

高等数学 同步训练

(下)

顾 剑 主编

高 辉 张 波 张 慧 副主编

高等数学 同步训练

(下)

顾 剑 主编

高 辉 张 波 张 慧 副主编

清华大学出版社
北 京

内 容 简 介

本书共 5 章,主要包括空间解析几何与向量代数、多元函数微分法及其应用、重积分、曲线积分与曲面积分、无穷级数等内容的配套习题及详细解答。附录选取了 2010—2014 年全国硕士研究生入学统一考试数学一中关于高等数学(下册)的内容,同样也配备了详细的解答。

本书既可作为普通高等学校理工类、经管类、农科类本科生的参考资料,也可作为研究生入学考试的研习资料。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

高等数学同步训练. 下/顾剑主编.--北京:清华大学出版社,2016

ISBN 978-7-302-42836-7

I. ①高… II. ①顾… III. ①高等数学—高等学校—习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 028734 号

责任编辑:陈 明

封面设计:张京京

责任校对:王淑云

责任印制:刘海龙

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京密云胶印厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm

印 张:9.25

字 数:220 千字

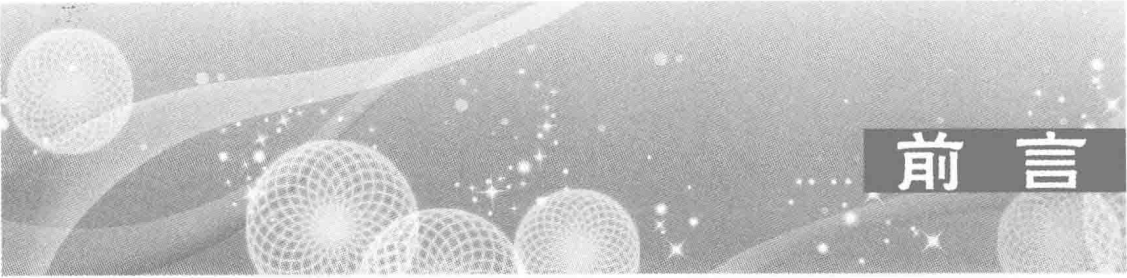
版 次:2016 年 3 月第 1 版

印 次:2016 年 3 月第 1 次印刷

印 数:1~2200

定 价:19.00 元

产品编号:068113-01



前言

高等数学课程是理工类、经管类、农科类相关专业本科生必修的一门非常重要的基础理论课。这门课程不仅能培养学生的逻辑思维、创新能力、严谨的治学态度以及用数学解决实际问题的功底,还能为学生后续的专业课程学习奠定扎实的数学基础,对学生今后知识水平的提高和自身发展都起到重要的作用。

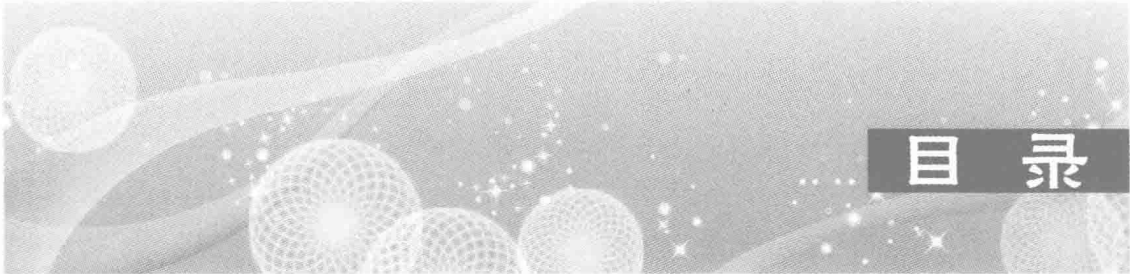
本书旨在通过做题训练来提升学生学习高等数学课程的兴趣,使他们最终较好地掌握高等数学相关知识并取得良好的成绩,同时也希望能辅助地增强任课教师的教学效果。编者团队在深入研究教学大纲的前提下,结合多年的教学实践经验,精心安排了适合一般层次学生掌握的练习题,逐题详细认真地给出了解答过程,最终收集整理成书。

本书在编写过程中,参阅了大量公开出版的高等数学教材与辅导材料,在此对前人的辛勤工作表示衷心的感谢,并对清华大学出版社为本书的顺利出版所付出的辛勤劳动表示衷心的感谢!

限于编者水平,书中难免存在错误和不妥之处,恳请广大读者提出批评指正。

编 者

2015 年 12 月于大连海洋大学



目 录

第 8 章 空间解析几何与向量代数	1
第 9 章 多元函数微分法及其应用	15
第 10 章 重积分	28
第 11 章 曲线积分与曲面积分	41
第 12 章 无穷级数	61
习题参考答案	77
附录 2010—2014 年全国硕士研究生入学统一考试数学一试题及答案(下)	126

习题 8-1(1)

1. 设 $u=a-b+2c, v=-a+3b-c$, 试用 a, b, c 表示 $2u-3v$.
2. 如果平面上一个四边形的对角线互相平分, 试用向量证明它是平行四边形.

习题 8-1(2)

一、填空题

1. 点 (A, B, C) 关于 xOy 坐标面的对称点为 _____;
点 (A, B, C) 关于 yOz 坐标面的对称点为 _____;
点 (A, B, C) 关于 zOx 坐标面的对称点为 _____;

点 (A, B, C) 关于 x 轴的对称点为 _____;

点 (A, B, C) 关于 y 轴的对称点为 _____;

点 (A, B, C) 关于 z 轴的对称点为 _____;

点 (A, B, C) 关于坐标原点的对称点为 _____.

2. 点 $M(4, -3, 5)$ 到 x 轴的距离为 _____;

点 $M(4, -3, 5)$ 到 y 轴的距离为 _____;

点 $M(4, -3, 5)$ 到 z 轴的距离为 _____.

二、证明题

证明: 以三点 $A(4, 1, 9)$, $B(10, -1, 6)$, $C(2, 4, 3)$ 为顶点的三角形是等腰直角三角形.

习题 8-1(3)

1. 已知两点 $M_1(0, 1, 2)$, $M_2(1, -1, 0)$, 试用坐标表示式表示向量 $\overrightarrow{M_1M_2}$ 及 $-2\overrightarrow{M_1M_2}$.

2. 设已知两点 $M_1(4, \sqrt{2}, 1)$ 和 $M_2(3, 0, 2)$, 计算向量 $\overrightarrow{M_1M_2}$ 的模、方向余弦和方向角.

3. 设 $m=3i+5j+8k$, $n=2i-4j-7k$ 和 $p=5i+j-4k$, 求向量 $a=4m+3n-p$ 在 x 轴上的投影及在 y 轴上的分向量.

4. 求平行于向量 $a=(6,7,-6)$ 的单位向量.

习题 8-2

一、解答题

1. 设 $a=(3,-2,1)$, $b=(p,-4,-5)$, 已知 $a \perp b$, 求 $a \times b$.

2. 已知 $|a|=10$, $|b|=2$, 且 $a \cdot b=12$, 求 $|a \times b|$.

3. 已知 $|a|=5$, $|b|=2$, $(a, b)=\frac{\pi}{3}$, 求 $|2a-3b|$.

4. 求向量 $a=(4, -3, 4)$ 在向量 $b=(2, 2, 1)$ 上的投影.

二、选择题

1. 设 a 与 b 是非零向量, 且 $a \times b=0$, 则().

(A) $a//b$

(B) $a \perp b$

(C) $a=b$

(D) 这是 $a//b$ 的必要但不充分条件

2. 非零空间向量 a, b , 满足 $a \cdot b=0$, 则().

(A) $a//b$

(B) $a=\lambda b$ (λ 为非零常数)

(C) $a \perp b$

(D) $a+b=0$

三、计算题

1. 设质量为 100kg 的物体,从点 $M_1(3,1,8)$ 沿直线移动到点 $M_2(1,4,2)$,利用向量的数量积计算重力所作的功(长度单位为 m ,重力方向为 z 轴负方向).

2. 设 $2\mathbf{a}+5\mathbf{b}$ 与 $\mathbf{a}-\mathbf{b}$ 垂直, $2\mathbf{a}+3\mathbf{b}$ 与 $\mathbf{a}-5\mathbf{b}$ 垂直,且 $|\mathbf{a}| \neq 0$, $|\mathbf{b}| \neq 0$,求 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角.

习题 8-3(1)

一、建立下列方程

1. 与两定点 $(2,3,1)$ 和 $(4,5,6)$ 等距的一动点的轨迹方程.

2. 以点 $(1, 3, -2)$ 为球心, 且通过坐标原点的球面方程.

3. xOz 坐标面上的圆 $x^2 + z^2 = 9$ 绕 z 轴旋转一周, 生成的旋转曲面方程为_____.

4. xOy 坐标面上的双曲线 $4x^2 - 9y^2 = 36$ 分别绕 x 轴及 y 轴旋转一周生成的旋转曲面方程为_____和_____.

二、解下列各题

1. 指出下列方程在平面解析几何中和在空间解析几何中分别表示什么图形.

(1) $x=2$;

(2) $x^2 - y^2 = 1$.

2. 说明下列旋转曲面是怎样生成的.

(1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{9} = 1;$

(2) $(z-a)^2 = x^2 + y^2.$

习题 8-3(2)

一、填空题

1. $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ x = 3 \end{cases}$ 表示的曲线是_____.

2. $\begin{cases} x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36 \\ y = 1 \end{cases}$ 表示的曲线是_____.

3. $\begin{cases} x^2 - 4y^2 + z^2 = 25 \\ x = -3 \end{cases}$ 表示的曲线是_____.

4. $\begin{cases} y^2 + z^2 - 4x + 8 = 0 \\ y = 4 \end{cases}$ 表示的曲线是_____.

5. $\begin{cases} \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 1 \\ x - 2 = 0 \end{cases}$ 表示的曲线是_____.

二、选择题

1. 母线平行于 x 轴且通过曲线 $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 0 \end{cases}$ 的柱面方程是().
 (A) $3x^2 + 2z^2 = 16$ (B) $3y^2 - z^2 = 16$
 (C) $x^2 - 2y^2 = 16$ (D) $3y^2 - z = 16$
2. 方程 $y^2 + z^2 - 4x + 8 = 0$ 表示().
 (A) 单叶双曲面 (B) 双叶双曲面 (C) 锥面 (D) 旋转抛物面
3. xOy 面上曲线 $4x^2 - 9y^2 = 36$ 绕 x 轴旋转一周所得曲面方程为().
 (A) $4(x^2 + z^2) - 9y^2 = 36$ (B) $4(x^2 + z^2) - 9(y^2 + z^2) = 36$
 (C) $4x^2 - 9(y^2 + z^2) = 36$ (D) $4x^2 - 9y^2 = 36$
4. 方程 $x^2 - \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ 表示().
 (A) 旋转的单叶双曲面 (B) 锥面
 (C) 旋转的双叶双曲面 (D) 双曲柱面
5. 球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 与平面 $x + z = a$ 交线在 xOy 平面上投影曲线方程是().
 (A) $(a - z)^2 + y^2 + z^2 = R^2$ (B) $\begin{cases} (a - z)^2 + y^2 + z^2 = R^2 \\ z = 0 \end{cases}$
 (C) $x^2 + y^2 + (a - x)^2 = R^2$ (D) $\begin{cases} x^2 + y^2 + (a - x)^2 = R^2 \\ z = 0 \end{cases}$
6. 方程 $16x^2 + 4y^2 - z^2 = 64$ 表示().
 (A) 锥面 (B) 单叶双曲面 (C) 双叶双曲面 (D) 椭圆抛物面

三、求曲线 $\begin{cases} y^2 + z^2 - 2x = 0 \\ z = 3 \end{cases}$ 在 xOy 面上的投影曲线方程, 并指出原曲线是什么曲线.

习题 8-4

一、填空题

1. 方程组 $\begin{cases} y = 5x + 1 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$ 在平面解析几何中与在空间解析几何中分别表示_____

及_____.

2. 母线平行于 x 轴且通过曲线 $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 + z^2 - y^2 = 0 \end{cases}$ 的柱面方程为_____.

3. 球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 与平面 $x + z = 1$ 的交线在 xOy 面上的投影方程为_____.

4. 曲线 $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4 \\ z = 0 \end{cases}$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = \underline{\hspace{2cm}} \\ y = \underline{\hspace{2cm}} \\ z = \underline{\hspace{2cm}} \end{cases}$ ($\underline{\hspace{2cm}} \leq t \leq \underline{\hspace{2cm}}$)

_____)

二、解下列各题

1. 求螺旋线 $\begin{cases} x = a \cos \theta \\ y = a \sin \theta \\ z = b \theta \end{cases}$ 在三个坐标面上的投影曲线的直角坐标方程.

2. 求上半球体 $0 \leq z \leq \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$ 与圆柱体 $x^2 + y^2 \leq ax (a > 0)$ 的公共部分在 xOy 面上的投影.

3. 求旋转抛物面 $z = x^2 + y^2 (0 \leq z \leq 4)$ 在三个坐标面上的投影.

习题 8-5

一、解答题

1. 求过点 $(3, 0, -1)$ 且与平面 $3x - 7y + 5z - 12 = 0$ 平行的平面方程.

2. 求过点 $M_0(2, 9, -6)$ 且与连接坐标原点及点 M_0 的线段 OM_0 垂直的平面方程.

3. 求过三点 $A(1, 1, -1)$, $B(-2, -2, 2)$ 和 $C(1, -1, 2)$ 的平面方程.

4. 求过点 $(1, 0, -1)$ 且平行于向量 $\mathbf{a}=(2, 1, 1)$, $\mathbf{b}=(1, -1, 0)$ 的平面方程.

二、选择题

平面 $A_1x+B_1y+C_1z+D=0$ 与 $A_2x+B_2y+C_2z+D=0$ 互相平行的().

(A) 充分条件是 $A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$

(B) 充要条件是 $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$

(C) 必要而不充分条件是 $A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$

三、求解下列各题

1. 分别按下列条件求平面方程:

(1) 平行于 xOz 面且经过点 $(2, -5, 3)$;

(2) 通过 z 轴和点 $(-3, 1, -2)$;

(3) 平行于 x 轴且经过两点 $(4, 0, -2)$ 和 $(5, 1, 7)$.

2. 求点 $(1, 2, 1)$ 到平面 $x + 2y + 2z - 10 = 0$ 的距离.

习题 8-6

一、解答下列各题

1. 求过点 $(4, -1, 3)$ 且平行于直线 $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{5}$ 的直线方程.