

YUNMOXING YU COPULA HANSHU DENG
BUQUEDINGXING FENXI LILUN
ZAI SHUIXITONG ZHONG DE YANJIU YU YINGYONG

云模型与 Copula 函数等不确定性分析理论 在水系统中的研究与应用

王栋 吴吉春 等 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

云模型与 Copula 函数等不确定性分析理论 在水系统中的研究与应用

王 栋 吴吉春 王远坤 曾献奎 童 心 著
丁 昊 刘登峰 曾德彪 朱洁羽 姜丽丽



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书论述了综合运用云模型、Copula 函数、信息熵、随机数学、工程模糊集、人工智能等理论构建的多种不确定性分析模型,包括水文序列展延、预测和多变量分析、地下水模型与参数的不确定性分析、水资源短缺风险评价、城市水灾害风险评估、海咸水入侵数值模拟、水体富营养化评价、大型水利工程对河流生态水文条件的不确定性量化评估、流域污染物生态和健康风险评价。

本书可供水文、水资源、水环境、水文地质和水利、地理、环境、生态、地质等领域科研人员、工程技术人员与高校师生使用和参考。

图书在版编目 (C I P) 数据

云模型与Copula函数等不确定性分析理论在水系统中的研究与应用 / 王栋等著. — 北京: 中国水利水电出版社, 2016.5

ISBN 978-7-5170-4356-0

I. ①云… II. ①王… III. ①时间序列分析—应用—地下水系统—研究 IV. ①P641

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第110335号

书 名	云模型与 Copula 函数等不确定性分析理论在水系统中的研究与应用
作 者	王栋 吴吉春 等 著
出 版 发 行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路 1 号 D 座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (发行部)
经 售	北京科水图书销售中心 (零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京京华虎彩印刷有限公司
规 格	184mm×260mm 16 开本 12.5 印张 296 千字
版 次	2016 年 5 月第 1 版 2016 年 5 月第 1 次印刷
定 价	45.00 元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究



序

水是生命之源、生产之要、生态之基。水资源成为一个国家综合国力的有机组成部分，成为经济社会发展不可替代的基础性的自然资源和战略性的经济资源。随着经济社会发展和全球环境变化，我国水短缺、水污染、水生态、水灾害、水管理问题复杂交错，污染、水生态失衡、水土流失、土壤侵蚀、荒漠化等联系的水安全形势日益严峻，在全球变化和人类社会经济活动影响下，水与气候、水与生态、水与社会、水与经济的相互作用以及它们综合的水系统问题及其影响越来越凸显，水资源已成为制约国民经济发展的重大瓶颈问题。因此，研究水系统的基础理论和重大科学问题迫在眉睫。不确定性问题是水系统科学研究中的一个重要方面，也是水科学流域的一个难题。

南京大学的王栋教授、吴吉春教授带领的研究团队不懈努力，长期科研，聚焦于水系统不确定性分析领域开展探索与研究，构建了多个水文序列消噪、预测和多变量分析模型、水资源短缺风险评估模型、水环境质量评价模型、水灾害风险分析模型与水生态不确定性评估模型，应用到水文水资源、水环境、水生态、水灾害等多方面。一些原创性成果已在地学国际一流期刊 *Journal of Geophysical Research*、水科学国际权威期刊 *Water Resources Research*、*Journal of Hydrology*、*Advances in Water Resources* 和《水利学报》《水科学进展》《水文》等高水平刊物上发表。特别是近年，他们在国际水科学领域率先引入云模型理论，开辟了一条具有我国原始创新性质的研究思路，并将云模型理论、Copula 函数、信息熵、随机理论、模糊数学理论、人工智能理论等加以多方位耦合，探索水科学问题，取得了一系列具有理论创新和应用价值的成果，推动了水文学不确定性问题的研究与发展，为我国水系统的不确定性研究做出了贡献。

希望本书的出版能够进一步推动我国水系统不确定性分析的研究与应用，加强水系统科学基础理论研究与创新，发展具有中国特色的现代水科学体系。特此为序。

中国科学院院士

2016 年 3 月于武汉大学



前言

不确定性问题是学术界极为重视的前沿性和基础性的重大科学问题。水文水资源水环境系统（本书称为水系统）是一个开放的复杂巨系统。水系统不确定性的可能来源包括了自然过程内在时空变化涨落的不确定性、对于系统未来需求的变化不确定性、人类活动引起的不确定性、数据资料的不确定性（包括量测误差和错误、样本信息不足以及数据处理上的误差和错误）、建模分析上的不确定性、模型参数率定上的不确定性等。在变化环境（气候变化和人类活动影响）和有限数据下探究水循环过程规律，开展水系统不确定性分析，具有重要的科学意义和巨大应用价值。

河海大学朱元生教授认为：人们对事物发展过程的认识，从“一无所知”到“了如指掌”之间，存在有非常宽广的过渡带——“知之不多”。不确定性分析针对“知之不多”，开拓了一条新途径，可以充分利用知之不多的信息，不仅要预估未来自然资源和灾害可能出现的情势，还须考虑人类社会、经济 and 环境的承受能力与敏感程度，即资源需求和抗灾能力未来可能的变化，以及人与自然相互作用、相互影响的互动关系。

云模型由我国人工智能专家李德毅院士提出，是处理定性概念与定量描述的不确定转换模型，如果能够发挥云模型的理论和方法优势，对于研究水系统的模糊性和随机性及两者之间的相互关联性具有重要意义。

水文变量的多特征属性要求采用多变量概率分布模型解决。然而，现有模型多基于线性相关且多假定各变量服从相同的边际分布或对变量间的相关性有严格限定。运用 Copula 函数构造的多变量概率分布模型具有任意边际分布，可描述变量间非线性、非对称的相关关系。目前，Copula 函数在水系统中的应用尚在起步但已展现出广阔前景。

信息熵是信息科学的创始人 C. Shannon 为研究信息的不确定性而专门提出的定义。E. T. Jaynes 首次明确提出了最大熵原理，并以之成功地解决了信息科学中广为存在的不适定问题（ill-posed problem）。近 20 年，国外特别是欧、美学者在应用信息熵解决水系统不确定性问题上做了大量工作。相比，国

内研究人员要少得多,但近年不断增加并取得了多方面成果。

作为随机事件条件概率和先验概率的经典方法, Bayes 定理数学基础牢固,研究随机性具有独特优势,在随机水文学发挥了重要作用。小波分析能够克服传统谱分析方法缺点,同时从时域和频域揭示时间序列的局部特性。将小波分析方法引入随机水文学,为水系统序列变化特性研究提供了一个有力工具。

模糊数学是研究现实世界中许多界限不分明甚至是很模糊问题的数学工具,应用广泛而有效。我国著名水文水资源学家、工程模糊集创始人、大连理工大学陈守煜教授突破了 L. A. Zadeh 的静态模糊集概念,指出了模糊集静态性的理论缺陷,创建了可变模糊集理论,为研究水系统的模糊性开创了一条新途径。

人工智能是研究、开发用于模拟、延伸和扩展人脑智能的理论、方法、技术及应用系统的一门新科学。人工智能理论非常适用于研究水系统的非线性特征。

在多位专家的关心和支持下,我们近年在云模型、Copula 函数、信息熵、随机数学、工程模糊集、人工智能等理论上构建了多种不确定性分析与评估模型,在《水利学报》《水科学进展》《水文》《水力发电学报》和 *Journal of Geophysical Research*、*Journal of Hydrology*、*Journal of Hydrologic Engineering*、*Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*、*Environmental Research*、*Ecological Engineering*、*Water Resources Management*、*Human and Ecological Risk Assessment*、*International Journal of Computational Intelligence Systems* 等刊物上发表了多篇研究论文并受到国内外专家学者的认可与好评。我们感到有必要结合自己的研究和体会,撰写此书供大家参考,并希望本书的出版对云模型理论、Copula 函数、信息熵、随机数学、工程模糊集、人工智能等理论方法在我国水科学领域的深入研究与推广应用起到一定的促进作用。

本书共 14 章。第 1 章提出了水文序列展延的单一云模型法和小波-云模型法,多个大河流域的降水、径流实例验证了所提两种方法的可行性以及小波-云模型法的优越性。第 2 章针对水文时间序列的非线性和噪声污染问题,提出了基于小波消噪理论的 RBF 网络模拟预测方法,该方法在序列模拟和数值预测精度上均优于 ARIMA 模型和单一 RBF 网络。第 3 章基于 Copula 函数建立了洪水径流多变量分析模型,既可用以推求单站洪峰流量与峰现日期的联合分布、两站洪峰流量与峰现日期的联合分布和两站径流的联合分布,也可由此推

算出条件分布、联合回归周期和洪水相遇风险。第4章中运用半参数率定法和 Kendall 秩序相关系数率定法,探讨了序列长度对 Copula 联合分布的影响。第5章选择了 GLUE 和 MCMC 两种经典方法,开展了地下水模型参数的不确定性分析。第6章基于 BMA 贝叶斯模型平均,选择了几种常见 MC-BMA 方法进行地下水流概念模型的不确定性分析。第7章针对水资源短缺风险评价中各指标的模糊性,以可变模糊集理论为基础,建立了水资源短缺风险综合评价模型。第8章针对城市水灾害系统的不确定性特征,提出了一种基于 RBF 神经网络和云模型的风险评估方法。第9章建立了三维变密度、变粘滞性的海咸水入侵数值模拟模型,以基于信息熵理论的敏感性分析方法识别关键敏感因子,以基于 MCMC 的参数不确定性分析识别模型参数分布。第10章采用 Copula 函数构造了叶绿素 a 与环境因子的联合分布以研究彼此之间的关联性,确定了叶绿素 a 的重现期。第11章针对水体富营养化评价过程中的随机性和模糊性,提出了基于多维正态云模型的水体富营养化评价方法。第12章提出了两种耦合云模型的富营养化评价方法:Gamma 分布-云模型法和熵-云模型法。第13章采用水文变动指标法,开展了大型水利工程对河流生态水文条件影响的不确定性量化评估。第14章对太湖流域三类典型持久性有机污染物进行了特征分析、溯源分析、生态风险评价和健康风险评价。

本书研究工作得到了国内外众多专家的宝贵关心和大力支持,得到了国家自然科学基金(41571017、51309131、41071018)、教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-12-0262)、教育部博士点基金(20120091110026)、江苏省太湖办(TH2014307)、江苏省教育厅“青蓝工程”和南京大学优秀中青年学科带头人培养计划等项目的资助。

由于作者水平有限,书中难免出现疏漏甚至错误之处,恳请读者批评指正。

作 者

2016年2月于南京大学



目录

序 前言

第 1 章 水文序列展延的单一云模型法和小波-云模型法	1
1.1 引言	1
1.2 水文序列展延的单一云模型法 (CM)	2
1.3 水文序列展延的小波-云模型法 (WA-CM)	3
1.4 实例分析	5
1.5 结论	11
第 2 章 基于小波消噪-RBF 神经网络的水文序列模拟预测	12
2.1 研究背景	12
2.2 基本原理	13
2.3 基于小波消噪-RBF 神经网络的水文模拟预测方法 (WD-RBF)	15
2.4 实证研究——ARIMA/RBF/WD-RBF 对比	16
2.5 结论	21
第 3 章 基于 Copula 函数的洪水径流多变量分析	23
3.1 引言	23
3.2 研究方法	25
3.3 实例：黄河三门峡站和花园口站典型洪水径流分析	26
3.4 结论	33
第 4 章 序列长度对 Copula 建模的不确定性影响	35
4.1 引言	35
4.2 研究方法	36
4.3 实例：长江寸滩站和宜昌站案例分析	37
4.4 结论	48
第 5 章 基于蒙特卡洛模拟的地下水流模型参数不确定性分析	50
5.1 GLUE 方法	50
5.2 MCMC 方法	52
5.3 算例研究	54

5.4 结论	65
第6章 基于贝叶斯模型平均的地下水流概念模型不确定性分析	67
6.1 BMA 理论	67
6.2 IC-BMA 方法	68
6.3 MC-BMA 方法	69
6.4 算例研究	70
6.5 结果的对比与分析	73
6.6 结论	81
第7章 基于可变模糊集理论的水资源短缺风险评价模型研究	82
7.1 引言	82
7.2 可变模糊集理论	83
7.3 水资源短缺风险评价指标	84
7.4 水资源短缺风险评价模型	85
7.5 实例研究	86
7.6 模型验证	89
7.7 讨论	90
7.8 结论	90
第8章 RBF-云模型方法及其在城市水灾害风险分析上的应用	92
8.1 研究背景	92
8.2 基本原理	93
8.3 RBF 神经网络-云城市水灾害风险评价方法 (RBF-C)	94
8.4 实证研究——南京市、上海市水灾害风险评价	96
8.5 结论	100
第9章 海咸水入侵数值模拟与预测的不确定性分析	102
9.1 水文地质概念模型	102
9.2 数值模拟模型的建立及其参数敏感性分析	104
9.3 海咸水入侵模型的参数不确定性分析	105
9.4 结论	110
第10章 基于 Copula 函数的叶绿素 a 与环境因子关联性分析	112
10.1 引言	112
10.2 Copula 函数	113
10.3 实例应用	114
10.4 讨论	123
10.5 结论	124
第11章 基于多维正态云模型的水体富营养化评价方法	125
11.1 MNCM 水体富营养化评价方法建模思路	125

11.2	有关标准与参数选取	125
11.3	综合云模型的生成	129
11.4	实例应用	131
11.5	对比方法与结果分析	132
11.6	结论	137
第 12 章	耦合云模型的水体富营养化评价方法	139
12.1	云模型耦合富营养化评价方法——I (Gam - C)	139
12.2	云模型耦合富营养化评价方法——II (Ent - C)	146
12.3	结论	154
第 13 章	大型水利工程对流域生态水文条件影响的不确定性量化评估	155
13.1	引言	155
13.2	水文变动指标法	156
13.3	案例研究——丹江口水库对汉江流域生态水文条件影响的不确定性量化评估 ...	156
13.4	结论	165
第 14 章	太湖流域持久性有机污染物生态与健康风险评价	167
14.1	研究背景及现状	167
14.2	太湖流域持久性有机污染物特征分析	168
14.3	太湖流域持久性有机污染物溯源分析	172
14.4	太湖流域持久性有机污染物生态风险评价	173
14.5	太湖流域持久性有机污染物健康风险评价	176
14.6	小结	179
参考文献		180

水文序列展延的单一云模型法和小波-云模型法

云模型是表示某个定性概念与其定量表示之间的不确定性转换模型,对不确定性问题的解决有着很强的鲁棒性。小波分析具有时频局部化特征,被誉为数学“显微镜”,可以通过小波变换对水文序列进行分解重构。本章提出了水文序列展延的单一云模型法和小波-云模型法。单一云模型法通过云规则发生器,连接参证站序列与设计站序列进行展延。小波-云模型法先运用小波分析对实测非平稳序列进行分解重构,再运用云模型对各分解层序列建立展延模型,然后加权各层展延结果以获得最终展延值。根据黄河、黑河及淮河两种类型的水文序列(降水、径流),运用单一云模型法及小波-云模型法进行展延,并与传统相关展延法进行了比较。

1.1 引言

目前,许多国家都面临着水资源短缺问题。人多水少和水资源分布不均是我国的基本水情。水资源科学管理的重要性不言而喻,流域水资源的科学管理需要建立在充分掌握流域资料的基础上。然而,由于自然条件等各种限制,现有水文站的分布及其所掌握的数据信息尚不足以满足相关标准及要求,急需加强水文序列的展延研究以满足水资源管理的迫切需求,实现对流域水资源的科学管理。

我国现有规范(DL/T 5431—2009《水电水利工程水文计算规范》、SL 44—2006《水利水电工程设计洪水计算规范》)对实测资料的序列长度都有要求,一般规定序列的长度需要达到30年以上,如果达不到要求,就需要通过展延的方法加以改进。关于序列插补展延的有效性问题,刘光文(1991)指出回归相关精度不高的,不宜用于展延;进行水文系列的相关插补展延时,务必选择 C_s 尽可能接近的参证系列,以期取得充分精确的结果。金光炎(1993)就水文序列展延后的有效性问题,提出对于短期资料,如果将其展延很远,展延后的序列就很可能是参证序列按一定比例的翻版。传统展延方法多侧重采用水文观测、实验等手段,运用传统的数学、物理方法来研究,如传统相关展延法(CE法),根据回归方程进行展延。为了提高展延精度,许多新理论方法已经被应用于水文序列展延工作中,这些新理论包括人工神经网络、分形几何、小波分析等。

李德毅(1995)在传统Fuzzy理论和概率统计的基础上提出了定性定量互换模型——云模型,这是一种概念的形式化表达和分析的新理论,主要反映客观世界或人类知识中概念的模糊性和随机性,以及二者之间的关联性,构成定性和定量间的映射。云模型是用自然语言值表示的某个定性概念与其定量表示之间的不确定性转换模型,在很多领域都有应用。

小波分析是一种时、频多分辨率分析方法,是傅里叶分析发展史上的里程碑式进展。小波变化基于仿射群的不变性,允许把一个时间序列分解为时间和频率的贡献,它对于获取复杂时间序列的调整规律,诊断时间序列变化的层次结构,分辨不同尺度上的演变特征等非常有效。小波分析方法具有对非平稳时间序列进行时频综合分析的能力,因此适合于研究具有多时间尺度变化特性的水文水资源系统(王文圣等,2005)。

本章提出了两种新的水文序列展延方法——单一云模型法(Cloud Model, CM)及小波-云模型法(Wavelet-Cloud Model, WA-CM)。单一云模型法通过云规则发生器,连接参证站序列与设计站序列,进行展延。小波-云模型法将小波分析与单一云模型法相结合,通过小波变换对序列进行分解与重构,再运用单一云模型法对各频率水文序列进行展延。根据黄河花园口及利津站1950—2003年实测年径流量数据、黑河莺落峡水库水文站及扎马什克水文站1956—1998年实测年径流数据、淮河王家坝及上桥闸1956—2005年实测年降水资料,分别进行序列展延,并对比了传统相关展延法(CE法)、单一云模型法和小波-云模型法的展延结果,验证了所提两种水文序列展延方法的可行性以及小波-云模型法的优越性。

1.2 水文序列展延的单一云模型法(CM)

水文序列展延的单一云模型法可以运用于相关性较好的水文序列展延工作,具体步骤如下:

- (1) 由逆向云发生器确定参证站序列与设计站序列的云模型数字特征(Ex , En , He)。
- (2) 根据已经确定的参证站云模型数字特征,由正向正态云发生器生成参证站序列的正态云模型,产生若干个云滴。
- (3) 由前件云发生器得到参证站对应设计站未知部分的确度 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ 。
- (4) 根据已经确定的设计站云模型数字特征,由正向正态云发生器生成参证站序列的正态云模型,产生若干个云滴。
- (5) 根据步骤(3)中得到的确度,由后件云发生器反求出设计站未知年份的序列值。

以黄河花园口站和利津站实测54年(1950—2003年)年径流序列为例,令参证站序列 x 为利津站年径流序列,设计站序列 y 为花园口站年径流序列。假设花园口站1950—1958年的年径流量未知,现用单一云模型法进行展延。

建立水文序列的云模型首先需要确定云的数字特征,由逆向云发生器生成。逆向云发生器是实现从定量值到定性概念的转换模型。它可以将一定数量的精确数据转换为以数字特征(Ex , En , He)表示的定性概念。逆向云发生器基于统计原理。

根据各年份已经确定的3个数字特征(Ex , En , He),运用正向正态云发生器建立各年份径流序列的正态云模型。以利津站(1950—2003年)径流序列为例,3个数字特征分别为: $Ex=324.4811$, $En=199.7575$, $He=43.4521$ 。生成的云模型如图1.1所示。

正向云发生器是从定性到定量的映射,它根据云的数字特征(Ex , En , He)产生云

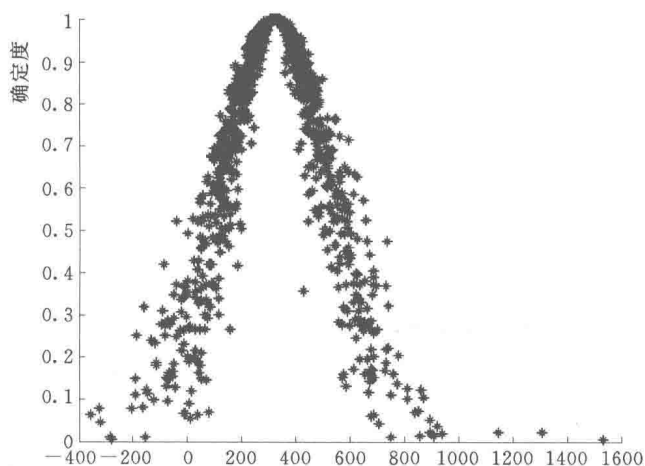


图 1.1 利津站径流序列云模型

滴。正向云发生器是最基本的云算法,实现了从语言值表达的定性信息中获得定量的范围和分布规律,是表征语言原子最普遍最重要的工具,是一个前向的、直接的过程。

由单条件单规则云发生器连接前件云发生器与后件云发生器。在实例中,由前件云发生器得到利津站 1950—1958 年份的确定度 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_9$,再由后件云发生器反求,由此得到花园口站 1950—1958 年份的序列值。

1.3 水文序列展延的小波-云模型法 (WA-CM)

将小波分析法与单一云模型法相结合,将其命名为小波-云模型法 (WA-CM),其原理阐述如下:选择多尺度一维离散小波变换对水文序列进行 n 层分解与重构计算,将原始非平稳序列转化为多层较平稳序列;利用单一云模型法对分解后的各层较平稳序列分别建立综合评价模型,并利用各分解层序列的综合云模型进行展延;对各层展延值进行加权计算,获取原始序列的展延值。流程图如图 1.2 所示。

水文序列展延的小波-云模型法的展延过程如下:

(1) 将参证站与设计站水文序列经小波分析进行信号的分解与重构,分别获得高频率序列和低频率序列。

(2) 由逆向云发生器确定参证站序列与设计站序列的各频率成分的云模型数字特征 (Ex, En, He) 。

(3) 根据已经确定的参证站各频率成分的云模型数字特征,由正向正态云发生器生成正态云模型,产生若干个云滴。

(4) 由前件云发生器得到各频率成分上参证站对应设计站未知部分的确定度 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ 。

(5) 根据已经确定的设计站云模型数字特征,由正向正态云发生器分别生成参证站序列在低频 a_n , 高频 $d_1, d_2, \dots, d_n$ 上的正态云,并分别产生若干个云滴。

(6) 根据步骤 (4) 中得到的确定度,由后件云发生器反求出设计站未知年份在各频

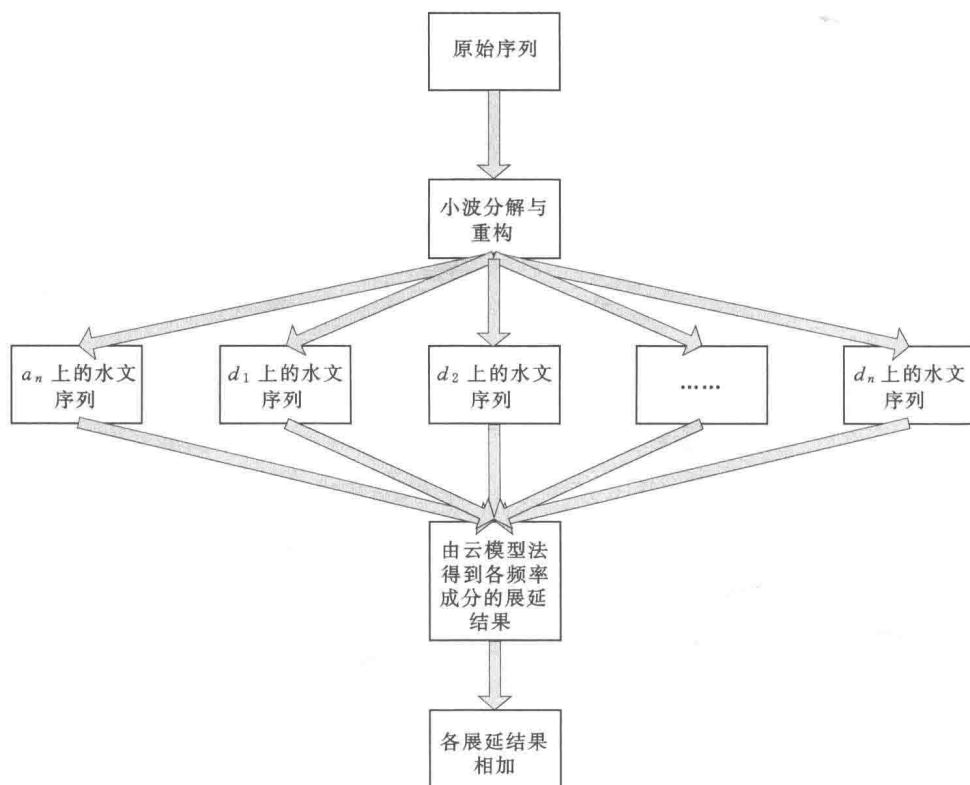


图 1.2 水文序列展延的小波-云模型法流程图

率成分上的序列展延值，将各频率展延结果相加，即得到设计站水文序列展延值。

以黄河花园口站和利津站实测 54 年（1950—2003 年）年径流序列为例，令参证站序列 x 为利津站年径流序列，设计站序列 y 为花园口站年径流序列。假设花园口站 1950—1958 年的年径流量未知，现用小波-云模型展延法进行展延。

为了得到更加平稳的径流序列成分，使云模型径流展延法的展延精度更高，使用小波分析方法对径流序列进行分解与重构。首先根据序列的小波变换系数图和小波方差图来判断序列主周期的个数，再根据序列主要周期的个数对序列进行相应层数的小波分解与重构。示例中，由两序列的小波变换系数图（图 1.3 和图 1.4）和小波方差图（图 1.5 和图 1.6）可见，序列 x 和序列 y 的主周期个数为 2，中心尺度大约为 $10a$ 和 $20a$ ，选用小波函数 db3 对原始序列进行 2 层分解与重构。具体步骤如下：对序列 x 各年份的径流序列以及序列 y 已知年份的径流序列，用多尺度一维离散小波分解函数 `wavedec` 进行 2 层分解，得到序列的 3 个频率成分，即低频 a_2 、高频 d_1 、 d_2 。然后，分别用一维小波单支重构函数 `wrcoef` 对小波分解序列在各频率成分上进行重构。

对小波分解重构后的序列（包括低频 a_2 、高频 d_1 、 d_2 ），将参证站与设计站同频率成分的分量序列通过单一云模型的方法进行序列展延。当完成各分解层水文序列的展延工作后，将未知年份各频率展延结果相加，即得到设计站未知年份径流序列的展延结果。

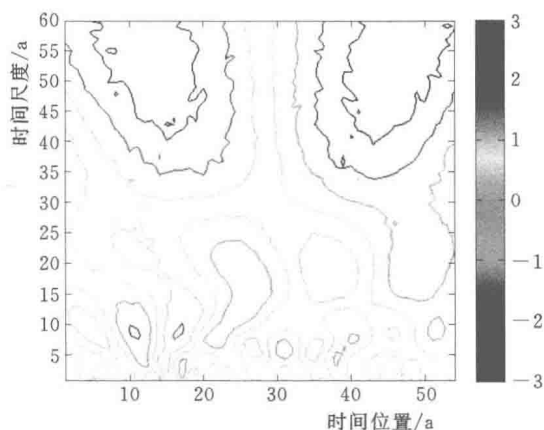


图 1.3 利津站年径流量小波变换系数图

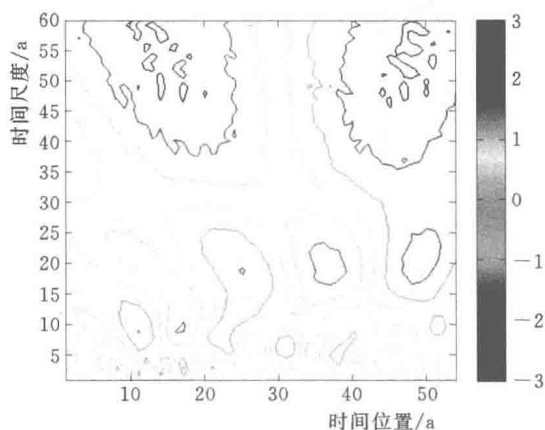


图 1.4 花园口站年径流量小波变换系数图

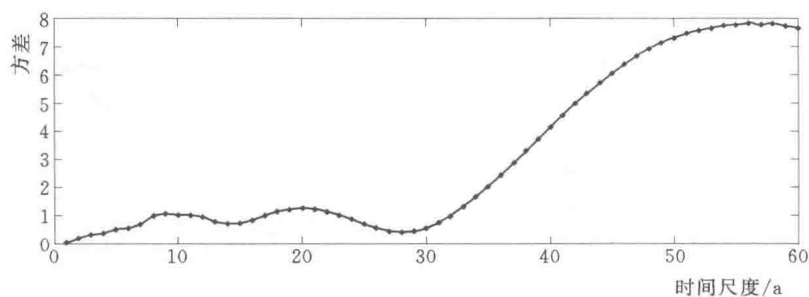


图 1.5 利津站年径流量小波方差图

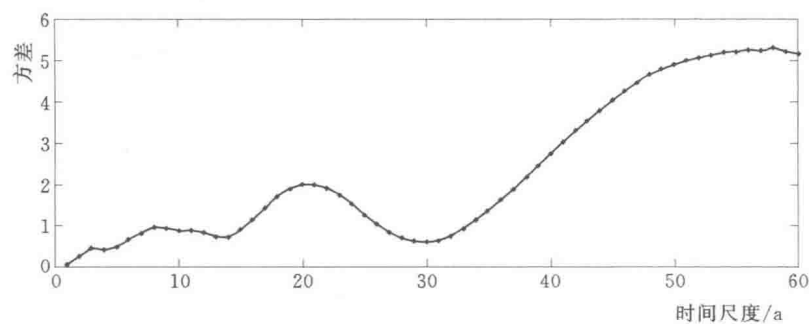


图 1.6 花园口站年径流量小波方差图

1.4 实例分析

为了验证单一云模型法和小波-云模型法在水文序列展延中的应用,以黄河、黑河以及淮河流域的降水、径流资料进行实例分析。



1.4.1 实例 1：黄河花园口站和利津站实测年径流序列

该例以黄河花园口站和利津站实测 54 年（1950—2003 年）年径流序列作为基础资料，令参证站序列 x 为利津站年径流序列，设计站序列 y 为花园口站年径流序列。假设花园口站 1950—1958 年的年径流量未知，分别用传统相关展延法、单一云模型法以及小波-云模型法进行展延。

1950—2003 年黄河花园口站与利津站年径流序列的相关系数达到 0.9655，序列相关性好。用小波-云模型法进行展延，经过小波分解与重构后，低频 a_2 、高频 d_1 的相关系数分别达到 0.9728 和 0.9793，较原序列相关程度（0.9655）有所提高；高频 d_2 的相关系数为 0.965，接近原序列相关程度（0.9655）。

传统相关 CE 法、单一云模型法和小波-云模型法的展延结果与原序列的对比及相对误差见表 1.1。

表 1.1 花园口站年径流序列的 CE 法、单一云模型法和小波-云模型法展延结果与原序列的对比及相对误差比较

年份	展 延 方 法			
	原序列 / 10^8m^3	CE 法(10^8m^3) /相对误差	CM 法(10^8m^3) /相对误差	WA-CM 法(10^8m^3) /相对误差
1950	468.3	544.32/0.16	509.78/0.089	470.93/0.006
1951	489.4	533.21/0.09	510.16/0.04	469.97/0.04
1952	450.6	501.80/0.11	470.65/0.044	441.77/0.02
1953	436.9	487.47/0.12	407.77/0.067	457/0.046
1954	586.0	595.58/0.02	551.9/0.06	562.31/0.04
1955	573.4	580.94/0.01	539.38/0.06	543.24/0.05
1956	474.0	522.87/0.10	480.88/0.015	486.21/0.026
1957	357.5	434.83/0.22	397.35/0.11	337.4/0.06
1958	629.9	607.84/0.04	575.34/0.09	584.21/0.07
相对误差均值		0.10	0.064	0.04

从表 1.1 可以看出：

（1）CE 法、单一云模型法及小波-云模型法的展延结果都能够达到精度要求，即误差均值小于 0.2。

（2）基于小波-云模型法的展延结果相对误差均值为 0.04，小于传统 CE 法展延结果的相对误差均值 0.10，同样小于单一云模型法展延得到的相对误差均值 0.064，表明小波-云模型法展延精度最高。

（3）1957 年的实测值为 $357.5 \times 10^8\text{m}^3$ ，在展延年份中最小，应为奇异点，根据该年份的展延结果可得，小波-云模型法展延结果的相对误差为 0.06，明显小于 CE 法展延结

果的相对误差 (0.22), 也优于单一云模型法展延结果相对误差 (0.11), 可见单一云模型法及小波-云模型法对奇异点的展延相比传统 CE 法更加精确。

(4) 小波-云模型法展延结果相对误差为 0.04, 小于单一云模型法 (0.064), 精度更高, 在 9 个展延年份中, 只有一个年份 (1956 年) 的展延精度比单一云模型法略低, 由此可见, 云模型方法与小波方法的结合提高了展延的精度。

1.4.2 实例 2: 莺落峡水库水文站和扎马什克水文站实测年径流序列

该例以莺落峡水库水文站和扎马什克水文站实测 43 年 (1956—1998 年) 年径流序列作为基础资料, 令参证站序列 x 为莺落峡水库水文站年径流序列, 设计站序列 y 为扎马什克水文站年径流序列。假设扎马什克水文站 1956—1960 年的年径流量未知, 分别用传统相关展延法、单一云模型法以及小波-云模型法进行展延。

黑河莺落峡水库水文站与扎马什克水文站 1956—1998 年年径流序列的相关系数达到 0.8707, 相关性较好。用小波-云模型法进行展延, 根据小波变换系数图 (图 1.7 和图 1.8) 以及小波方差图 (图 1.9 和图 1.10), 进行 2 层分解, 选用 db7 小波函数, 经过分解与重构后, 低频 a_2 、高频 d_1, d_2 的相关系数分别为 0.7669、0.9178 和 0.9146, 低频部分相关程度有所降低, 但高频部分的相关程度得到提高。

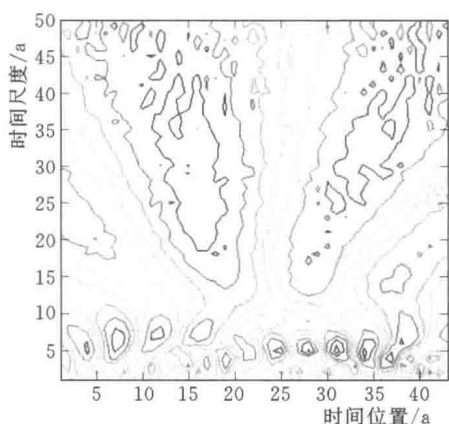


图 1.7 莺落峡水库水文站年径流量小波变换系数图

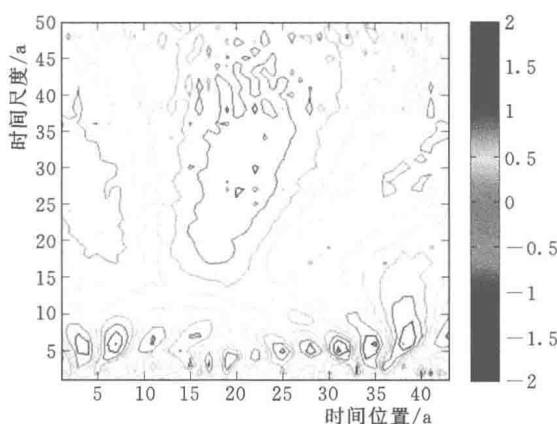


图 1.8 扎马什克水文站年径流量小波变换系数图

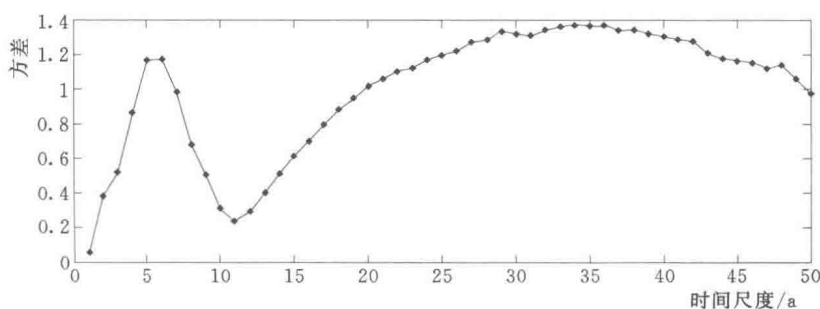


图 1.9 莺落峡水库水文站年径流量小波方差图