

三集三

英國華里司輯

英國 傅蘭雅 口譯
金匱 華蘅芳 筆述

論八線數理

第二百六十一款

前于開方各式中會論有用虛式之根號斤者此式在
攷八線數理中實有大用處

設甲爲任何大小之弧以天代其弧之餘弦以地代其

弧之正弦如

餘弦甲 = 天
正弦甲 = 地

則依(或)幅之式變得兩式如左

餘弦(卯一)甲 = 天餘弦卯甲 | 地正弦卯甲

(一)

正弦(卯一)甲 = 地餘弦卯甲 | 天正弦卯甲

(二)

令亥爲一箇泛數

現在未定將來則其(三)

式可變之爲

(三)以(一)式與(二)式兩者相加相減則得

天正弦(卯一)甲 = 亥地餘弦卯甲 | 亥天正弦卯甲

如令

卯一 = 0
卯一 = 1
卯一 = 2
卯一 = 3
...

則從(甲)式得

餘弦甲 | 亥正弦甲 = 天 | 亥地

餘弦二甲 | 亥正弦二甲 = (天 | 亥地)

餘弦三甲 | 亥正弦三甲 = (天 | 亥地)

總言之如

實爲任何整數則

(四)又從(乙)式得

餘弦寅甲 | 亥正弦寅甲 = (天 | 亥地)

餘弦甲 | 亥正弦甲 = 天 | 亥地

餘弦二甲 | 亥正弦二甲 = (天 | 亥地)

餘弦三甲 | 亥正弦三甲 = (天 | 亥地)

總言之

餘弦(卯一)甲 | 亥正弦(卯一)甲 = (天 | 亥地) 餘弦卯甲 | (天 | 亥地) 亥正弦卯甲

餘弦(卯一)甲 | 亥正弦(卯一)甲 = (天 | 亥地) 餘弦卯甲 | (天 | 亥地) 亥正弦卯甲

設令

亥一 = 1

則

亥一 = 1

即

亥一 = 1

故變前式爲

餘弦(卯一)甲 | 亥正弦(卯一)甲 = (天 | 亥地) (餘弦卯甲 | 亥正弦卯甲)

(甲)

餘弦(卯一)甲 | 亥正弦(卯一)甲 = (天 | 亥地) (餘弦卯甲 | 亥正弦卯甲)

(乙)

則得

餘法寅甲正正法寅甲(天)地

(五)再將(四)(五)兩式以天地亥所代之原數還之

得(二)幅之式如下

(二)

餘法卯甲正正法卯甲(餘法甲正正法甲)

餘法卯甲正正法卯甲(餘法甲正正法甲)

攷得此兩式之法固

以卯為正整數然卯若為分數或為負數其理亦未嘗不合

惟因

二

(餘法卯甲正正法卯甲)

甲餘法甲正正法甲

所以將其式乘至寅方即得

餘法寅甲正正法寅甲(餘法卯甲正正法卯甲)

再令

(二)幅之式其卯無論為正數為負數無不合理

又試將

餘法卯甲正正法卯甲(餘法甲正正法甲)

餘法卯甲正正法卯甲

以通其左邊之母子則得

(餘法卯甲正正法卯甲)(餘法卯甲正正法卯甲)餘法卯甲正正法卯甲

又因而

餘法卯甲正正法卯甲

卯甲——甲
寅甲——卯甲

則得

餘法卯甲正正法卯甲(餘法甲正正法甲)

又以同法證之可得

餘法卯甲正正法卯甲(餘法甲正正法甲)

由此可見

$$\sqrt{\text{正弦卯甲}} - \text{正弦}(\text{卯甲})$$

 故得 又以同法證之可得 所以知(二)幅之式其

$$\sqrt{\text{餘弦}(\text{卯甲})} - \sqrt{\text{正弦}(\text{卯甲})} = (\text{餘弦甲}) - (\sqrt{\text{正弦甲}})$$

$$\sqrt{\text{餘弦}(\text{卯甲})} - \sqrt{\text{正弦}(\text{卯甲})} = (\text{餘弦甲}) - (\sqrt{\text{正弦甲}})$$

卯無論為正數為負數為整數為分數其式無不合理
 又可用同法證其卯如為虛數奇零不盡之數也亦合于理因
 虛數可以畧近之數明之故也

第二百六十二款

前款(一)幅之式為算學士棣美弗于一千七百三十年
 間攷平圓及雙曲線之算式時所得惟代數幾何之書
 中謂是尤拉所設之法

試將(一)幅兩式之和與較變之則可得(二)幅之兩式惟
 (一)幅之兩式實與第十一卷中所言迦但所設解三次
 式之根其法相同

(二)

$$\sqrt{\text{餘弦卯甲}} - \sqrt{\text{正弦卯甲}} = (\text{餘弦甲}) - (\sqrt{\text{正弦甲}})$$

$$\sqrt{\text{正弦卯甲}} - \sqrt{\text{餘弦卯甲}} = (\sqrt{\text{正弦甲}}) - (\text{餘弦甲})$$

此兩式雖未能徑為算學中之

用然依代數幾何之法求之即可得幾何中最奧妙之
 理其理極深

第二百六十三款

用(一)幅之式能將任何弧之正餘弦徑求其任幾倍弧
 之正餘弦

如于(一)幅中令

天——餘弦卯甲
 地——正弦卯甲

即得

$$\sqrt{\text{餘弦卯甲}} - \sqrt{\text{正弦卯甲}} = (\text{天}) - (\sqrt{\text{地}})$$

$$\sqrt{\text{正弦卯甲}} - \sqrt{\text{餘弦卯甲}} = (\sqrt{\text{天}}) - (\text{地})$$

惟依二項例之

法則

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) = \frac{1}{\sqrt{1}} \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \dots \\ & \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) = \frac{1}{\sqrt{1}} \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \dots \end{aligned}$$

如將兩式相加減而以斤約其減得之

式則得幅之式如左

$$\begin{aligned} & \text{位卯甲} = \frac{1}{\sqrt{1}} \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \dots \\ & \text{位卯甲} = \frac{1}{\sqrt{1}} \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \dots \end{aligned}$$

此式中其卯若為正整數則其級數

可有盡界言非無窮之級也此為一千七百〇一年間卜奴里

所設之式惟其本書中未有證法

所可異者卜奴里推得此兩式而未知有棟美弗之兩

式迨二十年之後棟美弗始用卜奴里之式推得之

如將

$$\begin{aligned} & \text{正餘甲} = \frac{1}{\sqrt{1}} \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \dots \\ & \text{正餘甲} = \frac{1}{\sqrt{1}} \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \dots \end{aligned}$$

又以代法變之乃以所得之第一式約其

第二式而化之即可得二百五十七款中所記之切線式

第二百六十四款

又可用同法證任幾倍弧之正餘弦自幅起至止惟此法因欲俟論微分積分術中解之所以不贅今本款不過論其各式之用法為求任弧正餘弦各方之總級數其級數之各項以弧之各倍正餘弦之數明之

令

$$\begin{aligned} & \text{已} = \frac{1}{\sqrt{1}} \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \dots \\ & \text{已} = \frac{1}{\sqrt{1}} \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \dots \end{aligned}$$

故

$$\text{已} = \frac{1}{\sqrt{1}} \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1}} \right) \dots$$

則棟美弗之式可以幅之式明

之如左

(九)

$$\begin{aligned}
 &= \text{餘弦甲} - \text{已}^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{4} - \text{已}^{\frac{1}{2}} \right] \frac{1}{2} \\
 &= \frac{1}{2} - \text{正弦甲} - \text{已}^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{4} - \text{已}^{\frac{1}{2}} \right] \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

又因 如將 西 西 等字代其二項式級數中之第

$$= \text{餘弦甲} - \text{已}^{\frac{1}{2}}$$

二三四等項內之倍數則可變其級數之式如左

$$(-\text{餘弦甲}) = \text{已}^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{4} - \text{已}^{\frac{1}{2}} \right] \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} - \text{已}^{\frac{1}{2}} \right] \frac{1}{2} \dots$$

又因

$$= \text{餘弦甲} - \text{已}^{\frac{1}{2}}$$

復得

$$(-\text{餘弦甲}) = \text{已}^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{4} - \text{已}^{\frac{1}{2}} \right] \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} - \text{已}^{\frac{1}{2}} \right] \frac{1}{2} \dots$$

將此兩式相加而令

$$\text{已}^{\frac{1}{2}} = 1$$

則得

$$(-\text{餘弦甲}) = \text{已}^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{4} - \text{已}^{\frac{1}{2}} \right] \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} - \text{已}^{\frac{1}{2}} \right] \frac{1}{2} \dots$$

惟

因

$$\begin{aligned}
 \text{已}^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{4} - \text{已}^{\frac{1}{2}} \right] \frac{1}{2} &= -\text{餘弦甲} \\
 \text{已}^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{4} - \text{已}^{\frac{1}{2}} \right] \frac{1}{2} &= -\text{餘弦甲} \\
 \text{已}^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{4} - \text{已}^{\frac{1}{2}} \right] \frac{1}{2} &= -\text{餘弦甲} \\
 \text{已}^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{4} - \text{已}^{\frac{1}{2}} \right] \frac{1}{2} &= -\text{餘弦甲}
 \end{aligned}$$

故代之而以二約之得 若再將

$$(-\text{餘弦甲}) = \text{餘弦甲} \left[\frac{1}{4} - \text{已}^{\frac{1}{2}} \right] \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} - \text{已}^{\frac{1}{2}} \right] \frac{1}{2} \dots$$

其級數之各項引長則知負弧之餘弦與同倍數之正弧之餘弦同

即如 因其各等于

$$\text{餘弦甲} - \text{餘弦甲}$$

$$\text{餘弦甲} - \text{餘弦甲} = \text{正弦甲} - \text{正弦甲}$$

故也惟因 之式若詳為級數

其等距首末之每兩項倍數必同所以知之級數亦

$$\begin{aligned} & \text{餘法甲} \lfloor \text{正法甲} - (\text{餘法甲} \lfloor \text{正法甲}) \\ & \text{餘法甲} \lfloor \text{正法甲} - (\text{餘法甲} \lfloor \text{正法甲}) \end{aligned}$$

令百代帶弧之正切又知則得

$$\text{正法甲} - \text{餘法甲} \text{正切}$$

$$\begin{aligned} & \text{餘法甲} \lfloor \text{正法甲} - \text{餘法甲} \lfloor \text{正法甲} \\ & \text{餘法甲} \lfloor \text{正法甲} - \text{餘法甲} \lfloor \text{正法甲} \end{aligned}$$

惟依二項之例則其可詳之為級數如後

$$(\lfloor - \text{商})$$

$$\begin{aligned} & (\lfloor - \text{商}) \left\{ \begin{aligned} & - \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \right] \\ & - \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \right] \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

此級數共分爲兩分其一分之各項無虛根

之式其又一分之各項有虛根式爲公乘數設以代其無虛根之一分而以代其又一分中虛根所乘之

諸級則得又以同法得再可由此兩式及前式而

$$\begin{aligned} & (\lfloor - \text{商}) - (\lfloor - \text{商}) \\ & (\lfloor - \text{商}) - (\lfloor - \text{商}) \end{aligned}$$

得以此兩式相加減得

$$\begin{aligned} & \text{餘法甲} \lfloor \text{正法甲} - \text{餘法甲} \lfloor \text{正法甲} \\ & \text{餘法甲} \lfloor \text{正法甲} - \text{餘法甲} \lfloor \text{正法甲} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{餘法甲} - \text{餘法甲} \\ & \text{正法甲} - \text{餘法甲} \end{aligned}$$

再以與所

代之原數還之則得此兩式其之同數無論

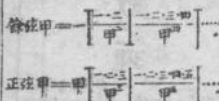
$$\begin{aligned} & \text{餘法甲} - \text{餘法甲} \left\{ \begin{aligned} & - \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \right] \\ & - \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \right] \end{aligned} \right. \\ & \text{正法甲} - \text{餘法甲} \left\{ \begin{aligned} & - \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \right] \\ & - \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \right] \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

如何必合于理 如令甲大至無窮則依以上所證之

例得 所以可用代法而得幅之

式如左

③



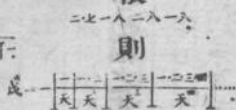
此二式爲奈端初查得弧與弦相求之

法亦甚巧妙

第二百六十九款

前已于一百七十七款中言如令戊代訥白爾對數之

根則 惟因甲可爲任何大小之弧故可于上式



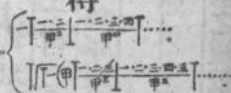
中令 則依常法代之而又分其有虛根式乘數之各

項月爲一行則得



再以同法令

得



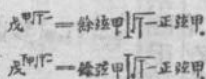
惟

于幅之式又可得

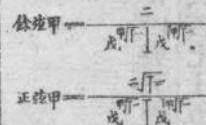


所以得幅之式如左

③



所以



此兩式當時拉果蘭

請以爲最巧之法

惟觀其求此兩式之時所用之正弦餘弦之級數卽爲

一千七百年間奈端所設之級數如奈端當時能多用

一番心則奈端已可知之不必待五十年後尤拉攷出

矣

第二百七十款

由幅之式得

$$\frac{\text{餘弦甲} \sqrt{-1} \text{正弦甲}}{\text{餘弦甲} \sqrt{-1} \text{正弦甲}} = \frac{\text{成} \sqrt{-1} \text{成}}{\text{成} \sqrt{-1} \text{成}}$$

令

正初甲餘弦甲

代其

又去其公乘數

餘弦甲則

得

$$\frac{\sqrt{-1} \text{正初甲}}{\sqrt{-1} \text{正初甲}} = \frac{\text{成}}{\text{成}}$$

惟因成爲訥白爾對數之根則依十八卷所論

對數之理

$$\frac{\sqrt{-1} \text{正初甲}}{\sqrt{-1} \text{正初甲}} = \frac{\text{訥} \sqrt{-1} \text{訥}}{\text{訥} \sqrt{-1} \text{訥}}$$

又依一百六十七款如亥爲任何數則

故令

$$\sqrt{-1} \text{正初甲}$$

代其

則所得之式仍等

$$\sqrt{-1} \text{再將其兩}$$

邊各以 $\sqrt{-1}$ 約之則得幅之式如左

③

$$\frac{\sqrt{-1} \text{正初甲}}{\sqrt{-1} \text{正初甲}} = \frac{\sqrt{-1} \text{正初甲}}{\sqrt{-1} \text{正初甲}} = \frac{\sqrt{-1} \text{正初甲}}{\sqrt{-1} \text{正初甲}} = \dots$$

此爲古累固里所設之式

古累固里攷得此式以與英國算學士高廉士

此一千六百七

十一年

又于一千六百七十五年與來本之言之來本

之以其法徧示歐羅巴洲之各友言是自己所創獲一

千六百七十六年來本之又以此法送至英國英國各

算學家知其即是古累固里之舊法故羣起而笑之然

來本之猶立辯其定自己出

所以拉果蘭諸所著之算學書中尙以此法爲來本之

所得惟卜奴里書中則云此法亦是來本之自己求得

惟不知古累固里已有此法故被物議耳算學中往往

有兩法暗合者此類是也

第二百七十一款

如令甲爲四十五度之弧則依古累固里之級數得八

分全周之一為

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

惟此級數之歛太遲故無大用處

所以奈端又另設一箇級數為

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

此級數以平圓之

全徑為一其各項之和為九十度之弧背

奈端所設之級數雖比古累固里之級數歛得較速然奈端言用以求象限之弧必引長至五十萬萬項方能得二十位密率其工夫極大若一人為之須千年方畢所以未為善法

第二百七十二款

古累固里之級數簡約而不能用茲因平圓周徑之比為幾何中最要之事故欲求得一箇相近之式以易解其比例

設^卯大^地三者各為整數又令^天與^地為任兩弧之正切其和弧正切為^卯以此各數代入^卯幅之式中則得

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

所以得

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

惟因^地為整數則^卯必能有一數可

約之設^巳為^卯之任約數^午為其約得之數則

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

所以^天由此得一例如下

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

例曰設^卯為任何整數則^卯能化為兩箇乘數^巳與^午其一箇乘數為一則其切線等于^卯之弧其弧必等于有切線^卯與^卯之兩弧之和

試令^卯為有切線為^卯之弧令^卯與^卯為所有切線

為^卯與^卯之兩弧則依上例可變為^卯之式

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

如令^卯有各同數則得^卯幅之式如左

周四分之一為有切線二與三之兩弧之和
如令三與三各代級數中甲弧之正切則得兩箇級數

以四乘其兩級數之和則平圓之半周為



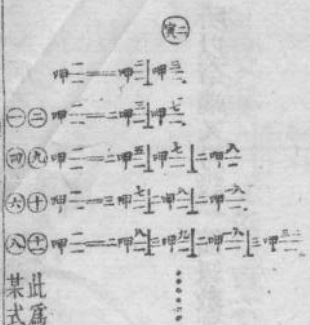
此

同數可任增至若干如以此各式用常法消之可更得
幅之各式如左

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤



此級數其卯之



此為由上
某式而得

從各式可求平圓之周其最易者為末兩式其一式

為最簡之法惟不甚密耳此幅之式為尤拉所設其半

式之總數即半徑為一之半周亦即為徑一之全周其
 數為三一四一五九二六五三五八九七九三三三八
 四六二六四三三八三二七九五〇二八八即周率也
 此三十六位周率之數在入算之時總不必用如此多
 位數所以記之者因未有此提法之時曾有算學士固
 靈者用平圓內容外切之多等邊形即割費了極大工
 夫算得此三十六位之數其臨死之時囑其家以此數
 刻于墓碑蓋其平生得意之作恐其磨滅故欲傳之永
 久亦猶亞幾默德之墓刻一球形與圓柱形也惟固靈
 之後又有法蘭西人提拉尼者用更簡便之法推得一
 百二十八位周率之數後有尤拉攷之言提拉尼之法
 只須八十小時工夫已可算畢又有人云英國哇克斯
 福德大書院內有一書中已記一百五十位周率

因平圓周徑之比例爲算學中常用之率則有一稍簡之解法爲甚便所以此款另設一箇解法與二項之例無相關亦與虛式之理無相關

設甲爲平圓之任何弧則依二百五十七款之理而得

所以

由此得數式如後

以此三式相加而去其左右相同之各

項則變得之式爲

所以用移項之法得

總之

如^甲爲二之任整方數其式爲

如其卯大至無窮

則其級數亦爲無窮項之式又因二百六十六款曾證

故得^(一)之式如下^(二)

此式最簡妙爲一千八

百十二年華里斯之書所載其書初出時咸以爲新法因此時英國之人尙未知九拉已有此法也此級數之數較速因半弧之切線小於全弧切線之半則每項必

比前一項之四分之一更小惟級數愈長則其兩箇比連之項極近于四與一之比故其任一項之數必比以後諸項之和畧大三倍所以如得某項爲前項四分之一則其本項之三分之一畧可爲後諸項之和

從二百四十九款之式得
惟依二項之例則

$$\begin{aligned} & \text{正初三甲} - \text{餘初甲} = \text{餘初甲} \\ & \text{正初三甲} - \text{餘初甲} = \text{餘初甲} \\ & \text{正初三甲} - \text{餘初甲} = \text{餘初甲} \end{aligned}$$

而依式可推級數之各項其第七方或

$$\begin{aligned} & \text{正初三甲} - \text{餘初甲} = \text{餘初甲} \\ & \text{正初三甲} - \text{餘初甲} = \text{餘初甲} \\ & \text{正初三甲} - \text{餘初甲} = \text{餘初甲} \end{aligned}$$

第五方可以不用而其餘各項可用式求之更便

令甲爲一象限之弧等于月則故弧背之長可用

下法推之

$$\begin{aligned} & \text{正初三甲} = 0000000000 \\ & \text{正初三甲} = 0000000000 \\ & \text{正初三甲} = 0000000000 \\ & \text{正初三甲} = 0000000000 \\ & \text{正初三甲} = 0000000000 \\ & \text{正初三甲} = 0000000000 \\ & \text{正初三甲} = 0000000000 \\ & \text{正初三甲} = 0000000000 \end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned} & \text{正初三甲} = 0000000000 \\ & \text{正初三甲} = 0000000000 \\ & \text{正初三甲} = 0000000000 \\ & \text{正初三甲} = 0000000000 \\ & \text{正初三甲} = 0000000000 \\ & \text{正初三甲} = 0000000000 \\ & \text{正初三甲} = 0000000000 \\ & \text{正初三甲} = 0000000000 \end{aligned}$$

所以得

$$\text{月} = 3.1415926535$$

第二百七十四款

由第十卷之說可見任何次方程式之解法全在乎能否化爲數箇相乘之數其乘數無論爲何次之式俱可惟亦有一種方程式能以正餘弦之理解之

因故令則得

$$\text{餘弦}(\theta) = \frac{1}{2} \text{天} - \frac{1}{2} \text{餘弦天} \text{餘弦天} \left[\text{餘弦}(\theta) = \frac{1}{2} \text{天} \right]$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦} = \frac{1}{2} \text{天} - \frac{1}{2} \text{餘弦天} \text{餘弦天} \left[\frac{1}{2} \text{餘弦} = \frac{1}{2} \text{天} \right]$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦} = \frac{1}{2} \text{天} - \frac{1}{2} \text{餘弦天} \text{餘弦天} \left[\frac{1}{2} \text{餘弦} = \frac{1}{2} \text{天} \right]$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦} = \frac{1}{2} \text{天} - \frac{1}{2} \text{餘弦天} \text{餘弦天} \left[\frac{1}{2} \text{餘弦} = \frac{1}{2} \text{天} \right]$$

總之所以得又

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

從方程式得

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

惟因有兩箇方程式必同以

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

一數解之則至少必有一箇公根

如令其原式之根爲甲與乙則此兩箇根式必爲兩式

之公根因變其形爲

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

則無論以甲代或以乙代

所得之數必同故也

惟因二次方程式

不過能有兩箇根所以其二根

亦必爲之根所以其之三項必能以度之

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

或令而一則必可以度之

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

惟依二百三十二款令周率代半周則所以可將弧

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

之各式內即指二百三任以實井代其一弧則其級數

之式爲

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

至爲止

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

因以上各弧之實倍其餘弦爲相同之數所以知凡有

三項之式如者必能與

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

至各

$$\frac{1}{2} \text{餘弦天} = \frac{1}{2} \text{天}$$

級有公約數此級數再不必引長因其下必有一級

中有^(實)之形而其式與^(實)相等即為第一級以下

挨次循環之式

因其不相同之約數只有^(實)箇而其三項式為^(實)方之式則依方程式之理其三項式必即為諸約數之連乘數此為算學士第摩愛所設之法

第二百七十五款

設于前款之式中令^(實)則^(實)而其三項之式^(實)可變為

其乘數為

又如令^(實)則^(實)而其三項式^(實)等于^(實)所以此式之各

乘數為

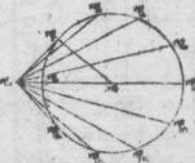
$$\begin{aligned} & \text{或} \left[\begin{array}{c} \text{實} \\ \text{周} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{實} \\ \text{周} \end{array} \right] \\ & \text{或} \left[\begin{array}{c} \text{實} \\ \text{周} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{實} \\ \text{周} \end{array} \right] \\ & \text{或} \left[\begin{array}{c} \text{實} \\ \text{周} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{實} \\ \text{周} \end{array} \right] \\ & \dots \\ & \text{或} \left[\begin{array}{c} \text{實} \\ \text{周} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{實} \\ \text{周} \end{array} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{或} \left[\begin{array}{c} \text{實} \\ \text{周} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{實} \\ \text{周} \end{array} \right] \\ & \text{或} \left[\begin{array}{c} \text{實} \\ \text{周} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{實} \\ \text{周} \end{array} \right] \\ & \text{或} \left[\begin{array}{c} \text{實} \\ \text{周} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{實} \\ \text{周} \end{array} \right] \\ & \dots \\ & \text{或} \left[\begin{array}{c} \text{實} \\ \text{周} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{實} \\ \text{周} \end{array} \right] \end{aligned}$$

第二百七十六款

以上兩式為奈端之友荷地斯所設乃平圓中最奇之理也其理有二解可用兩圖明之

法分任何平圓之周為^(實)等分如分為十分^(實)謂始以^(實)言之則其分點為^(實)至^(實)又令^(實)為過^(實)

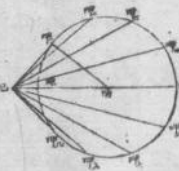


點之半徑線則自第一圖徑線上之任點^(實)或自第二圖引長其徑之線上任點^(實)作^(實)

距心之數^(實)以^(實)代之而半徑^(實)

即得兩例如下

即得兩例如下



即得兩例如下