是，对第1版进行进一步统一和完善，使之更臻成熟；二是，近年来随着科技发展的日新月异，新技术层出不穷，有必要对第1版中工程应用的部分内容进行必要的更新和增补。

为了突出“电磁场与电磁波”的理论体系和基本内容，本次再版特将书中属于自学的阅读材料（相关历史背景和人物及工程应用介绍）、思考题和习题用区别于正文的不同字体排版，以示区别。配套的电子教案和习题解答也做了相应修订。

欢迎读者在使用中提出改进意见。

符果行

2012年6月于电子科技大学

前 言

本书是为初学者编写的“电磁场与电磁波”的入门教程,适合作为普通高等学校电子、信息和通信等专业的本、专科生教材,也供相关科技人员作为电磁场与电磁波的学习参考。

“电磁场与电磁波”课程的特点可以概括为:抽象化、数学化、难教难学。读者对象与课程特点间不相适应的差距所带来的困难,要求在教学上采用一定的方法来加以化解。据此,本书融入了作者约半个世纪的教学体验,着重基于教学角度考虑,从历史背景、物理概念、理论分析、计算方法和工程应用几方面全方位介绍电磁场与电磁波的基本知识,以麦克斯韦方程的建立与应用的历史发展脉络为主线展开论述,符合认识规律,便于阅读,易于理解。

本书第1、2章为数学、物理基础,第3、4章为电磁场部分,第5~7章为电磁波部分,第8章为概括和总结。本教程以电磁实验定律为基础(第2章),以矢量分析为工具(第1章),在时变条件下将静态场推广为动态场,建立反映动态场变化规律和特性的麦克斯韦方程(第3、4章),并将麦克斯韦方程用于解释、解决在传播、传输和辐射应用领域中动态场的波动问题(第5~7章),在此基础上从教学角度对电磁场与电磁波的主要问题进行分析(第8章)。

为了适应读者对象和课程特点的要求,本书在内容安排上具有如下特点:

- (1) 内容安排由特殊到一般,循序渐进,符合认识规律。
- (2) 强化和突出物理概念,简化理论推导,易于理解。
- (3) 系统介绍计算方法,范例强调分析思路,一例多解,开拓思路。
- (4) 以场为主,场、路结合,加强对比,融会贯通。

(5) 重视工程应用,适当外延,满足不同专业教学需求(考虑到非电磁场专业一般很少安排电磁传播、微波技术和天线工程等后继课程,本教程应适当涵盖这些课程相关的电磁基本原理,但不过多涉及具体工程技术问题。第5~7章作为以场论为基础的外延和应用,已适当奠定了后继的三门课程的理论基础。第3~7章介绍了电磁场与电磁波的工程应用)。

(6) 思考题着重于物理概念和分析思路,可作为复习提纲。

(7) 按基本要求精选或设计例题和习题,力求适合读者的接受程度(少量较难的习题给出提示)。

对本课程的学习方法和教材处理提出如下建议供参考。

(1) 掌握“三基”:基本概念——理解;基本理论——推导;基本方法——计算。目的是提高电磁理论综合素养,增强分析、应用能力。但对初学者来说,基本理论主要强调推导思路。

(2) 掌握公式的内涵:来龙去脉、应用条件、物理意义和计算方法。

(3) 教学内容可针对不同对象做适当取舍:本科生应强调理论的系统性,工程应用内容可作为阅读材料或根据需要选讲;专科生可适当降低理论要求,对于较深的内容可以删减(如分离变量法和平面波的斜入射)或只做定性介绍(如电、磁能量和惠更斯面元)。

(4) 建议教学参考学时为60~80学时。

本书提供免费电子课件和习题解答,可登录华信教育资源网(<http://www.hxedu.com.cn>)注册下载。

在教材编写过程中,得到电子科技大学冯林、刘昌孝和吕明三位教授的大力支持和帮助,冯林教授还审阅了书稿部分内容,提出了宝贵的修改意见。教材配套电子课件由符凯、李化制作。

陈付均在全书文字上做了许多工作，全力协助书稿的编写。对于他们的支持、帮助和卓有成效的工作，一并在表示衷心的感谢！

在教材编写过程中，查阅了大量相关书籍和技术资料，吸取了许多专家和同行的宝贵经验，获得了有益的启示，在此向他们表示真诚的谢意！

对书中存在的不足之处，敬请广大读者批评指正。

符果行

2009年2月于电子科技大学

目 录

第1章 场论基础	(1)	3.1.1 静电场的标量电位和 标量电位方程	(41)
1.1 场的概念和表示	(2)	3.1.2 静磁场的矢量磁位和 矢量磁位方程	(44)
1.1.1 场的分类	(2)	3.2 介质中的静态场——静电场和 静磁场辅助场量方程	(46)
1.1.2 矢量场的基本运算	(2)	3.2.1 电介质中的静电场	(46)
1.1.3 常用正交坐标系	(3)	3.2.2 磁介质中的静磁场	(50)
1.2 场的性质和描述	(6)	3.3 导体中的静态场——稳恒电流场 和稳恒电场方程	(55)
1.2.1 场域性质	(6)	3.3.1 导体的传导性和欧姆 定律	(55)
1.2.2 场点性质	(10)	3.3.2 导体的能量损耗和焦耳 定律	(56)
1.3 梯度、散度和旋度的比较	(16)	3.3.3 含源电流回路的电源 电动势	(57)
1.4 常用恒等式和公式	(18)	3.3.4 稳恒电流场和稳恒电场 方程	(58)
1.5 亥姆霍兹定理	(18)	3.4 静态场中的导体	(59)
思考题	(19)	3.4.1 电容和电容器	(59)
习题	(20)	3.4.2 电感和电感器	(61)
第2章 电磁实验定律和场量 基本方程	(21)	3.4.3 电阻和电阻器	(64)
2.1 源量的定义和定律	(22)	3.5 静态场的边界条件	(65)
2.1.1 电荷和电荷分布	(22)	3.5.1 静电场的边界条件	(65)
2.1.2 电流和电流密度	(23)	3.5.2 静磁场的边界条件	(67)
2.1.3 电荷守恒定律与电流 连续性方程	(24)	3.5.3 稳恒电流场和稳恒电场的 边界条件	(68)
2.2 静止电荷的实验定律	(25)	* 3.6 静态场的能量	(69)
2.2.1 库仑和库仑定律的建立	(25)	3.6.1 静电场的能量	(69)
2.2.2 库仑定律和电场强度	(26)	3.6.2 静磁场的能量	(72)
2.2.3 静电场基本方程	(27)	3.7 静态场的计算方法	(74)
2.3 稳恒电流的实验定律	(30)	3.7.1 静态场的分布型问题	(75)
2.3.1 安培和安培定律的建立	(30)	3.7.2 静态场的边值型问题	(80)
2.3.2 安培定律和磁感应强度	(31)	3.7.3 直接积分法	(82)
2.3.3 静磁场基本方程	(33)	* 3.7.4 分离变量法	(83)
2.4 时变电流的实验定律	(35)	3.7.5 镜像法	(87)
2.4.1 法拉第和法拉第电磁感应 定律的建立	(35)		
2.4.2 法拉第电磁感应定律	(36)		
思考题	(37)		
习题	(38)		
第3章 静态场	(40)		
3.1 辅助位和辅助位方程	(41)		

3.7.6 无源区问题的类比解法	(88)	方程和本构方程	(111)
3.8 静态场的应用	(91)	4.5.3 时谐电磁场的辅助动 态位	(112)
3.8.1 静电比拟在电解槽中的 应用	(91)	4.5.4 时谐电磁场的复坡印亭 定理	(113)
3.8.2 带电粒子流的电、磁偏 转在喷墨打印机和回旋 加速器中的应用	(92)	4.6 动态场的应用	(115)
3.8.3 霍尔效应在磁流体发电机 中的应用	(93)	4.6.1 电磁感应电子感应加速器 中的应用	(116)
3.8.4 超导现象在磁悬浮技术 中的应用	(94)	4.6.2 电磁屏蔽在电磁兼容技术中 的应用	(116)
思考题	(95)	4.6.3 瞬变电磁场在雷达中的应用 ——冲激脉冲雷达	(118)
习题	(96)	4.7 麦克斯韦和麦克斯韦理论建立 的意义	(119)
第4章 动态场	(100)	4.7.1 麦克斯韦生平简介	(119)
4.1 静态场方程在时变条件下的 推广	(101)	4.7.2 麦克斯韦理论的建立 过程	(119)
4.1.1 法拉第电磁感应定律的启示 ——涡旋电场	(101)	4.7.3 麦克斯韦理论的意义	(121)
4.1.2 问题的提出——位移 电流	(102)	思考题	(121)
4.1.3 动态场方程——麦克斯韦 方程	(103)	习题	(122)
4.2 辅助动态位	(104)	第5章 电磁波的传播	(124)
4.2.1 时变电磁场的标量电位 和矢量磁位	(104)	5.1 一般波动方程	(125)
4.2.2 时变电磁场动态位的 波动方程	(105)	5.2 无界均匀媒质中平面电磁波 的传播	(126)
4.3 时变电磁场的边界条件	(105)	5.2.1 理想介质中的平面 电磁波	(126)
4.3.1 边界条件的一般形式	(105)	5.2.2 导电媒质中的平面 电磁波	(131)
4.3.2 边界条件的特殊形式	(106)	5.2.3 任意方向传播的均匀 平面电磁波	(136)
4.4 时变电磁场的能量、能流和 能量守恒定律	(106)	5.2.4 平面电磁波的极化	(137)
4.4.1 时变电磁场的能量	(106)	5.3 有界均匀媒质中平面电磁波 的传播	(141)
4.4.2 时变电磁场的能流——坡印 亭矢量	(107)	5.3.1 不同理想介质平面边界上入射 的均匀平面电磁波	(141)
4.4.3 时变电磁场的能量守恒定律 ——坡印亭定理	(107)	5.3.2 理想介质和理想导体平面 边界上入射的均匀平面 电磁波	(149)
4.5 时谐电磁场	(109)	5.4 无线电波的传播	(153)
4.5.1 时谐电磁场的复数 表示法	(109)	5.4.1 无线电波传播概论	(153)
4.5.2 时谐电磁场的麦克斯韦		5.4.2 地波传播	(155)

5.4.3 天波传播.....	(156)	6.6.4 宽带传输技术在多媒体通信 中的应用.....	(212)
5.4.4 空间波传播.....	(158)	思考题	(214)
5.5 电磁波传播的应用.....	(160)	习题	(215)
5.5.1 极化技术在目标识别中 的应用.....	(160)	第7章 电磁波的辐射	(217)
5.5.2 反射特性在对流层散射 通信中的应用.....	(162)	7.1 赫兹和赫兹实验.....	(218)
思考题	(163)	7.2 振荡偶极子的辐射.....	(219)
习题	(164)	7.2.1 滞后位.....	(219)
第6章 电磁波的传输	(166)	7.2.2 振荡电偶极子(赫兹偶极子) 的辐射.....	(220)
6.1 传输线概述.....	(167)	7.2.3 振荡磁偶极子的辐射.....	(222)
6.2 导行电磁波的一般传输特性 分析.....	(169)	7.3 天线的电参量.....	(224)
6.2.1 纵向场量法.....	(169)	7.3.1 方向性图、主瓣宽度和 副瓣电平.....	(224)
6.2.2 各类导波模式的一般传输 特性.....	(172)	7.3.2 方向性系数、效率和增益 系数.....	(225)
6.3 矩形波导中导行电磁波的 传输特性.....	(175)	7.3.3 输入阻抗和辐射电阻.....	(226)
6.3.1 导波模式的横场分布 特性.....	(175)	7.4 线形天线.....	(228)
6.3.2 导波模式的纵场传输 特性.....	(178)	7.4.1 对称振子天线.....	(228)
6.3.3 导波主模式的传输 特性.....	(179)	7.4.2 引向天线.....	(230)
6.4 其他导波系统简介.....	(183)	7.4.3 宽频带天线.....	(231)
6.4.1 圆形波导.....	(183)	7.4.4 螺旋天线.....	(232)
6.4.2 同轴波导.....	(185)	7.4.5 旋转场天线.....	(233)
6.4.3 微带线和类微带线.....	(186)	7.4.6 槽隙天线.....	(235)
6.4.4 介质波导和光波导.....	(190)	7.4.7 微带天线.....	(236)
6.5 微波传输线.....	(194)	7.5 面形天线.....	(238)
6.5.1 一般传输线方程.....	(195)	7.5.1 面形天线辐射场的分析 方法.....	(238)
6.5.2 传输波的传输特性.....	(199)	* 7.5.2 惠更斯面元的辐射.....	(238)
6.5.3 传输线的工作状态.....	(199)	7.5.3 喇叭天线.....	(241)
6.5.4 传输线的阻抗匹配.....	(205)	7.5.4 抛物面天线.....	(242)
6.6 电磁波传输的应用.....	(208)	7.5.5 双反射面天线.....	(243)
6.6.1 数字微波通信在军事上 的应用.....	(208)	7.6 天线阵.....	(244)
6.6.2 卫星通信在全球卫星定位 系统中的应用.....	(209)	7.6.1 方向性相乘原理.....	(245)
6.6.3 光纤通信传输系统在全光 网络通信技术中的应用	(211)	7.6.2 常见二元阵天线.....	(246)
		7.6.3 直线阵天线.....	(247)
		7.7 电磁波辐射的应用.....	(249)
		7.7.1 方向性相乘原理在相控阵 天线中的应用.....	(250)
		7.7.2 智能天线在移动通信系统 中的应用.....	(251)

7.7.3 电磁辐射在电子战中的应用.....	(253)	作用规律和转化关系.....	(260)
7.7.4 电磁辐射在生物电磁学中的应用.....	(253)	8.4 电磁定律、定理和方程的推演关系.....	(262)
思考题	(254)	8.5 理解、分析和计算场问题的重要方法.....	(264)
习题	(256)	附录 A 重要矢量公式	(266)
第 8 章 综论	(257)	附录 B 常用坐标系的变换关系	(266)
8.1 电磁理论的进展与科技发展的关系.....	(258)	附录 C 梯度、散度、旋度和拉普拉斯的常用坐标表示式	(268)
8.2 对场本质的探索与认识进程.....	(258)	附录 D 重要定理的推证	(269)
8.3 场源、场量和媒质的相互作用规律和转化关系.....	(258)	附录 E 部分习题参考答案	(272)
		参考文献	(277)

第 1 章

场论基础

矢量分析主要包含矢量代数、正交坐标系和矢量微积分,场的理论是通过矢量分析来表述的,所以矢量分析与场论密不可分。本章首先介绍场的数学概念和表示方法,进而对场的场域性质和场点性质及其描述方法做了对比讨论,着重讨论了标量场的梯度、矢量场的散度和旋度的物理概念及其运算规律,在此基础上介绍总结矢量场性质的亥姆霍兹定理。

在各专业领域中,都有表述相关学科内容的特殊语言,如文学语言、绘画语言、音乐语言、舞蹈语言和计算机语言等。同样,矢量分析就是表述电磁场与电磁波问题的数学语言,它能定量、准确、简洁、紧凑而雅致地描述场与波的基本特性和变化规律,是学好本门课程的有效工具和入门基础。

1.1 场的概念和表示

1.1.1 场的分类

在一个空间区域中,某物理量的分布可以用一个空间位置 and 时间的函数来描述。若区域中每点每时刻都有一个确定值,则在此区域中就确定了该物理量的一种场。概括而言,场是表征空间区域中各点物理量的时空分布函数。场在各点的数值能够用实验测量,或者根据某些其他量通过数学运算间接预计。

1. 标量场和矢量场

物理量可能是一个标量或矢量,因而,场也可能是一个标量场或矢量场。标量场是指空间各点仅有确定大小的物理量,如温度场、密度场、气压场和电位场;矢量场是指空间各点同时有大小和方向的物理量,如速度场、加速度场、重力场、电场和磁场。

2. 静态场和时变场

静态场是指仅由空间位置确定,不随时间变化的场,如静电场和静磁场;时变场是指同时随空间位置和时间变化的场,如时变电磁场。时变场又称为动态场。

1.1.2 矢量场的基本运算

除去矢量除法没有定义外,矢量的加、减和乘都比标量的加、减、乘和除更加复杂。一个矢量 $\mathbf{A}$ 可用一条用箭头指示方向的线段来表示,线段长度表示矢量 $\mathbf{A}$ 的模 A , 箭头指向表示矢量 $\mathbf{A}$ 的方向,如图 1.1 所示。一个模为 1 的矢量称为单位矢量。取 $\mathbf{a}_A$ 表示与 $\mathbf{A}$ 同方向的单位矢量,则有 $\mathbf{A} = \mathbf{a}_A A$, 其中

$$\mathbf{a}_A = \frac{\mathbf{A}}{A} \quad (1.1)$$

1. 矢量加、减法

两个矢量 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 可按平行四边形法则相加,其对角线表示合成矢量 $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$, 如图 1.2 所示。矢量加法服从交换律和结合律

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A} \quad (1.2)$$

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) \quad (1.3)$$

$\mathbf{B}$ 和 $-\mathbf{B}$ 可以看做大小相等方向相反的两个矢量,故借助于矢量加法也可以实现矢量减法,如图 1.3 所示,有

$$\mathbf{A} + (-\mathbf{B}) = \mathbf{A} - \mathbf{B} \quad (1.4)$$

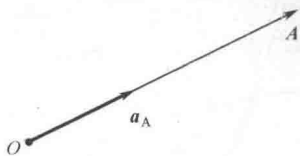


图 1.1 点 P 处的矢量

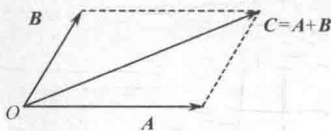


图 1.2 矢量加法

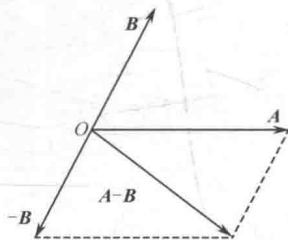


图 1.3 矢量减法

2. 矢量乘法

一个标量 η 与一个矢量 $\mathbf{A}$ 的乘积 $\eta\mathbf{A}$ 仍为一个矢量, 其大小为 $|\eta|A$, 其方向由 η 的正负来确定: 若 $\eta > 0$, 则 $\eta\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{A}$ 平行同向; 若 $\eta < 0$, 则 $\eta\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{A}$ 平行反向。

两个矢量 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 的点积(或标积) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ 是一个标量, 可看做两矢量相互投影之值, 定义为

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta \quad (1.5)$$

式中, θ 的取值范围为 $0 \leq \theta \leq \pi$ 。如图 1.4 所示, 当 θ 为锐角、直角和钝角时, 点积标量为正、零和负值。矢量的点积满足交换律和分配律。

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \quad (1.6)$$

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C} \quad (1.7)$$

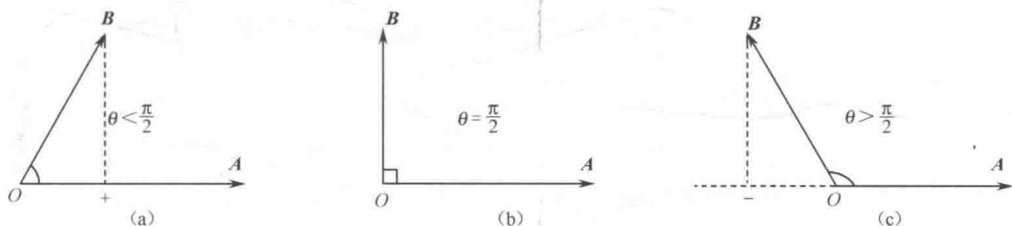


图 1.4 矢量点积

两个矢量 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 的叉积(或矢积) $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ 是一个矢量, 它垂直于 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 所在的平面, 其指向按右旋法则来确定: 当右手四指从矢量 $\mathbf{A}$ 旋转 θ 角至 $\mathbf{B}$ 时大拇指的指向, 如图 1.5 所示, 其定义为

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = a_n AB \sin \theta \quad (1.8)$$

叉积不满足交换律, 但满足分配律, 有

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A} \quad (1.9)$$

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \mathbf{C} \quad (1.10)$$

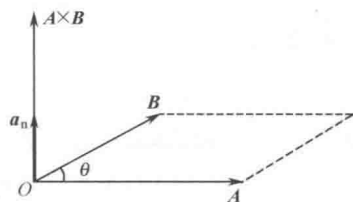


图 1.5 矢量叉积

1.1.3 常用正交坐标系

一般性的矢量运算并未涉及具体的几何形状, 但在实际工程应用中, 往往要涉及具体的几何形状, 直接运用矢量运算关系式来求解不同物体中的场解是十分复杂的。按物体形状引入相应坐标系, 就可以在复杂的矢量运算中将矢量按坐标投影形式分解为简单的标量, 然后再合成矢量。这样, 不仅可以简化对电磁问题的分析和计算, 更便于在坐标分量形式下考查电磁问题的物理特性, 了解场的空间分布和变化规律。

三种常用坐标系是: 直角(或笛卡儿)坐标系、圆柱坐标系和球坐标系。直角坐标系是最基本、最简单的坐标系, 其坐标单位矢量是常矢, 而其他坐标系的坐标单位矢量一般是变矢, 其方向随空间位置不同而变化。我们应当首先重点掌握直角坐标系及其应用。

1. 直角坐标系

如图 1.6 所示, 直角坐标系中的三个坐标变量是 x , y 和 z , 点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 是三个平面 $x = x_0$, $y = y_0$ 和 $z = z_0$ 的交点。通过该点的三个正交单位矢量 $\mathbf{a}_x$, $\mathbf{a}_y$ 和 $\mathbf{a}_z$ 指向 x , y 和 z 增加的方向。

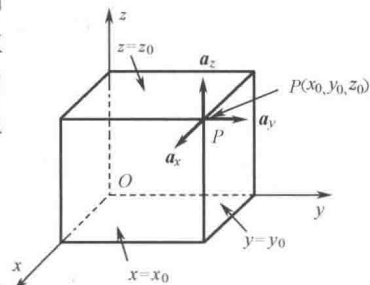


图 1.6 直角坐标系

向,且满足如下右旋关系

$$\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y = \mathbf{a}_z, \mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_x, \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_x = \mathbf{a}_y \quad (1.11)$$

矢量 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 在直角坐标系中分解为如下三个分量

$$\mathbf{A} = \mathbf{a}_x A_x + \mathbf{a}_y A_y + \mathbf{a}_z A_z \quad (1.12a)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{a}_x B_x + \mathbf{a}_y B_y + \mathbf{a}_z B_z \quad (1.12b)$$

显然, $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 的代数运算满足如下关系

$$\mathbf{A} \pm \mathbf{B} = \mathbf{a}_x (A_x \pm B_x) + \mathbf{a}_y (A_y \pm B_y) + \mathbf{a}_z (A_z \pm B_z) \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} &= (\mathbf{a}_x A_x + \mathbf{a}_y A_y + \mathbf{a}_z A_z) \cdot (\mathbf{a}_x B_x + \mathbf{a}_y B_y + \mathbf{a}_z B_z) \\ &= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \times \mathbf{B} &= (\mathbf{a}_x A_x + \mathbf{a}_y A_y + \mathbf{a}_z A_z) \times (\mathbf{a}_x B_x + \mathbf{a}_y B_y + \mathbf{a}_z B_z) \\ &= \mathbf{a}_x (A_y B_z - A_z B_y) + \mathbf{a}_y (A_z B_x - A_x B_z) + \mathbf{a}_z (A_x B_y - A_y B_x) \\ &= \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (1.15)$$

在直角坐标系中, 点 P 的位置矢量

$$\mathbf{r} = \mathbf{a}_x x + \mathbf{a}_y y + \mathbf{a}_z z \quad (1.16)$$

其微分为

$$d\mathbf{r} = \mathbf{a}_x dx + \mathbf{a}_y dy + \mathbf{a}_z dz \quad (1.17)$$

2. 圆柱坐标系

如图 1.7 所示, 圆柱坐标系中的三个坐标变量是 ρ , φ 和 z , 点 $P(\rho_0, \varphi_0, z_0)$ 是圆柱面 $\rho = \rho_0$ 、半平面 $\varphi = \varphi_0$ 和平面 $z = z_0$ 的交点。通过该点的三个正交单位矢量 $\mathbf{a}_\rho$, $\mathbf{a}_\varphi$ 和 $\mathbf{a}_z$ 指向 ρ , φ 和 z 增加的方向, 且满足如下右旋关系

$$\mathbf{a}_\rho \times \mathbf{a}_\varphi = \mathbf{a}_z, \mathbf{a}_\varphi \times \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_\rho, \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_\rho = \mathbf{a}_\varphi \quad (1.18)$$

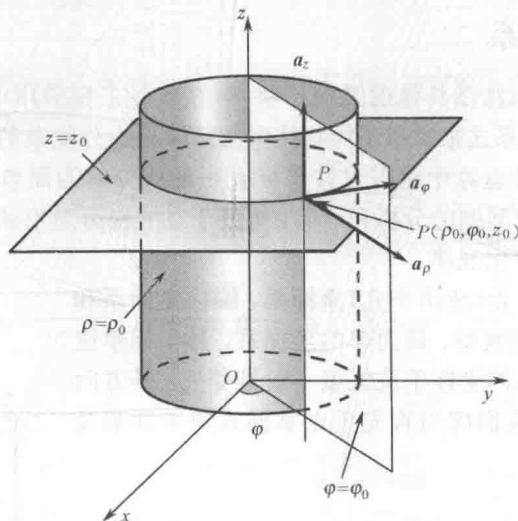


图 1.7 圆柱坐标系

矢量 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 在圆柱坐标系中分解为如下三个分量

$$\mathbf{A} = \mathbf{a}_\rho A_\rho + \mathbf{a}_\varphi A_\varphi + \mathbf{a}_z A_z \quad (1.19a)$$

$$\mathbf{B} = a_\rho B_\rho + a_\varphi B_\varphi + a_z B_z \quad (1.19b)$$

显然, $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 的代数运算满足如下关系

$$\mathbf{A} \pm \mathbf{B} = a_\rho (A_\rho \pm B_\rho) + a_\varphi (A_\varphi \pm B_\varphi) + a_z (A_z \pm B_z) \quad (1.20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} &= (a_\rho A_\rho + a_\varphi A_\varphi + a_z A_z) \cdot (a_\rho B_\rho + a_\varphi B_\varphi + a_z B_z) \\ &= A_\rho B_\rho + A_\varphi B_\varphi + A_z B_z \end{aligned} \quad (1.21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \times \mathbf{B} &= (a_\rho A_\rho + a_\varphi A_\varphi + a_z A_z) \times (a_\rho B_\rho + a_\varphi B_\varphi + a_z B_z) \\ &= a_\rho (A_\varphi B_z - A_z B_\varphi) + a_\varphi (A_z B_\rho - A_\rho B_z) + a_z (A_\rho B_\varphi - A_\varphi B_\rho) \\ &= \begin{vmatrix} a_\rho & a_\varphi & a_z \\ A_\rho & A_\varphi & A_z \\ B_\rho & B_\varphi & B_z \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (1.22)$$

在圆柱坐标系中, 点 P 的位置矢量可由半平面 $\varphi = \varphi_0$ 上的几何关系得到

$$\mathbf{r} = a_\rho \rho + a_z z \quad (1.23)$$

在工程应用中, 由于涉及不同形状的物体, 为了分析计算在边界影响下存在的实际电磁结构及其场解, 往往需要同时采用几个不同的坐标系, 此时需要进行不同坐标系间的相互转换。包括坐标系、单位矢量和矢量间的变换等, 详见附录 B。这里只写出圆柱坐标系与直角坐标系间的变换与逆变换公式

$$x = \rho \cos \varphi, y = \rho \sin \varphi, z = z \quad (1.24a)$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \varphi = \arctan \frac{y}{x}, z = z \quad (1.24b)$$

3. 球坐标系

如图 1.8 所示, 球坐标系中的三个坐标变量是 r , θ 和 φ , 点 $P(r_0, \theta_0, \varphi_0)$ 是球面 $r = r_0$ 、正圆锥面 $\theta = \theta_0$ 和半平面 $\varphi = \varphi_0$ 的交点。通过该点的三个正交单位矢量 $\mathbf{a}_r$, $\mathbf{a}_\theta$ 和 $\mathbf{a}_\varphi$ 指向 r , θ 和 φ 增加的方向, 且满足如下右旋关系

$$\mathbf{a}_r \times \mathbf{a}_\theta = \mathbf{a}_\varphi, \mathbf{a}_\theta \times \mathbf{a}_\varphi = \mathbf{a}_r, \mathbf{a}_\varphi \times \mathbf{a}_r = \mathbf{a}_\theta \quad (1.25)$$

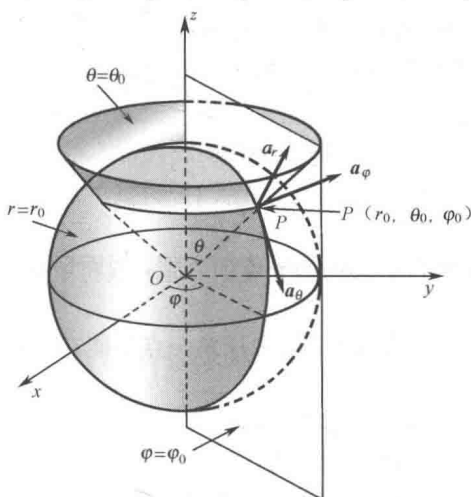


图 1.8 球坐标系

矢量 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 在球坐标系中分解为如下三个分量

$$\mathbf{A} = a_r A_r + a_\theta A_\theta + a_\varphi A_\varphi \quad (1.26a)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{a}_r B_r + \mathbf{a}_\theta B_\theta + \mathbf{a}_\varphi B_\varphi \quad (1.26b)$$

显然, $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 的代数运算满足如下关系

$$\mathbf{A} \pm \mathbf{B} = \mathbf{a}_r (A_r \pm B_r) + \mathbf{a}_\theta (A_\theta \pm B_\theta) + \mathbf{a}_\varphi (A_\varphi \pm B_\varphi) \quad (1.27)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_r B_r + A_\theta B_\theta + A_\varphi B_\varphi \quad (1.28)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \times \mathbf{B} &= \mathbf{a}_r (A_\theta B_\varphi - A_\varphi B_\theta) + \mathbf{a}_\theta (A_\varphi B_r - A_r B_\varphi) + \mathbf{a}_\varphi (A_r B_\theta - A_\theta B_r) \\ &= \begin{vmatrix} \mathbf{a}_r & \mathbf{a}_\theta & \mathbf{a}_\varphi \\ A_r & A_\theta & A_\varphi \\ B_r & B_\theta & B_\varphi \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (1.29)$$

在球坐标系中, 点 P 的位置矢量可由球面 $r = r_0$ 上的几何关系得到

$$\mathbf{r} = \mathbf{a}_r r \quad (1.30)$$

球坐标系与直角坐标系间的转换关系详见附录 B。这里只写出它们间的变换与逆变换公式

$$x = r \sin\theta \cos\varphi, y = r \sin\theta \sin\varphi, z = r \cos\theta \quad (1.31a)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \theta = \arccos \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \varphi = \arctan \frac{y}{x} \quad (1.31b)$$

1.2 场的性质和描述

1.2.1 场域性质

场是有限空间区域中位置的分布函数, 可以表示成位置矢量或三维坐标的解析函数形式。在实际应用中, 常常需要了解场在有限区域中的分布状况, 以及场与产生它的源的相依关系。对于抽象的场, 我们的确能够应用相应的函数形式来精确描述, 但直观性不够。为了更加形象地描述场的空间分布状况, 可用分布于有限区域界面或界线内的等值面簇或等值线簇来表示标量场, 用穿过有限区域界面或界线的矢量线簇来表示矢量场。所谓场的场域性质, 是指场在空间有限区域的分布状况。由于限于有限区域, 通常采用积分形式来表述, 所以场的场域性质又称为积分性质。

1. 标量场的等值面

在研究标量场时, 引入等值面可以形象、直观地描述场的空间分布状况。在标量场中, 使标量函数 $u(x, y, z)$ 取相同数值的点形成的空间曲面, 称为标量场的等值面。对于任意给定常数 C , 描述曲面的轨迹方程

$$u(x, y, z) = C \quad (1.32)$$

就是等值面方程。

标量场的等值面具有如下特征:

(1) 常数 C 取不同数值时, 就得到不同的等值面方程, 因而形成充满标量场 u 所在空间的等值面簇, 如图 1.9 所示;

(2) 由于 $u(x, y, z)$ 是坐标的单值函数, 场中任意一点只能在一个等值面上, 标量场的等值面互不相交;

(3) 三维标量场退化为二维或一维的标量场时, 等值面退化为等值线(曲线或直线)。

例如, 温度场中的等温面, 引力场中的等势面, 电位场中的等位面及气象图中的等压线和地形图中的等高线等, 都是具体应用实例。图 1.10 表示位于坐标原点, 电量为 q 的点电荷在自由空间任意点 (x, y, z) 所形成的等位面簇。其电位表达式为

$$\Phi(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}}$$