

初中几何速效手册

●迷津指点●方法导引

阮国杰 孙增国 黄海波

教育科学出版社

初中几何速效手册

●迷津指点●方法导引

阮国杰 孙增国 黄海波 编著

教育科学出版社

(京)新登字第111号

初中几何速效手册

阮国杰 孙增国 黄海波 编著 责任编辑 刘 进

教育科学出版社出版、发行

(北京·北太平庄·北三环中路46号)

各地新华书店经销

北京顺义燕华印刷厂印装

开本: 787 毫米×1092 毫米 1/32 印张: 8.625 字数: 191 千

1993 年 7 月第 1 版 1993 年 7 月第 1 次印刷

印数: 00,001—10,500册

ISBN 7-5041-1116-3/G · 1073 定价: 4.10元

序 言

本书是根据《全日制中学数学教学大纲》，配合初中学生做好由小学到中学的学习过渡，由北京师大二附中有较丰富的教学经验的教师编写的。

作为初中数学学习的参考书，为了能起到帮助同学们学好数学的作用，本书编写中力求紧密结合教学实际，做到把握整体，突出重点，剖析错误，阐明思路。

具体编写时注意做到：

1. 理清知识系统，把握知识整体。突出重点难点，重视基础知识。

2. 针对学习实际，抓住容易混淆的概念，容易出错的知识，进行重点剖析，帮助学生正确理解，掌握知识。

3. 精选典型例题，着重思路分析，尽量明确各章应着重培养的数学思想、方法，并以此为依据，适当选配练习。

希望本书能成为初中学生数学学习的良师益友。

陈俊辉

1993年1月

目 录

第一章 直线、相交线和平行线	(1)
一、知识系统	(1)
二、重点知识	(2)
直线 射线 线段 角 平行线 基本作图	
定义、公理、定理	
三、应注意的问题	(9)
直线、射线、线段 角 对顶角 线段和差	
与角的和差 平行线 定义、公理、定理	(9)
四、典型例题	(28)
五、应注意培养的数学思想、方法和	
有关能力	(35)
六、习题精选	(36)
第二章 三角形	(40)
一、知识结构	(40)
二、重点知识	(41)
基本概念 三角形的分类 三角形全等	
等腰三角形 直角三角形 三角形作图	
关于三角形中不等量的证明 线段的垂	
直平分线 角平分线	
三、应注意的问题	(44)
三角形的内角平分线、中线和高线 三	

角形全等 等腰三角形 避免循环论证
关于证明几何量不等的问题 添加辅助
线时应注意的问题

四、典型例题 (65)

五、应注意培养的数学思想、方法和
有关能力 (74)

六、习题精选 (77)

第三章 四边形 (79)

一、知识结构 (79)

二、重点知识 (81)

多边形 平行四边形 中心对称 梯形 平行
线等分线段定理及其推论 中位线 多边形的
面积 勾股定理

三、应注意的问题 (81)

平行四边形和各种特殊四边形之间的关系
中心对称 对本章定理的理解和记忆 解题
注意事项

四、典型例题 (92)

五、应注意培养的教学思想、方法和
有关能力 (143)

六、习题精选 (144)

第四章 相似形 (159)

一、知识结构 (159)

二、重点知识 (160)

比和比例 线段的比和成比例线段 平行
线分线段成比例定理 三角形中平行于一

边的直线的性质 三角形中内(外)角平分
 线性性质定理 相似三角形及其判定 直角
 三角形相似的判定 相似三角形的性质
 三角形的重心定理 直角三角形的射影定
 理 相似多边形的定义 相似多边形的性
 质

三、应注意的问题 (165)

关于线段的比和成比例的线段 关于比例
 式的等价变形 平行线分线段成比例定理
 三角形比例线段定理 作平行线是证明成
 比例线段的常用方法 一个约定 射影定
 理的应用 多边形相似的充要条件 相似
 形和全等形的区别和联系

四、典型例题 (174)

五、应注意培养的数学思想、方法和有关

能力 (199)

六、习题精选 (202)

第五章 圆 (212)

一、知识结构 (212)

二、重点知识 (214)

圆的定义 点与圆的位置关系 确定圆的
 条件 圆的特性 垂径定理 弧、弦、弦
 心距、圆心角的等量关系 圆心角、圆周
 角、弦切角、圆内角、圆外角 直线与圆
 的位置关系 切线判定定理 切线性质定
 理 切线长定理 圆幂定理 两圆的位置

关系 两圆的连心线的性质 两圆的公切线的性质 外接圆、外心 内切圆、内心 垂心 圆的内接四边形的性质 圆内接四边形的判定 圆的外切四边形的性质 圆内接正 n 边形的判定定理 圆外切正 n 边形的判定定理 正多边形的性质 弧长公式 扇形面积公式 四种命题形式及其相互关系 点的轨迹 重要作图

三、应注意的问题 (222)

圆的面积 三种部分圆周 直径也是弦 弧量度的两个方面 切线、切点 弦、弧、圆周角 “圆幂定理” 注意图形问题的多种情况 注意定理的逆定理 三角形的“五心” 四边形有外接圆的条件 正 n 边形的某些特点 反证法 点的轨迹和探求轨迹的常用方法

四、典型例题 (228)

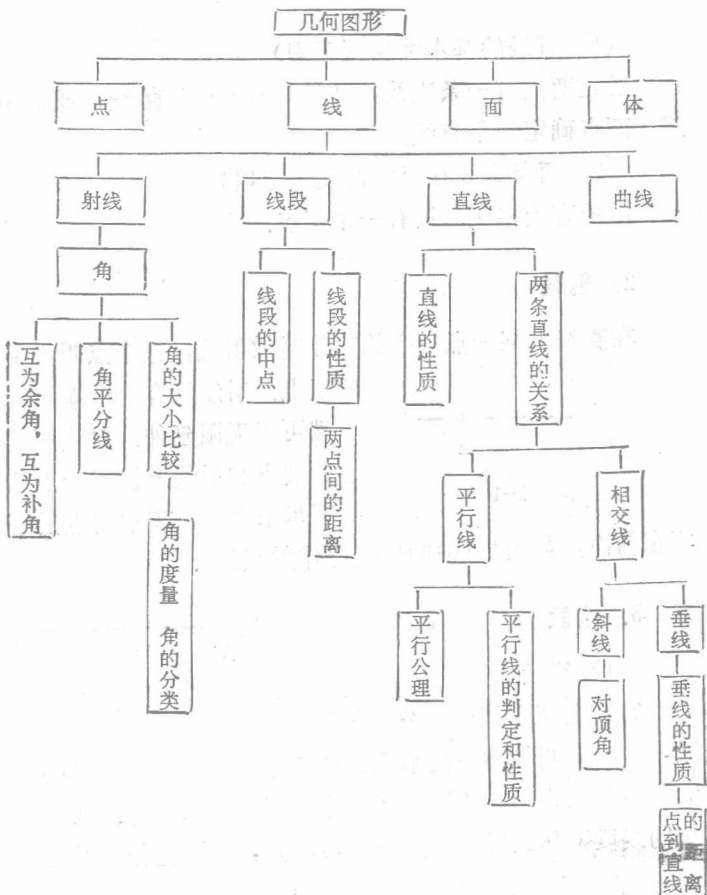
五、应注意培养的数学思想、方法和有关

能力 (258)

六、习题精选 (260)

第一章 直线、相交线和平行线

一、知识系统



二、重点知识

1. 直线

(1) 直线的基本性质 (公理)

经过两点有一条直线，并且只有一条直线，或简单说成：两点确定一条直线。

(2) 两条直线相交的性质 (定理)

两条直线相交，只有一个交点。

2. 射线

在直线上某一点一旁的部分叫做射线，这个点叫做射线的端点。射线只有一个端点，另一端可以无限延伸。射线用表示它的端点和射线上任意一点的大写字母来表示，表示端点的字母



图 1-1

写在前面，如图1-1中的射线记作射线 OA 。

3. 线段

(1) 线段

直线上两点间的部分叫做线

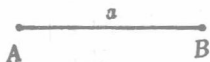


图 1-2

段，这两点叫做线段的端点。线段用它们的两个端点的两个大写字母来表示，也可以用一个小写字母来表示。如图1-2中的线段记作线段 AB （或线段 BA ），也可记作线段 a 。

(2) 线段的基本性质 (公理)

在所有连结两点的线中，线段最短。这句话也可简单地说是：两点之间线段最短。如图1-3中所有线中，线段 AB 最短。

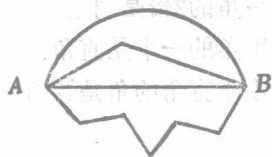


图 1-3

(3) 两点间的距离

连结两点的线段的长度，叫做两点的距离。

(4) 线段的中点

将一条线段分成两条相等线段的点，叫做线段的中点。

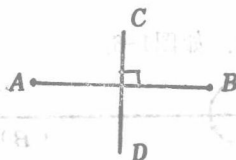


图 1-4

(5) 线段的垂直平分线

垂直于一条线段并且平分这条线段的直线，叫做这条线段的垂直平分线，或称中垂线。如图1-4，直线 CD 就是线段 AB 的垂直平分线。

线段的垂直平分线上的点和这条线段两个端点的距离相等。反过来，此命题也成立。即和一条线段两个端点距离相等的点，在这条线段的垂直平分线上。

4. 角

(1) 角的概念

具有公共端点的两条射线所组成的图形叫做角。这个公共端点叫做角的顶点，这两条射线叫做角的边。起始位置的射线叫角的始边、终止位置的射线叫角的终边。

(2) 角的分类

角的两条边成一条直线的角叫做平角。

平角的2倍是周角。
平角的一半是直角。
小于直角的角是锐角。

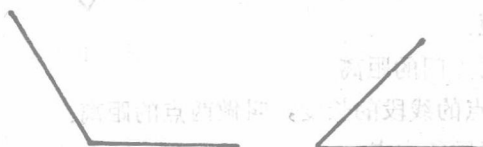


图 1-5

大于直角而小于平角的角是钝角。如图1-6。

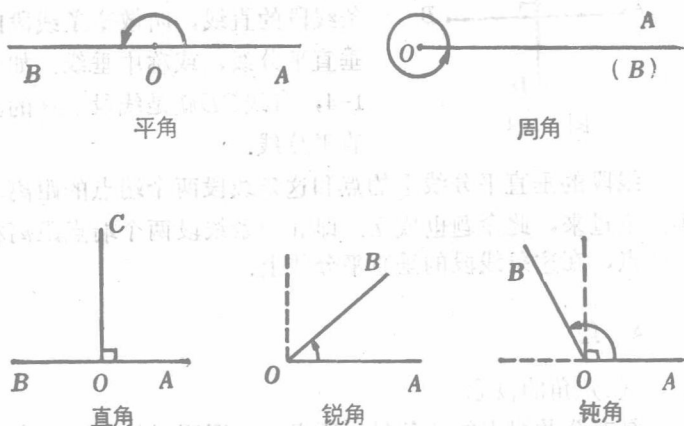


图 1-6

(3) 角的度量

把圆周分成360等份，每一份是1度的角。记作“ 1° ”的角。

1 圆周角 $= 360^\circ$; 1 平角 $= \frac{1}{2}$ 圆周角 $= 180^\circ$;

1 直角 $= \frac{1}{2}$ 平角 $= \frac{1}{4}$ 圆周角 $= 90^\circ$.

角的度量单位是度、分、秒.

$1^\circ = 60'$, $1' = 60''$.

(4) 两角之间的关系

互为余角: 两个角的和等于直角时, 这两个角称为互为余角, 简称互余. 周角 (或等角) 的余角相等.

互为补角: 两个角的和等于平角时, 这两个角称互为补角, 简称互补. 同角 (或等角) 的补角相等.

互为邻角: 有公共顶点和一条公共边, 且另两边在公共边异侧的两个角, 叫做互为邻角.

对顶角: 一个角的两条边分别是另一个角的两条边的反向延长线, 这两个角称为对顶角.

对顶角的性质: 对顶角相等.

三线八角: 如图 1-7 所示,

两条直线 l_1 、 l_2 被第三条直线 m 所截, 形成八个角. $\angle 1$ 和 $\angle 5$ 的位置相同 (都在直线 l_1 、 l_2 的上方且都在直线 m 的同旁), 这样的一对对角叫做同位角. $\angle 2$ 和 $\angle 6$ 、 $\angle 3$ 和 $\angle 7$ 、 $\angle 4$ 和 $\angle 8$ 也都是同位角. $\angle 3$ 和 $\angle 5$ 都在直线 l_1 和 l_2 之间, 并且位置交错 ($\angle 3$ 在直线 l_1

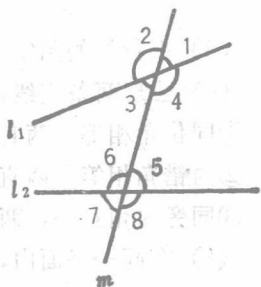


图 1-7

的下方, 在直线 m 的左旁, 而 $\angle 5$ 在直线 l_2 的上方, 在直线 m

的右旁), 这样的一对角叫做内错角. $\angle 4$ 和 $\angle 6$ 也是内错角. $\angle 3$ 和 $\angle 6$ 都在直线 l_1 、 l_2 之间, 并且在直线 m 的同旁, 这样的一对角叫做同旁内角. $\angle 4$ 和 $\angle 5$ 也是同旁内角.

(5) 角平分线

从一个角的顶点出发的一条射线, 如果把这个角分成两个相等的角, 这条射线叫做这个角的平分线.

5. 平行线

(1) 平行线的定义

在同一平面内不相交的两条直线叫做平行线. 平行用符号“ $\parallel$ ”表示. 如图1-8中, 直线 AB 与 CD 是平行线, 记作 $AB \parallel CD$.

图 1-8

(2) 平行公理

经过直线外一点有一条而且只有一条直线与这条直线平行.

(3) 平行线的判定

(a) 公理两条直线被第三条直线所截.

① 同位角相等, 两直线平行.

② 内错角相等, 两直线平行.

③ 同旁内角互补, 两直线平行.

(b) 在同一平面内, 如果两条直线都和第三条直线平行, 那么这两条直线平行.

(c) 定理: 在同一平面内, 如果两条直线都和第三条直线垂直, 那么这两条直线平行.

(4) 平行线的性质

(a) 两条平行线被第三条直线所截，那么

①同位角相等。

②内错角相等。

③同旁内角互补。

(b) 定理：在同一平面内一条直线垂直于两条平行线中的一条也垂直另一条。

6. 基本作图

只用直尺（没有刻度）和圆规画图的方法简称尺规作图。

较复杂的作图都是由基本作图组成的。所以下面介绍几种基本作图：

(1) 作一个角等于已知角（图1-9）



图 1-9

(2) 作已知角的平分线（图1-10）

(3) 作已知线段的垂直平分线（图1-11）

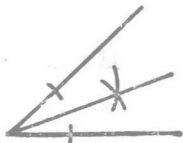


图 1-10

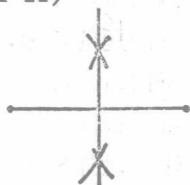


图 1-11

(4) 经过一点作已知直线的垂线 (图1-12)

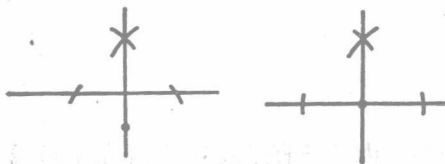


图 1-12

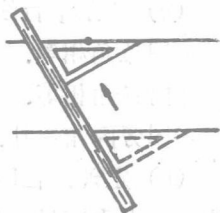


图 1-13

(5) 经过已知直线外的一点作这条直线的平行线 (图1-13)

7. 定义、公理、定理

(1) 定义

对一个名词或术语的意义的规定就是这个名词或术语的定义。

(2) 命题

判断一件事情的语句，叫做命题。每个命题都由题设和结论两个部分组成。正确的命题叫做真命题，错误的命题叫做假命题。

(3) 公理

人类从实践经验中总结出来的图形的基本性质，作为说明其它问题的根据，这样的命题叫做公理。

下面给出经常用的“等量公理”和“不等量公理”

等量公理：

① 等量加等量，和相等；

② 等量减等量，差相等；

- ③等量的同倍量相等；
- ④等量的同分量相等；
- ⑤全量等于它的各部分的和；
- ⑥在等式中，一个量可以用它的等量来代替（简称“等量代换”）。

不等量公理：

- ①不等量加上或者减去等量，原来大的仍大；
- ②不等量乘以或者除以同一个正数，原来大的仍大；
- ③不等量加不等量，大量的和大于小量的和；
- ④等量减不等量，减去大的，差反而小。
- ⑤第一量大于第二量，第二量大于第三量，则第一量大
于第三量；
- ⑥全量大于它的任一部分。

（4）定理

用推理的方法判断为正确的命题叫做定理。

三、应注意的问题

1. 直线、射线、线段

直线、射线、线段是平面几何中最基本而又极为重要的概念。因为所有的几何图形都由它们组成，也正是由它们形成了丰富多彩的平面几何图形。下面三个方面需引起大家注意：

第一，要注意直线、射线、线段这三个概念的联系与区别。