

御製數理精蘊下編卷二十五

體部三

各體形總論

直線體

卷之三
編
六

祖德堂

不設水邊館

卷之三

不設水邊館

各體形總論

體之爲形成於面。面之相合爲厚角。故凡體形皆自厚角所合而生。面之所合不能成厚角。則體亦不能成形。惟渾圓則無角。然求積之法。亦合衆尖體而成渾圓。是雖無角而實賴於角也。方體有正方斜方尖方方環陽馬塹堵之異。圓體則有渾圓長圓尖圓之殊。至於各等面體。惟成於三角四角五角之面。而兼盡乎方圓之理。面於圓者。其角切於球之外面。面圓者。球之外面切於各面之中心。而各體又有互相容

之妙。因其各面皆等。故其中心至每邊之線皆同。就其各形而分視之。則成各等邊面形。因其各形而細剖之。則成各同底尖體形。然求積總以勾股爲準則。蓋體成於面。面生於線。理固然也。有積求邊。則必以方圓爲比例。是以邊線等者。體積不等。如圓球徑與各等面體之一邊。俱設爲一〇〇〇。則正方體積爲一〇〇〇〇〇〇。圓球體積爲五二三五九八七七五。四面體積爲一一七八五一一二九。八面體積爲四七一四〇四五二一。十二面體積爲七六

六三一。一八九。三。二十面體積爲二一八一六九
四九六九。此各形之體積皆以方積比例者也。或以
圓球體積設爲一。○○○○○○○○。則圓球徑
得一二四。○小餘七。○○九八。如圓球徑與各等面
體之一邊俱設爲一二四。○小餘七。○○九八。則圓
球體積爲一。○○○○○○○○。正方體積爲一
九。○九八五九三一七。四面體積爲二二五。○七九
○七七。八面體積爲九。○。三一六三一七。十二面
體積爲一四六三五四七九。○五一。二十面體積爲

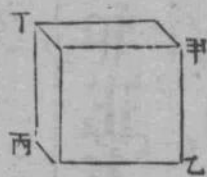
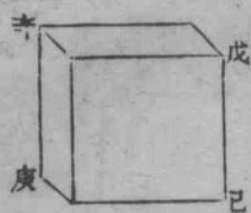
四一六六七三。四六三。此各形之體積皆以球積
比例者也。蓋因各形之邊線相等。體積不同。故皆定
爲體與體之比例也。體積等者。邊線不等。如圓球體
積與各等面體積。俱設爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則正方體之
每邊爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。而圓球徑爲一二四
〇七〇〇九八。四面體之每邊爲二〇三九六四八
九〇。八面體之每邊爲一二八四八九八二九十二
面體之每邊爲五〇七二二二〇七。二十面體之每

邊爲七七一〇二五三四此各形之邊線皆以方邊
比例者也。或以圓球徑設爲一〇〇〇〇〇〇〇〇
則圓球體積爲五二三五九八七七五五九八二九
八八七三〇七一九二三。如圓球體積與各等面體
積俱設爲五二三五九八七七五五九八二九八八
七三〇七一九二三。則圓球徑爲一〇〇〇〇〇〇〇
〇〇。正方體之每邊爲八〇五九九五九七。四面體
之每邊爲一六四三九四八八一。八面體之每邊爲
一〇三五六二二八五。十二面體之每邊爲四〇八

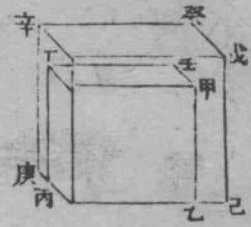
八一八九五。二十面體之每邊爲六二一四四三三
二。此各形之邊線。皆以球徑比例者也。蓋因各形之
體積相等。邊線不同。故皆定爲線與線之比例也。要
之。邊求積者。亦皆本於勾股。而積求邊者。一皆歸之
正方。此方所以爲立法之原。入算之本也。

直線體

設如正方體每邊二尺。今將其積倍之。問得方邊幾何。

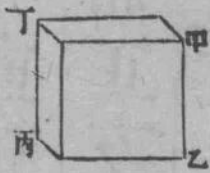


法以每邊二尺自乘再乘得八尺。倍之得一十六尺。開立方得二尺五寸一分有餘。卽所求之方邊數也。如圖甲乙丙丁正方體。每邊二尺。其體積八尺。倍之得一十六尺。卽如戊己庚辛正方體積。每邊得二尺五寸一分有餘。試於戊己

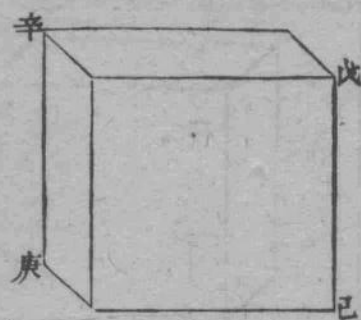


庚辛正方體形內。作甲乙丙丁正方體形。則其外之戊己乙甲壬丁丙庚辛癸磬折體形。卽與甲乙丙丁正方體積相等也。

設如正方體每邊二尺。今將其積八倍之。問得方邊幾何。



法以每邊二尺倍之得四尺。卽所求之方邊數也。如圖甲乙丙丁正方體。每邊二尺。其體積八尺。八倍之得六十四尺。



卽如戊己庚辛正方體積其每邊得甲
乙丙丁正方形每邊之二倍是故不用
八倍其積開立方止以每邊二尺倍之
而卽得也此法蓋因兩體積之比例比
之兩界之比例爲連比例隔二位相加
之比例

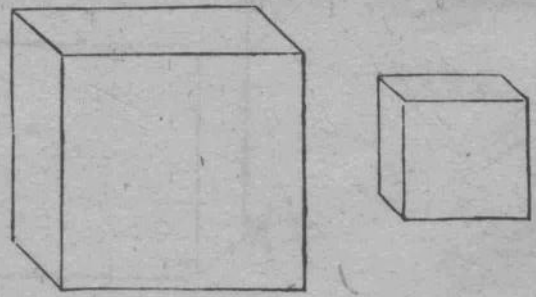
見幾何原本
十卷第四節

故戊己庚辛正方

體積六十四尺與甲乙丙丁正方體積

之八尺相比爲八分之一而戊己庚辛

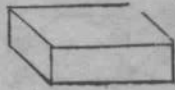
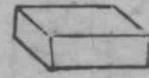
正方邊之四尺與甲乙丙丁正方邊之



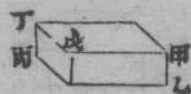
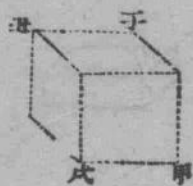
二尺之比爲二分之一。夫六十四與三十二。三十二與十六。十六與八。八與四。四與二。皆爲二分之一之連比例。而六十四與八之比。其間隔三十二與十六之兩位。故爲連比例隔二位相加之比例也。

設如長方體長一尺二寸。闊八寸。高四寸。今將其積倍之。仍與原形爲同式形。問得長闊高各幾何。

法以長一尺二寸自乘再乘得一尺七



百二十八寸。倍之得三尺四百五十六寸。開立方得一尺五寸一分一釐有餘。卽所求之長。旣得長。乃以原長一尺二寸爲一率。原闊八寸爲二率。今所得之長一尺五寸一分一釐有餘爲三率。求得四率一尺零七釐有餘。卽所求之闊也。又以原長一尺二寸爲一率。原高四寸爲二率。今所得之長一尺五寸一分一釐有餘爲三率。求得四率五寸零三



釐有餘。卽所求之高也。或以闊八寸自
 乘再乘倍之開立方。亦得一尺零七釐
 有餘。爲所求之闊。以高四寸自乘再乘
 倍之開立方。亦得五寸零三釐有餘。爲
 所求之高也。如圖甲乙丙丁長方體。甲
 乙高四寸。丁戊闊八寸。甲戊長一尺二
 寸。將其積倍之。卽如己庚辛壬長方體。
 此兩長方體積之比例。卽同於其相當
 二界各作兩正方體積之比例。見幾何原本十

卷第
五節。故依甲乙丙丁長方體之甲戊長

界。作甲戊丑子正方體。將其積倍之。卽

如己庚辛壬長方體之己癸長界所作

之己癸卯寅正方體。故開立方得己癸

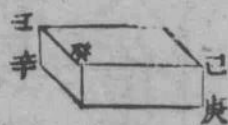
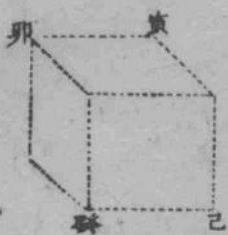
爲所求之長也。旣得己癸之長。則以甲

戊與丁戊之比。卽同於己癸與壬癸之

比。得壬癸爲所求之闊。又甲戊與甲乙

之比。同於己癸與己庚之比。得己庚爲

所求之高也。若以原闊自乘再乘倍之



開立方。亦得一尺零七釐有餘。爲今所求之闊。原高自乘再乘倍之。開立方。亦得五寸零三釐有餘。爲今所求之高。皆如以其相當二界各作正方體。互相爲比之理也。

設如長方體長一尺二寸。闊八寸。高四寸。今將其積八倍之。仍與原形爲同式形。問得長闊高各幾何。法以長一尺二寸倍之。得二尺四寸。卽所求之長。又以原闊八寸倍之。得一尺