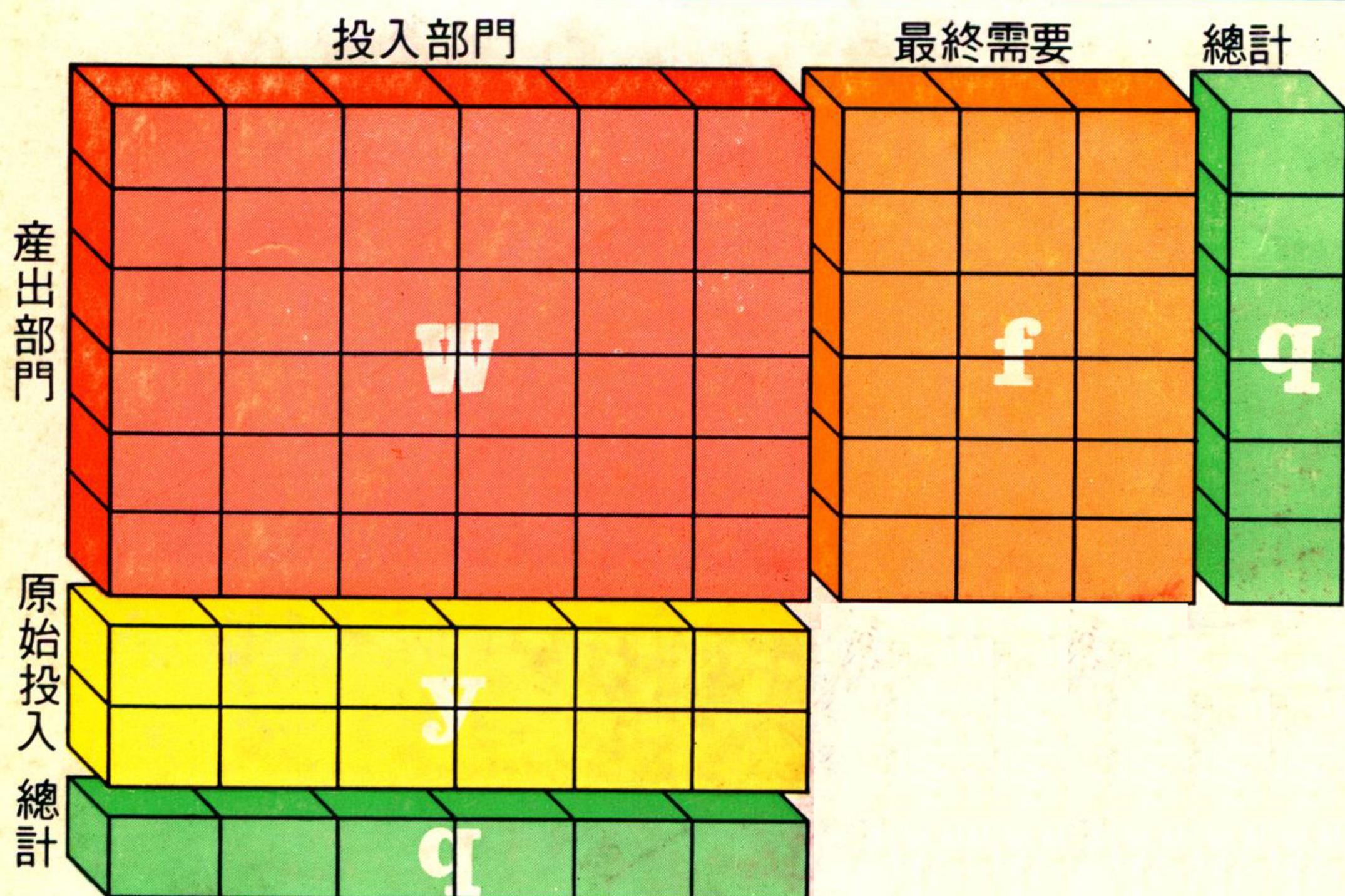


投入產出表及分析



行政院經濟建設委員會

綜合計劃處編印

中華民國七十年十月再版

投入產出表及分析

譯 者

經建會綜合計劃處

中華民國六十七年十二月初版
中華民國七十年十月再版

定 價：新臺幣伍拾元

譯 者：經建會綜合計劃處

發 行 者：行政院經濟建設委員會
臺北市懷寧街一一八號

印 刷 者：大 地 印 刷 廠
臺北縣三重市福德南路二四巷二號
電 話：九七一一二二四四
九七一一二二六六

前　　言

本會綜合計劃處產業關聯組從事投入產出表編製工作多年，雖曾獲致若干實務經驗，然於極具參考價值之理想工作手册，向付闕如。本書之譯，擬藉其中完整體系與架構，提供編表參考之南針，並作為改進編表之參考，既可為投入產出入門之範本，亦可增進投入產出研究分析之能力。尤為可貴者，本書末尾對各國編表實務，詳為分析闡示，同仁研讀之餘，當能擴大視野，吸收各國編製實務之經驗，以期擷長補短，繼續提高編表素質。

本書由本處同仁林芳一、劉明德、郭麗珠、洪瑞鳳、郭弘卿、蔡素麗、葉漢添、蔡旭晟、賴利雄、李厚美、王淑芳、陳友明、羅同伯等於公餘之暇，通力完成。對其中內容文字，逐經斟酌辨正，務求與原文文義貼切相符，主要在求信實與達意。

有關文中名詞之翻譯，本書力求譯名前後之一致，並儘可能與常用之用詞遣字相符。所有專門名詞，初次出現於本書者，其後皆附以英文名稱，其中間或有較為罕見之名詞與用語，由譯者逕自譯撰者，其後亦附以相關英文，用資對照，以利讀者之易於了解。至於原書附註，因其中所列書目多為國內坊間所未刊行，乃僅臚列原文，俾供參考。

本書翻譯之時，正值六十五年臺灣產業關聯表編製期間，勉力譯成，倉促付梓，謬誤之處在所難免，尚祈學者專家不吝指正。

—編者—

原序

本書 (Input-Output Tables and Analysis) 細根據聯合國一九六六年發行之「投入產出表及分析問題」(Problems of Input-Output Table and Analysis) 技術手冊一書，予以更新增編而成。該手冊為聯合國叢書，方法研究類，第六系列，第十四號書刊 (Studies in Methods, Series F, No. 14.) (註 1)。

由於統計委員會 (Statistical Commission) 之推介，投入產出表之處理與術語乃能用於現今聯合國國民會計體系中 (註 2)。於一九六六年版編印出版之時，該委員會尚未全部完成或接受此一體系。基本投入產出表是國民會計中極為重要的一部份，特別是在國民會計體系生產帳細分時為然。本書目的，不但在使之成為國民會計體系中的投入產出表技術手冊的一部份，也將使其成為一般性投入產出表的技術手冊。

本書也檢討一九六六年版編撰以來，有關投入產出資料研究之各項發展，例如：矩形表、投入產出資料之更新技術、動態投入產出、投入產出資料應用於投資與資本需要分析、生產力衡量、經濟成長之設計等。對於一九六六年手冊中所討論之各項問題，如次要產品之處理、交易之計價及進口資料之蒐集等，亦均加以闡明與補充。

本書討論投入產出表之架構、概念及其分析、建表方法與其基本資料來源、以及其各種可能之用途。第一、二章說明投入產出資料之國民會計體系架構、有關概念、要素、相互關係與表列、以及投入產出分析之基本假設。第三、四章介紹投入產出表之方法理論與基本資料來源。第五章討論可加以分析與利用的各種投入產出資料。附錄 II 則列表比較分析各國編製投入產出表之實務。

除附錄 II 外，本書其他部份均為聯合國秘書處顧問阿姆斯壯 (A. G. Armstrong) 所撰寫。

(註 1) United Nations Publication, Sales No. 66 XVII. 8.

(註 2) *A System of National Accounts*, Studies in Methods, Series F. No. 2, Rev. 3 (United Nations Publication, Sales No. E. 69. XVII. 3).

投入產出表及分析

目 錄

第一章	投入產出與國民會計.....	1
第一節	緒論.....	1
第二節	總合社會會計矩陣.....	2
第三節	投入產出之會計架構.....	3
第二章	基本投入產出體系	8
第一節	簡單投入產出架構.....	8
第二節	逆矩陣.....	11
第三節	價格與成本.....	14
第四節	基本假設.....	15
第三章	方法論.....	17
第一節	統計單位.....	17
第二節	次要產品之處理.....	19
	1. 問題之性質	19
	2. 產出之移轉.....	20
	3. 投入之移轉.....	21
第三節	商品或產業表	27
第四節	矩形表	28
第五節	表之大小	31
第六節	計價方法	32
	1. 基本價值或生產者價值.....	33
	2. 生產者價值或購買者價值.....	36

3. 結語	40
第七節 產業內之交易	41
第八節 進口之處理	42
1. 進口品之計價	42
2. 第一種方法：進口按商品分	44
3. 第二種方法：進口按購買者分	46
4. 第三種方法：按補助性與競爭性進口分	47
5. 第四種方法：按進口品及國產品分	48
6. 進口處理方法之選擇	51
第九節 出口	51
第十節 建表之頻率	52
第十一節 更新技術	53
第十二節 係數之穩定性	64
第十三節 固定價格表	67
 第四章 表之編製	69
第一節 引言	69
第二節 製造業、礦業與能源	71
第三節 農業	73
第四節 營造業	74
第五節 運輸業及運輸服務業	74
第六節 商業	75
第七節 服務業	76
 第五章 投入產出之應用	77
第一節 生產分析	77
第二節 價格與成本	81
第三節 進口需要	85
第四節 投資與資本	91
第五節 計劃模型	94

1. 簡介	94
2. 閉鎖經濟社會	95
3. 開放經濟社會	98
4. 計劃模型之應用	101
5. 投入產出係數之研訂	103
第六節 動態投入產出	105
第七節 指數	108
1. 概述	108
2. 附加價值	109
3. 生產力	111
附錄：	116
附錄 I 符號說明	116
附錄 II 各國編製投入產出表實務	118

投入產出表及分析

第一章 投入產出與國民會計

第一節 緒論

1.1 一九六八年聯合國公佈之「國民會計體系」(The System of National Accounts, SNA)（註 1）有兩個主要特色，此兩特色與投入產出表之推估及應用均有非常密切之關係。第一，在新體系中，所有會計帳戶均以矩陣 (matrix) 形式表示，所有交易 (transactions) 均以兩部門間之投入產出關係表示。第二，新體系加入以往認為並不切合實際的早期報告之各種建議，而使投入產出表一變而為國民會計統計架構 (statistical framework) 中，不可或缺之重要部份。因此新體系不僅將投入產出表之基本原理延伸至經濟社會中，所有其他交易，且亦強調投入產出在國民會計中，所扮演的關鍵性角色，及其在連結國民會計中之重要地位。

1.2 健全的投入產出表，不惟本身富有許多有用的資料（其應用上的討論，詳見後文），使統計架構更臻完整，並提供許多其他各帳戶之連結環節。統計架構若缺乏此一設計，則某些交易無法記錄，各帳戶間亦難保平衡。對於一依據正確資料從事設計與管理之經濟社會，生產帳資料十分重要，故生產帳之平衡，關係至鉅，而此亦僅可從投入產出表之編製與平衡而獲致。法國統計學家狄蘭吉 (Delange) 對此重要功能曾有適切描述：「由於投入產出表，統計資料上，首應祛除之前後不一致缺點，得以消除，該表在統計資料品質改進上，仍將繼續扮演一重要的角色。」

(註 1) *A System of National Accounts, Studies in Methods, Series F. No. 2, Rev. 3 (United Nations publication, Sales No. 69. XVII. 3).*

1.3 多數國家統計機關均曾遭遇國民會計帳中各種不同項目平衡一致性之難題，其中於總合帳中，分別由生產面、所得面及消費面觀察計算國民所得是否相同，即為此一典型之問題。又如國民會計體系細分帳戶時，記載各部門對各種產品之需要，是否等於各產品現有資料的供給，類此諸種問題，更屬不勝枚舉。此外，處理數年統計資料之變動，不惟要求某一特定年份資料達於平衡，並且要求所有價格與數量指標相互一致，此種問題更形困難。由於投入產出表能詳細說明產業生產近半數需要之去路，一旦捨棄該表，統計資料之平衡與一致，勢將無法達成。

1.4 因此國民會計帳體系，應包含投入產出表為其重要部份，反之，若無國民會計帳戶，投入產出表的推計亦將無法實現，二者應屬一整體。事實上，很多國家的投入產出表與其有關國民所得資料均相一致。投入產出與國民會計帳之相互關聯，對統計資料之收集或經濟關係之分析影響至鉅。對於該表不應僅視為一單獨之表件，而應視之為整個國民會計體系的一重要部份。投入產出表包含很多有關各種不同產業間相互關係之資料，而投入產出表之主要作用，即在追蹤此一整個體系間之各種關係。諸如最終需要對產業產出及原始投入之關聯，以及進口原料價格或工資率與產品價格間之關係等。

第二節 總合社會會計矩陣

1.5 在次章未討論投入產出分析原則之前，首先簡單介紹會計帳體系或將有所助益。表 1.1 為一九六三年英國總合社會會計帳矩陣，其帳戶和「國民會計體系」一書之表 1.6 帳戶相似，但有關資產帳則予省略，而資本累積帳在此亦僅作較簡略之列示，此會計帳矩陣之排列與方法在「國民會計體系」中，曾有詳細說明，於此不擬細述；然而，簡述此一矩陣所示帳戶之原理，則將有助其應用，而且亦可藉此瞭解投入產出表與其他各帳之關係。

1.6 每一帳戶之支付（即該部門之支出），以縱行（column）表示，每一帳戶之收入，則以橫列（row）表示。因此貨幣由縱行帳戶流向橫列帳戶，亦即矩陣內每一元素顯示相關兩部門之交易。財貨、勞

表 1.1 1963 年英國總合社會會計帳矩陣

(單位：億英磅)

		生 產		消 費		資本累積		國外		合 計
		1	2	3	4	5	6	7		
生 產	商 產	品 1	242	220		51		56		569
	業 2	483								483
消 費	消 費	財 3			254			2		256
	收 入	與 支 出 4	35	237	31		-23	4		284
資本累積	資 本	形 成 5				51				51
	資 本	資 金 6			29					29
國 外		7	51	4	5	1		1		62
合 計			569	483	256	284	51	29	62	

務或金融資產之流向與貨幣流向相反，例如，表 1.1 的第一橫列，表示商品（財貨及勞務）由產業及消費者所購買，以及分配於資本形成與出口。此一體系之重要特色為每一部門之所有交易均予記錄，而且每一部門之總支出與總收入相等，亦即所有帳戶均達於平衡。

1.7 無論帳戶如表 1.1 以較總合之形式表示，或某些帳戶如投入產出之生產帳以較細分之形式表示，上述平衡關係均應適用。國民會計帳可以總合形式表示，亦可對不同帳戶再加細分，如「國民會計體系」中表 2.1 之形式。此外，體系內部份帳戶亦可更為細分。其餘部份則採較表 1.1 更為總合之形式。上述情形乃為一種投入產出會計中，專注於生產帳（特別是內部生產帳）之交易，對不涉及生產帳之交易不甚注重之安排方式。

第三節 投入產出之會計架構

1.8 表 1.2 所示，如上述乃以最適合於投入產出目的所安排之社會會計架構。表中商品與產業帳分別列示，其他帳戶則以各種不同方法處理。例如資本資金帳予以簡化，而其他帳戶亦僅以與生產帳有關者方加細分。表 1.2 中方格之劃分形式及其內之線段記號，表示此處細分情形，其內數字則以矩陣、橫向量 (row vector)、縱向量 (column

vector) 或單一數據表示。方格中細分情形乃最低要求，至於為其他目的所需更精細之劃分，將於第三章闡述。

1.9 在未解釋各帳矩陣中各種登錄項目 (entries) 前，首應明確說明者，乃產業 (industry) 與商品 (commodity) 之區分。商品指限於其相應產業之特性產品 (characteristic products) 或主要產品 (principal products)，則產業與商品之分類應屬一致。生產單位 (producing unit) 依其所產商品劃歸某一特定產業，若其生產多種商品則依何種商品產出 (output) 佔大宗者為準。就事實而言，固然很多生產單位僅生產單一商品，但有些單位同時也生產其他產業所生產的特性產品，是以乃無法將兩種分類之內容按一對一方式加以歸屬。由於銷售結構通常與商品有關，而成本結構則與產業有關。一般無法觀察個別商品之成本結構 (cost structure)，因之在分析商品需求變動對生產體系之影響，其結果隨商品而異，故產業與商品分類之一致，至為重要。此類問題於第三章第二節將作進一步的討論。

1.10 生產矩陣 (make matrix) 連繫投入產出架構中產業帳及商品帳，如表 1.2 中矩陣 13 所示。此一矩陣記錄每一商品之生產來源，數量較大之生產出現在矩陣主對角線上，此即各產業之特性產品，主對角線外之登錄項目為次要產品 (secondary product)，數額均甚微小，表示某些產業之少數次要產品係其他產業之特性產品。

1.11 在論及表 1.2 的登錄項目前，首先說明商品帳。矩陣 1 至 6 分別記錄不同需要部門對商品的購買，其中尤以矩陣 1 表示產業對商品之購買最為重要，此矩陣通常稱為吸收矩陣 (absorption matrix)。向量 2 至 5 記錄國內最終需要四個部門分別對各種商品之購買，而向量 6 則為出口之明細商品帳，至於所有商品需求均予記錄，此外從商品帳戶縱行觀之，則可得知商品供給來源。任何商品可由國內產業生產，表示於矩陣 13，亦可求諸國外進口，表示於向量 20。某些進口商品可能須課征保護關稅 (即課征關稅以提高其進口成本，使與國內成本相等，使之置於同等競爭地位)，此種進口關稅，表示於向量 14。此外，商品銷售稅與商品基本價值分開，亦至為重要 (詳見第三章第六節)，此類課稅 (或補助) 分別載於第 7 至第 12 各項內，即記入各購

買者帳戶借方，至於其合計數則轉入方格15之收支帳內。

1.12 以下繼續討論另一重要帳戶。產業對商品購買之產業帳，如矩陣1所示，其稅賦之支付，載於向量7，要素支付則記載於向量16。產業可能有職員旅行國外之費用及海空運輸發生在國外之支付，此種費用列入向量21，視為直接進口處理。上述處理，較之推估購買之商品明細費用，列入向量20之作法，更為便利，尤其是該種費用無可避免必然發生於國外，而又無法從國內生產比照估計時為然。

1.13 前述表 1.2 中各項目所登錄之數據，乃確保生產帳與投入產出表完全平衡所必需，但若再包含其他數據亦有其可用之處。方格17及18分別記錄家庭支付僱人（如對國內僕役之支付）及政府支付公務員之薪資所得，方格19為從國外獲得之所得，因此方格16至19為一套記錄完整的國民所得帳戶。方格22及23則分別記錄家庭及政府在國外之支出，連同方格20及21一併構成完整之進口帳。

1.14 此會計架構係遵循「國民會計體系」之原則，但在某些項目的處理上，却與該體系表 2.1 之處理略有不同，本架構對於家計及政府部門支付生產活動之處理方式較為簡單，對稅收之處理也不複雜，收支及資本累積帳戶亦予簡化，但生產帳却詳為記錄，且在總合及細分形式下均能平衡。誠然，一套完整的國民會計帳應採用「國民會計體系」之表列形式，但在處理投入產出之時，由主要表列抽出某些方格，按上述建議予以處理安排，更為方便。

1.15 為投入產出之目的，現將表 1.1 所示英國國民會計帳戶，按表 1.2 形式，予以細分和重組如表 1.3。產業及商品分類均劃分為六部門，每一矩陣及向量並加總計項，以便與表 1.1 的數字相互比較。若商品帳的數字與商品稅帳合併，則表 1.1 商品帳中未將稅課單獨分列的商品價值，在此則可顯現。表 1.3 將消費與資本形成各劃分為兩部份，表 1.1 則否，且所有生產帳戶均告平衡，與表 1.1 相同，而且細分後之生產帳各橫列及縱行合計亦均相等。

1.16 以生產帳之化學製品部門為例。先由表 1.3 商品帳，縱行觀察，化學產業生產 30 單位化學製品，其他四個產業亦有微量生產，進口 5 單位，此外尚有少量進口稅。現就化學製品橫列觀察，農漁業及食品

業購買化學製品 3 單位，金屬及機械業購買 4 單位，總中間需要為 24 單位，另外五個項目分別表示國內消費、資本形成、以及出口之購買量。橫列合計 36 單位是為總需要，等於代表總供給之縱行合計。

1.17 就產業帳之橫列觀察，化學產業之生產，其中生產 30 單位之化學製品，及各一單位之食品與營建材料，並有其他三種產品之少量生產，總產出共計 31 單位。就產業帳之縱行觀察，知其投入結構之兩大主要投入為化學製品（作為進一步加工）及礦產品，各投入 7 單位，商品總投入合計為 21 單位，另有不及一單位之課稅。此外，該產業尚有對國外不及一單位之支付，及支付 10 單位之要素所得。因此，整個產業之投入合計 31 單位，恰等於其總產出。

表 1.2 投入產出之簡化會計架構

		生 产			消費支出		資本累積		國 外
		商 品	商品稅	產 業	個人	政府	存貨	固定資產	
生 產	商 品			— 1	— 2	— 3	— 4	— 5	— 6
	商品 稅			— 7	8	9	10	11	12
	產 業	— 13							
消 費 (所得 與費用)	間 接 稅	— 14	15						
	要素所得			— 16	17	18			19
資 本 累 積									
國	外	— 20		— 21	22	23			

表 1.3 英國1963年簡化投入產出表及相關帳戶
(單位：億英磅)

		商 品						業 品						合 计						消 費		資 本 形 成		國 外		總 計																																			
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2																																		
1. 農業、漁業及食品	商	21	1	1	2	3	4	2	4	4	2	2	0	24	41	4	2	-1	0	1	0	3	70	36	70	36	70	36																																	
2. 化學製品機械	品	3	2	1	46	2	6	4	23	8	5	5	3	24	4	8	9	2	0	0	0	0	6	23	123	123	75	75	123	36																															
3. 金屬及其他業	商	2	2	1	4	23	8	6	4	2	7	7	4	21	45	21	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0																																
4. 其他礦業及營建服務	品	1	1	7	4	2	12	4	12	7	4	12	4	29	12	4	4	-0	25	1	1	1	1	71	71	71	71	71	71																																
5. 運輸及公用事業	業	6	6	4	12	7	4	12	7	7	4	19	4	52	85	4	4	0	0	3	3	3	3	16	16	16	16	16	16																																
6. 運輸合計	品	35	21	70	40	32	38	32	38	32	38	32	38	236	171	22	22	2	48	2	2	2	2	56	56	56	56	56	56																																
商 品 稅														-2	0	1	1	5	6	6	26	1	0	1	0	34	34	34	34	34	34																														
1. 農業、漁業及食品	商	51	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	53	31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0																														
2. 化學製品機械	品	1	30	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	31	116	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0																													
3. 金屬及其他業	業	0	0	114	0	0	0	0	65	0	0	0	0	66	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0																													
4. 其他礦業及營建服務	業	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	65	1	66	1	66	1	66	1	66	1	66	1	66	1	66	1	66	1	66																													
5. 運輸及公用事業	業	51	31	114	66	66	155	483	51	31	114	66	66	155	483	51	31	114	66	66	155	483	51	31	114	66	66	155	483	51	31	114	66																												
間 接 稅		0	0	1	0	0	0	0	1	34	0	0	0	1	34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0																												
要 素 所 得																																																													
國	外	19	5	8	9	5	5	5	5	5	5	5	5	51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0																													
總 計		70	36	123	75	71	160	535	345	33	31	116	66	66	151	483	70	36	123	75	71	160	535	345	33	31	116	66	66	151	483	70	36	123	75	71	160	535	345	33	31	116	66	66	151	483	70	36	123	75	71	160	535	345	33	31	116	66	66	151	483

註：(i) 本表中所有有關交易之國內與進口流量分列，如表 3.13 所示。
(ii) 本表依據英國所編 70 部門英國投入產出表改編而成。

第二章 基本投入產出體系

第一節 簡單投入產出架構

2.1 前章所論國民會計之體系，着重於投入產出表在此體系中之處理及其扮演之角色，本章在簡要說明基本之投入產出原理。若社會會計矩陣中的其他部份，能儘可能合併簡化，則此說明更為簡易明解。

2.2 今假設：整個經濟社會無國際貿易與租稅，且各種最終需要視為一單一向量，原始投入亦不細分。為達高度簡化目的，亦不區分產業及商品，並假設產業（即生產部門）僅生產特性產品，而不生產任何次要產品。

2.3 表 2.1 所示會計架構，括弧中數目代表表 1.2 的方格編號。其中 w 、 f 、 q 及 y 之定義，見附錄 I 說明。在此應予注意者，產業與商品並未區分。投入產出表為保留傳統符號，均寫為商品對商品表 (commodity \times commodity table) 之形式。

表 2.1 高度簡化之會計架構

	生 產 部 門	最 終 需 要	總 計
生 產 部 門	w (1)	f (2-5)	q
原 始 投 入	y (16)		
總 計		q	

2.4 投入產出流量矩陣 (input-output flow matrix) 係記錄經濟社會中，生產部門 (production sectors) 間銷售及購買價值之投入產出表。通常投入產出表之標準登錄項目書寫成 w_{ij} 形式，表示 i 部門產品銷售與 j 部門，如 $w_{1,2}$ 表示第二部門向第一部門購買商品之數值。

2.5 若定義每一生產部門之產出，皆等於其他生產部門購買量（亦即中間需要 intermediate demand）與最終消費者購買量之和，則整個經濟社會即可書寫為如下方程式：

2.6 上述結構方程式 (structural equations) , 係以流量矩陣數字表示投入產出關係，但如以係數表示，通常亦甚有用。投入係數矩陣不記錄每一交易之價值，而以購買部門為每生產一單位產品所需購買各種商品之數量表示。流量矩陣 (w) 的每一縱行除以該購買部門的生產總量 (total gross output) , 即獲得投入係數矩陣 (coefficient matrix)。此矩陣以 A 表示之，每一方格內值之代號為 a_{ij} ，則

以矩陣表之，為

$$\mathbf{w} = \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{q}} \quad \text{或} \quad \mathbf{A} = \mathbf{w} \cdot \hat{\mathbf{q}}^{-1} \dots \dots \dots \quad (2.3)$$

2.7 結構方程式 (2.1) 因而可寫為如下形式：

$$\left. \begin{array}{l} q_1 = a_{1,1}q_1 + a_{1,2}q_2 + a_{1,3}q_3 + \dots + a_{1,n}q_n + f_1 \\ q_2 = a_{2,1}q_1 + a_{2,2}q_2 + a_{2,3}q_3 + \dots + a_{2,n}q_n + f_2 \\ q_3 = a_{3,1}q_1 + a_{3,2}q_2 + a_{3,3}q_3 + \dots + a_{3,n}q_n + f_3 \\ \vdots \\ q_n = a_{n,1}q_1 + a_{n,2}q_2 + a_{n,3}q_3 + \dots + a_{n,n}q_n + f_n \end{array} \right\} \dots\dots\dots (2.4)$$

2.8 每一投入產出關係，以投入係數 a_{ij} 及該部門產出 q_j 表示，此聯立方程式可以矩陣及向量表示如下：

$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \vdots \\ q_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & \cdots & a_{3,n} \\ \vdots & & & & \\ a_{n,1} & a_{n,2} & a_{n,3} & \cdots & a_{n,n} \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \vdots \\ q_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_n \end{Bmatrix}$$

有「 a_{ij} 」之方塊代表矩陣 A 之數據。而上式尚可簡化為基本之