



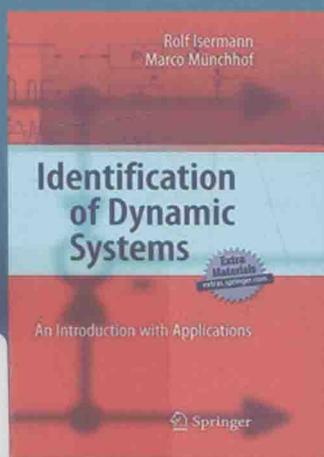
国际电气与电子工程译丛

 Springer

动态系统辨识 ——导论与应用·

Identification of Dynamic Systems
——An Introduction with Applications

[德] R.伊 泽 曼 (Rolf Isermann) 著
M.明奇霍夫 (Marco Münchhof)
杨 帆 耿立辉 倪博溢 译
萧德云 审



 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

国际电气与电子工程译丛

动态系统辨识 ——导论与应用

**Identification of Dynamic Systems
——An Introduction with Applications**

(德) R. 伊泽曼 (Rolf Isermann) 著
M. 明奇霍夫 (Marco Münchhof)
杨帆 耿立辉 倪博溢 译
萧德云 审



机械工业出版社
(原著由 Springer 出版)

本书以一种易懂、明晰、有条理的方式论述系统辨识，而且特别注重面向应用的辨识方法。主要内容包括时域与频域、连续时间与离散时间的非参数模型辨识和参数模型辨识，比较深入地讨论了辨识的数值计算和实际应用中的若干问题；对多变量系统辨识、非线性系统辨识以及闭环系统辨识等也有较为系统的论述。全书共分9个部分、24章，各章论述系统、简要，配有习题和数据集，供读者练习，以加强理解。

本书可供自动化类及相关专业高校师生和工程科技人员选用。

Translation from English language edition:

Identification of Dynamic Systems By Rolf Isermann and Marco Munchhof

Copyright © 2012 Springer Berlin Heidelberg

Springer Berlin Heidelberg is a part of Springer Science + Business Media
All Rights Reserved

本书由 Springer 授权机械工业出版社在中国境内（不包括香港、澳门特别行政区以及台湾地区）出版与发行。未经许可之出口，视为违反著作权法，将受法律之制裁。

北京市版权局著作权合同登记 图字：01-2013-6566 号

图书在版编目(CIP)数据

动态系统辨识：导论与应用 / (德)伊泽曼，(德)明奇霍夫著；杨帆，耿立辉，倪博溢译. —北京：机械工业出版社，2016.3

(国际电气与电子工程译丛)

书名原文：Identification of Dynamic Systems: An Introduction with Applications
ISBN 978-7-111-53217-0

I. ① 动… II. ① 伊… ② 明… ③ 杨… ④ 耿… ⑤ 倪… III. ① 动态系统 - 系统辨识 IV. ① TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 051542 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑：时 静 责任校对：张艳霞

责任印制：乔 宇

北京铭成印刷有限公司印刷

2016 年 4 月第 1 版 · 第 1 次印刷

184mm × 260mm · 35.25 印张 · 870 千字

0001-2500 册

标准书号：ISBN 978-7-111-53217-0

定价：129.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线：010-88361066

机 工 官 网：www.cmpbook.com

读者购书热线：010-68326294

机 工 官 博：weibo.com/cmp1952

010-88379203

金 书 网：www.golden-book.com

封面无防伪标均为盗版

教育服务网：www.cmpedu.com

中文版序^①

利用数学模型对任意类型的自然或技术过程进行理解、设计或操作变得日益重要。获得不同数学形式的模型可以创造许多可能性，比如在建立过程之前先进行仿真，或者实现特定的控制操作条件之前先进行测试，或者训练驾驶员和操作员等。数学模型也可能是控制系统的一部分，而且是调优或自适应控制系统必不可少的部分。

由于很多情况下建立过程模型不能仅基于物理和化学定律等理论公式，所以需要利用评估计算测量信号而进行辨识。更多采用的是混合的方法，即先利用基本原理推导出模型结构，也就是模型方程式，然后利用参数估计方法，根据测量数据确定模型的最优参数。

本书的英文原版于 2010 年底问世。萧德云教授意识到，本书将在中国对学习系统辨识的学生和运用系统辨识的实践者非常有帮助，因此推荐将其翻译成中文。这本系统辨识著作的主要优势是：对辨识方法做了全面介绍，且重点聚焦于各种方法背后的引出动机和基本思想，并伴有实践问题的讨论；不同的工业应用实例会激发读者，通过对所给实例的学习，将方法转化成各自的具体应用；取自实验装置的数据可以让读者马上行动起来，将本书讨论的算法应用于现实世界的数据。

取得出版商的同意后，杨帆博士（清华大学）、耿立辉博士（天津职业技术师范大学）和倪博溢博士（SAP 中国研究院）高度勤奋地翻译了本书，萧德云教授对译稿进行了仔细的修改审定。

我们十分感谢将本书翻译成中文，感谢译者的敬业工作以及所付出的时间与努力，祝愿本书能顺利传播推广。

R. 伊泽曼，M. 明奇霍夫
2015 年 5 月
于达姆施塔特

① 译者注：“中文版序”原文附后。

Preface for the Chinese translation

Employing mathematical models of any type of natural or technical processes becomes increasingly important in understanding or designing and operating these processes. The access to models in different mathematical forms opens for example the possibility to simulate processes before they are built or to test special controlled operation conditions before their realization or to train pilots and operators. Mathematical models may also be part of control systems and are an essential part of well-tuned or adaptive control systems.

As the creation of process models in many cases cannot only be based on theoretical formulations based on e. g. physical and chemical laws, the identification by evaluating measured signals is required in many cases. Often, a hybrid approach is employed where first the model structure, i. e. equations, are derived by applying first principles. By parameter estimation, then the optimal parameters for the model are determined from measurements.

The original English version of this book appeared at the end of 2010. It was Professor Xiao, who felt that the book will prove very helpful to students and practitioners of system identification in China and therefore recommended its translation. The main benefits of this compendium on system identification are the holistic introduction to identification methods focusing on the motivation and ideas behind the individual methods accompanied by a discussion on practical issues. The various examples of industrial applications shall stimulate the reader to transfer the methods to his/her specific application by learning from the provided examples. Test data taken at an experimental setup allow the reader to take the first steps right away and apply the algorithms presented in this book to real-world data.

After acceptance by the publisher, the manuscript was with high diligence translated by Dr. Yang (Tsinghua University), Dr. Geng (Tianjin University of Technology and Education) and Dr. Ni (SAP China). Professor Xiao then carefully revised the Chinese manuscript.

We highly appreciate the translation of the book into Chinese, thank our colleagues for this dedicated work and their time and effort, and wish all the best for the dissemination of the book.

Rolf Isermann

Marco Münchhof

Rolf Isermann

M. Münchhof

Darmstadt, May 2015

序

系统辨识研究的是如何根据含有噪声的输入和输出数据建立系统的数学模型，所获得的辨识模型是某种准则意义下的一种统计近似，近似的程度取决于对系统先验知识的了解，以及对辨识三要素（数据集、模型类和准则函数）的掌握和运用。在 R. Isermann 教授这本著作中，对辨识的这些本质概念给出了充分的论述和解释，使人真正领略到这些概念的内在意义。另外，系统辨识确实就像荷兰教授 P. Eykhoff 所说的那样——“是一只装满技巧的口袋”，R. Isermann 教授这本著作是这句话的最好诠释，该书从时域到频域、从连续时间到离散时间、从线性到非线性、从 SISO 系统到 MIMO 系统、从模型结构确定到模型参数估计、从变量选择到测试信号设计以及从理论分析到实例应用等多方面、多角度地论述辨识技巧无所不在，让人信服并领悟到辨识技巧的魅力。特别地，R. Isermann 教授在这本著作中为读者点出了许多辨识研究的空间和方向，有心者可以从中受到启迪，有望研究出更多、更巧的辨识技巧，以进一步丰富辨识这只“口袋”。

2011 年看到 R. Isermann 教授这本著作问世之时，就感到这是一本具有时代感的不凡大作，推荐杨帆博士将它翻译成中文出版。后来杨帆博士又邀请耿立辉博士和倪博溢博士加盟，这是三位年轻的工学博士，具备深厚的系统辨识学术底蕴，算是强强联手。他们三位取得清华大学博士学位之后，先后在加拿大、德国、法国和澳大利亚从事过博士后研究或做过访问学者，对系统辨识的灼见深受合作导师的赏识。

杨帆博士从 2012 年起接替我担任清华大学研究生“系统辨识理论与实践”这门专业基础课的教学工作。在课堂理论教学环节中，可以把深奥的知识讲得深入浅出、入木三分。在课堂讨论环节中，可以游刃有余地引导学生层层深入，将辨识的知识点像穿糖葫芦似地贯穿在一起，课后学生总会深深感叹“原来辨识知识点有这么紧密的关联”。

耿立辉博士在 EIV 模型辨识方面提出具有广泛实用意义的两种方法，并在小型卫星广义姿态模型辨识中得到成功应用。一种是 L_2 最优辨识方法，在 L_2 信号空间下对测量数据进行正交分解，使描述为正规互质因子的系统模型输出与描述为补内矩阵因子的噪声模型输出正交，以此获得系统辨识模型。另一种是鲁棒辨识方法，以 $v - gap$ 度量为优化准则，通过对描述为正规互质因子的系统模型进行优化，并量化其最坏情况下的误差，以获得系统辨识模型。

倪博溢博士在非均匀采样系统辨识方面做出过具有创新性的贡献，并成功用于天然气长输管线生产过程的数据压缩。针对非均匀采样系统，提出基于有限脉冲响应模型的最小二乘辨识方法和基于 Fourier 变换的频域模型辨识方法；通过构造积分滤波器，提出连续状态空间模型下的子空间辨识方法和在非均匀步长和数据不完备条件下的高斯-牛顿递推辨识方法。

虽然三位博士具有渊博的专业知识，对系统辨识的研究也成绩斐然，但承担本书的翻译工作依然谦虚好学，兢兢业业，协同努力，经常在一起探索作者的学术思想，以及应如何才能更好地表述作者的学术观点，可谓是三人同心，其利断金，才有如此难得的译作，可喜可贺。在此，借昔人的韵调点赞三位博士对译作的孜孜以求：百计修编不肯休，千方百计润色似苛求，认真不苟皆堪表，译著能成数一流。希望他们再接再厉，将来出版更多、更好的专业著作。

萧德云

2016 年 2 月 1 日

于清华园

译著序言

本书英文原版由德国 Darmstadt 工业大学 R. Isermann 教授和 M. Münchhof 博士合著。Isermann 教授是 Darmstadt 工业大学自动控制研究所荣休教授、控制系统与过程自动化实验室主任、国际自动控制联合会（IFAC）Fellow，曾任 IFAC 副主席和多个技术委员会主席等学术职务，在国际自动控制界享有崇高声誉。他多年从事系统辨识的科研和教学工作，几十年间在系统辨识的方法探索和应用研究方面做出了诸多成果。

作者结合自己在系统辨识方面的研究工作，于 20 世纪 70 年代出版了德文版专著《Prozeßidentifikation》，之后多次扩充、再版，例如 1992 年版的《Identifikation Dynamischer Systeme》。本书英文版可以说是作者几十年的积累之大成。21 世纪以来系统辨识领域鲜有扛鼎之作，而本书则是一部重量级作品，值得学习与品味。为方便国内读者阅读，我们将其翻译成中文，希望能帮助到更多的读者从中受益。

本书的主要特点：

(1) 体系完整，包括了时域与频域、连续时间与离散时间的各种常用辨识方法，并对多变量系统辨识、非线性系统辨识以及闭环系统辨识等有较为系统的论述。对子空间辨识、神经网络辨识等较新的研究成果做了专题介绍，弥补了经典专著在这方面的缺失。

(2) 书中没有过多和过于严格的数学推导和证明，特别强调方法的思路和应用，对问题的原始出处给出了许多参考文献，为读者的进一步探讨提供了方便。参考文献中近十年的占有较大比例，可以看出作者特别注意学术界的新发展。

(3) 出于为读者着想，作者花较大篇幅介绍了信号处理以及相关领域的基础知识和基本方法，并对算法的数值性能做了恰到好处的讨论，这是辨识方法在实际应用中必然要面临的问题。

(4) 应用导向是本书的宗旨，因此书中对各种方法的适用性、特点和实践中的若干问题做了很多讨论，专门介绍了辨识方法在几类典型实际对象上的应用，这一定会给读者留下深刻的印象。阅读这部分内容时需要一定的领域背景知识，读者可参阅作者的另外几部英文专著《Mechatronic Systems: Fundamentals》、《Fault-diagnosis systems: An introduction from fault detection to fault tolerance》和《Fault diagnosis of technical processes》等。

(5) 本书多数章节配有习题，这些习题多数属于概念题或思考题，也有一些需要算法实现的题目，认真做一做对理解正文内容会有很大好处。

本书还配有数据集，可从网页“<http://extras.springer.com/2011/978-3-540-78879-9>”下载。这是在三质量振荡器上进行实验得到的数据，包括多组外加输入信号和相应的输出信号，数据集的采样频率很高，经间隔选用，可提供多种不同采样时间（整数倍）的数据。三质量振荡器的机理模型见附录 B，实验设置见配套说明文件。

本书由杨帆、耿立辉和倪博溢三位博士联手翻译，并得到清华大学自动化系多位教授的指导。杨帆博士翻译了第1章、第8~13章、第24章及中文版序、原著序言、符号列表和索引；耿立辉博士翻译了第2~7章、第22章、第23章及附录A和B；倪博溢博士翻译了第14~21章；清华大学萧德云教授对全书进行了逐句认真的审校，保证了翻译质量，也使全书行文格调趋于一律。特别还应该致谢责任编辑时静老师为本书的出版所做的一切。

译者花了一年多的时间进行翻译，力图忠实传达作者的原意。翻译过程中，译者对原文中的一些疏漏进行了校订，以译者注的形式放在脚注中，供读者参考。尽管译者尽了全力，但由于水平有限，仍不免存在谬误，敬请读者批评指正。

译者：杨帆、耿立辉、倪博溢

于清华大学

2016年2月

原著序言

自动控制系统的设计、实现和操作等许多问题都需要相对准确的数学模型，以用于描述过程的稳态和动态特性。自然科学的各个领域，特别是物理、化学和生物学，以及在医学工程和经济学中，一般也是如此。如果物理定律（基本原理）的解析形式已知，那么基本的稳态和动态特性可以通过理论分析或物理建模得到。然而，如果这些定律未知或者只有部分已知，或者关键参数不能足够精确地获得，那么就必须进行实验建模，称作过程辨识或系统辨识，也就是利用测量信号在所选的数学模型类中确定过程或系统的模型。

系统辨识这个科学领域是在 1960 年左右开始系统地发展起来的，尤其是在控制和通信工程领域。它以系统理论、信号理论、控制理论和统计估计理论的方法为基础，且受现代测量技术、数值计算和精确信号处理、控制及自动化功能等需求的影响。辨识方法的发展可诉诸大量的文章和书籍，然而产生重要影响的是 IFAC 系统辨识专题会议。该会议从 1967 年以来在全世界范围内每三年组织一次，2009 年在法国圣马洛召开的是第 15 届。

本书旨在以一种易懂、明晰、有条理的方式论述系统辨识，而且特别注重面向应用的方法，这对使用者解决实验建模问题很有帮助。本书以 1971、1974、1991 以及 1992 年出版的德文书和多年讲授的课程为基础，内容包括过去 30 年来自己的研究成果和许多其他研究团队的论著。

全书分 9 个部分。在“绪论”及“线性动态系统和随机信号的数学模型”两章之后，第 I 部分论述非参数模型和连续时间信号的辨识方法。利用非周期和周期测试信号确定频率响应的经典方法对理解辨识的一些基本概念是非常有益的，而且是其他辨识方法的基础。

第 II 部分讨论利用自相关和互相关函数确定脉冲响应的方法，包括连续时间和离散时间。这些相关分析方法可以看作是用于具有随机干扰测量数据的基本辨识方法，它们是后面章节论述的其他估计方法的基本要素，并可直接用于二值测试信号的设计。

第 III 部分中论述离散时间参数模型（比如差分方程）的辨识方法主要基于最小二乘参数估计。首先，针对稳态过程讨论这些估计方法，也称作回归分析，然后扩展到动态过程，导出非递推和递推的两种参数估计方法，并给出多种改进方法，如增广最小二乘法、总体最小二乘法以及辅助变量法等。贝叶斯方法和极大似然方法需要更深的理论背景，也涉及性能边界的讨论。另外，专门有两章探讨时变系统和闭环条件下的参数估计。

第 IV 部分介绍连续时间模型的参数估计方法。首先将参数估计方法扩展用于可测的频率响应，然后讨论微分方程的参数估计和利用状态变量滤波器的子空间方法。

第 V 部分集中讨论多变量系统（MIMO）的辨识。首先讨论线性传递函数和状态空间模型的基本结构，然后讨论相关分析和参数估计方法，包括同时激励几个输入情况下特殊的不相关测试信号的设计。然而，有时逐个依次辨识单输入多输出（SIMO）过程反而会更加简单。

对许多复杂的过程，非线性系统辨识非常重要，第 VI 部分讨论这个问题。对一些特殊的模型结构，如 Volterra 级数、Hammerstein 模型和 Wiener 模型，可以直接使用线性系统所用的参数估计方法。然后探讨多维、非线性问题的迭代优化方法和一些已经发展起来的其他

有效方法，包括基于结合参数模型的非线性网络模型方法，如神经网络及其变形，以及以非参数表示的查表（图）法等。此外，还讨论使用扩展 Kalman 滤波器的方法。

第 VII 部分总结了几种辨识方法所共有的一些其他问题，包括数值计算问题、参数估计的实际考虑和不同参数估计方法的比较等。

第 VIII 部分论述几种辨识方法在实际过程中的应用，如电动和液压执行器、机床和机器人、热交换器、内燃引擎和汽车的驱动动态特性等。

第 IX 部分是附录，给出一些数学方面的知识和三质量振荡器过程的描述，它被用作贯穿全书的实例。读者可以从 Springer 网页下载测量数据，供应用使用。

动态系统辨识的主题非常宽广，且以许多专家的研究为基础。一些早期的贡献是许多其他方面发展的基础，下面仅列出少部分作者，他们是早期重大成果的贡献者。V. Strejc (1959) 发表了阶跃响应特征参数的确定方法；Schaefer 和 Feissel (1955) 和 Balchen (1962) 首先利用正交相关分析法测量频率响应；Chow 和 Davies (1964)、Schweitzer (1966)、Briggs (1967)、Godfrey (1970) 和 Davies (1970) 等人提出了相关分析法和伪随机二进序列信号的设计方法。大约 1960 年至 1974 年期间，J. Durbin、R. C. K. Lee、V. Strejc、P. Eykhoff、K. J. Åström、V. Peterka、H. Akaike、P. Young、D. W. Clarke、R. K. Mehra、J. M. Mendel、G. Goodwin、L. Ljung、T. Söderström 等人的工作，大大推动了动态过程参数估计理论和应用的发展。

其他一些对辨识领域的贡献在相应章节中给出了引用，也请参见表 1.4 辨识领域的文献概述。

作者还想感谢自 1973 年至今我们组的研究人员为发展和应用辨识方法所作出的许多贡献，如 M. Ayoubi、W. Bamberger、U. Baur、P. Blessing、H. Hensel、R. Kofahl、H. Kurz、K. H. Lachmann、O. Nelles、K. H. Peter、R. Schumann、S. Toepfer、M. Vogt、R. Zimmerschied 等。其他许多有关特殊动态过程的研发成果在应用章节中做了引用。

本书是专门为电子和电气工程、机械和化学工程以及计算机科学专业的本科生和研究生论述系统辨识的，同时也面向研发、设计和生产的从业工程师。先修知识包括系统理论、自动控制、机械和/或电气工程等专业基本的本科课程。每章后面的习题对深入理解所讲的内容很有帮助。

最后感谢 Springer – Verlag 的大力协助。

R. 伊泽曼，M. 明奇霍夫

2010 年 6 月

于达姆施塔特

符 号 列 表

(只给出常用的符号和缩写)

字母符号：

a	微分方程或差分方程参数，幅值
b	微分方程或差分方程参数
c	弹簧系数，常数，刚度，随机差分方程参数，物理模型参数，高斯函数中心
d	阻尼系数，直接馈通量，随机差分方程参数，迟延，漂移
e	方程误差，控制偏差 $e = w - y$
e	$e = 2.71828\cdots$ (Euler 数)
f	频率 ($f = 1/T_p$, T_p 为周期时间)，函数 $f(\dots)$
f_s	采样频率
g	函数 $g(\dots)$ ，脉冲响应
h	阶跃响应，辅助变量法中未受干扰的输出信号 $h \approx y_u$
i	序号 (下脚标)
$i = \sqrt{-1}$	虚数单位
j	整数，序号 (下脚标)
k	离散数，离散时间 $k = t/T_0 = 0, 1, 2, \dots$ (T_0 : 采样时间)
l	序号 (下脚标)
m	质量，阶数，模型阶次，状态数
n	阶数，干扰信号
p	概率密度函数，过程参数，随机差分方程阶数，控制器差分方程参数，输入量个数，概率密度函数 $p(x)$
q	序号 (下脚标)，控制器差分方程参数
r	输出量个数
r_p	惩罚因子
s	拉普拉斯算子 $s = \delta + i\omega$
t	连续时间
u	输入信号变化量 ΔU ，调节量
w	参考值，设定值，权重，窗函数 $w(t)$
x	状态变量，任意信号
y	输出信号变化量 ΔY ，信号
y_u	有用信号， u 引起的响应
y_z	干扰 z 引起的响应
z	干扰变化量 ΔZ ， \exists 变换算子 $z = e^{T_0 t}$ ，时移算子 $x(k)z^{-1} = x(k-1)$

<i>A</i>	过程传递函数分母多项式
<i>B</i>	过程传递函数分子多项式
<i>A</i>	闭环传递函数分母多项式
<i>B</i>	闭环传递函数分子多项式
<i>C</i>	随机滤波器方程分母多项式、协方差函数
<i>D</i>	随机滤波器方程分子多项式、阻尼比
<i>F</i>	滤波器的传递函数
<i>G</i>	传递函数
<i>I</i>	面积的二阶矩
<i>J</i>	转动惯量
<i>K</i>	常数, 增益
<i>M</i>	转矩, 扭矩
<i>N</i>	离散数, 数据点数
<i>P</i>	概率
<i>Q</i>	控制器传递函数分母多项式
<i>R</i>	控制器传递函数分子多项式, 相关函数
<i>S</i>	谱密度, 和值
<i>T</i>	时间常数, 时间间隔
<i>T</i> ₀	采样时间
<i>T</i> _M	测量时间
<i>T</i> _P	周期时间
<i>U</i>	输入变量、调节量 (控制输入)
<i>V</i>	代价函数
<i>W</i>	DFT 和 FFT 的复旋转算子
<i>Y</i>	输出变量, 控制变量
<i>Z</i>	干扰变量
<i>a</i>	向量
<i>b</i>	偏差
<i>b</i> , <i>B</i>	输入向量/矩阵
<i>c</i> , <i>C</i>	输出向量/矩阵
<i>e</i>	误差向量
<i>h</i>	$g(x) \leq 0$ 不等式约束向量
<i>n</i>	$h(x) = 0$ 等式约束向量
<i>s</i>	搜索向量
<i>u</i>	神经网络的调节变量
<i>v</i>	输出噪声

w	状态噪声
x	设计变量向量
y	输出向量
z	用于神经网络的工作点变量
A	任意矩阵, 状态矩阵
C	协方差矩阵, TLS 的测量矩阵
D	直接馈通矩阵
G	传递函数矩阵
G_v	噪声传递函数矩阵
H	Hessian 矩阵, Hadamard 矩阵
I	单位矩阵
K	增益矩阵
P	协方差矩阵 $P = \Psi^T \Psi$
S	Cholesky 因子
T	相似变换
U	子空间算法的输入矩阵
W	加权矩阵
X	状态矩阵
Y	子空间算法的输出矩阵
A^T	转置矩阵
α	因子, 闭环传递函数系数
β	因子, 闭环传递函数系数
γ	激活函数
δ	衰减因子, 脉冲函数, 时移
ε	相关误差信号, 终止容限, 小的正数
ζ	阻尼比
η	噪信比
θ	参数
λ	遗忘因子, PRBS 发生器的时钟时间
μ	隶属度函数, 序号 (下脚标), PRBS 的时间标度因子, 控制器传递函数的阶次
ν	序号 (下脚标), 白噪声 (统计不相关信号), 控制器传递函数的阶次
ξ	测量干扰
π	$\pi = 3.14159\dots$
ρ	随机逼近算法的步长因子
τ	时间, 时间差

φ	角度, 相位
ω	角频率 $\omega = 2\pi/T_p$ (T_p 为周期), 角速度 $\omega(t) = \dot{\varphi}(t)$
ω_0	无阻尼自然频率
Δ	变化量, 偏差
Π	乘积
Σ	求和
Φ	有效性函数, 激活函数, 加权函数
Ψ	小波
γ	相关向量
ψ	数据向量
θ	参数向量
Δ	增广误差矩阵
Σ	高斯分布的协方差矩阵, 奇异值矩阵
Φ	转移矩阵
Ψ	数据矩阵

数学符号:

$\exp(x) = e^x$	指数函数
\dim	维数
adj	伴随
\angle	相位 (幅角)
\arg	自变量
cond	条件数
cov	协方差
\det	行列式
\lim	极限
\max	最大值 (也作下脚标)
\min	最小值 (也作下脚标)
plim	概率极限
tr	矩阵的迹
var	方差
$\text{Re}\{\dots\}$	实部
$\text{Im}\{\dots\}$	虚部
Q_s	可控性矩阵
Q_{SK}	增广逆可控性矩阵

$E\{\dots\}$	随机变量的期望值
\mathfrak{F}	傅里叶变换
H	Hermitian 矩阵
\mathcal{H}	Hankel 矩阵
$\mathfrak{S}(f(x))$	Hilbert 变换
\mathcal{H}	Heaviside 函数
\mathfrak{L}	拉普拉斯变换
Q_B	可观性矩阵
Q_{Bk}	增广可观性矩阵
\mathfrak{Z}	从 s 变换直接到 z 变换
T	Markov 参数矩阵, Töplitz 矩阵
\mathfrak{Z}	z 变换
$G(-i\omega)$	共轭复数, 有时记作 $G^*(i\omega)$
$\ \cdot\ _2$	$2 - \text{范数}$
$\ \cdot\ _F$	Frobenius 范数
V_θ	V 关于 θ 的一阶导数
$V_{\theta\theta}$	V 关于 θ 的二阶导数
$\nabla f(\mathbf{x})$	$f(\mathbf{x})$ 的梯度
$\nabla^2 f(\mathbf{x})$	$f(\mathbf{x})$ 的 Hessian 矩阵
\hat{x}	估计或观测变量
\tilde{x}	估计误差
\bar{x}	求平均值, 稳态值
\dot{x}	关于时间 t 的一阶导数
$x^{(n)}$	关于时间 t 的 n 阶导数
x_0	幅值或真值
x_{00}	稳态值或直流分量
\bar{x}	均值
x_s	采样信号
x_δ	Dirac 级数近似
x^*	归一化的、最优的
x_d	离散时间
A^\dagger	伪逆
f/A	正交投影
$f/{}_BA$	斜投影

缩写：

ACF (Auto-Correlation Function)	自相关函数，如 $R_{uu}(\tau)$
ADC (Analog Digital Converter)	模拟 - 数字转换器
ANN (Artificial Neural Network)	人工神经网络
AGRBS (Amplitude modulated GRBS)	幅值调制 GRBS
APRBS (Amplitude modulated PRBS)	幅值调制 PRBS
AR (Auto Regressive)	自回归
ARIMA (Auto Regressive Integrated Moving Average process)	自回归积分滑动平均
ARMA (Auto Regressive Moving Average process)	自回归滑动平均
ARMAX (Auto Regressive Moving Average with eXternal input)	带外部输入的自回归滑动平均
ARX (Auto Regressive with eXternal input)	带外部输入的自回归
BLUE (Best Linear Unbiased Estimator)	最优线性无偏估计器
CCF (Cross-Correlation Function)	互相关函数，如 $R_{uy}(\tau)$
CDF (Cumulative Distribution Function)	累积分布函数
CLS (bias Corrected Least Squares)	偏差校正最小二乘
COR - LS (CORrelation analysis and method of Least Squares)	相关 - 最小二乘法
CWT (Continuous-time Wavelet Transform)	连续时间的小波变换
DARE (Differential Algebraic Riccati Equation)	微分代数 Riccati 方程
DFT (Discrete Fourier Transform)	离散傅里叶变换
DSFC (Discrete Square root Filter in Covariance form)	协方差形式的离散平方根滤波器
DSFI (Discrete Square root Filter in Information form)	信息形式的离散平方根滤波器
DTFT (Discrete Time Fourier Transform)	离散时间傅里叶变换
DUDC (Discrete UD-factorization in Covariance form)	协方差形式的离散 UD 分解
EIV (Errors In Variables)	变量带误差
EKF (Extended Kalman Filter)	扩展 Kalman 滤波器
ELS (Extended Least Squares)	增广最小二乘
FFT (Fast Fourier Transform)	快速傅里叶变换
FIR (Finite Impulse Response)	有限脉冲响应
FLOPS (FLOating Point operations)	浮点运算
FRF (Frequency Response Function)	频率响应函数
GLS (Generalized Least Squares)	广义最小二乘
GRBS (Generalized Random Binary Signal)	广义随机二值信号
GTLS (Generalized Total Least Squares)	广义总体最小二乘
IIR (Infinite Impulse Response)	无限脉冲响应
IV (Instrumental Variable)	辅助变量

KW (Kiefer–Wolfowitz algorithm)	Kiefer – Wolfowitz 算法
LLM (Local Linear Model)	局部线性模型
LPM (Local Polynomial Model)	局部多项式模型
LOLIMOT (LOcal LInear MOdel tree)	局部线性模型树
LPVM (Linear Parameter Variable Model)	线性参数变量模型
LQR (Linear Quadratic Regulator)	线性二次型调节器
LRGF (Locally Recurrent Global Feedforward net)	局部循环全局前馈网络
LS (Least Squares)	最小二乘
M (Model)	模型
MA (Moving Average)	滑动平均
MIMO (Multiple Input, Multiple Output)	多输入多输出
ML (Maximum Likelihood)	极大似然
MLP (Multi Layer Perceptron)	多层感知器
MOESP (Multi-variable Output Error State sPACE)	多变量输出误差状态空间
N4SID (Numerical algorithms for SubSpace State Space IDentification)	子空间状态空间辨识数值算法
NARX (Non-linear ARX model)	非线性 ARX 模型
NDE (Non-linear Difference Equation)	非线性差分方程
NFIR (Non-linear FIR model)	非线性 FIR 模型
NN (Neural Net)	神经网络
NOE (Non-linear OE model)	非线性 OE 模型
ODE (Ordinary Differential Equation)	常微分方程
OE (Output Error)	输出误差
P (Process)	过程
PCA (Principal Component Analysis)	主成分分析
PDE (Partial Differential Equation)	偏微分方程
PDF (Probability Density Function)	概率密度函数 $p(x)$
PE (Prediction Error)	预报误差
PEM (Prediction Error Method)	预报误差法
PRBS (Pseudo – Random Binary Signal)	伪随机二值信号
RBF (Radial Basis Function)	径向基函数
RCOR – LS (Recursive CORrelation analysis and method of Least Squares)	递推相关 – 最小二乘法
RGLS (Recursive Generalized Least Squares)	递推广义最小二乘
RIV (Recursive Instrumental Variables)	递推辅助变量
RLS (Recursive Least Squares)	递推最小二乘
RLS – IF (Recursive Least Squares with Improved Feed- back)	改进反馈的递推最小二乘