



科学家讲的
科学故事

078

韩国最受欢迎的科普读物
销量突破10000000册



最经典的科学，最前沿的技术加最通俗、最权威的解读

欧拉 讲的历史的故事 数的历史

焕 著 徐香兰 译



欧拉 讲的 数的历史的故事

[韩]吴菜焕 著 徐香兰 译



图书在版编目(CIP)数据

欧拉讲的数的历史的故事 / (韩) 吴莱焕著; 徐香兰译. -- 昆明: 云南教育出版社, 2011.12
(科学家讲的科学故事)
ISBN 978-7-5415-5911-2

I. ①欧… II. ①吴… ②徐… III. ①数学史 - 青年读物 ②数学史 - 少年读物 IV. ①O11-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第227444号
著作权合同登记图字: 23-2010-074号

The Scientist Tells the Story of Science
Copyright © 2008 by JAEUM&MOEUM Co., Ltd
Simplified Chinese translation copyright © 2011 by Yunnan Education Publishing House
Published by arrangement with JAEUM&MOEUM Co., Ltd, Seoul through Shanghai All One Culture Diffusion Co., Ltd
All rights reserved

科学家讲的科学故事078

欧拉讲的数的历史的故事

(韩) 吴莱焕 著 徐香兰 译

策 划: 李安泰

出 版 人: 李安泰

责任编辑: 李灵溪 蔡 俊 刘 玥

特约编辑: 陈化仙

装帧设计: 齐 娜 张萌萌

责任印制: 张 旻 赵宏斌 兰恩威

出 版: 云南出版集团公司 云南教育出版社

社 址: 昆明市环城西路609号

网 站: www.yneph.com

经 销: 全国新华书店

印 刷: 深圳市精彩印联合印务有限公司

开 本: 680mm × 980mm 1/16

印 张: 9.25

字 数: 110千字

版 次: 2012年3月第1版

印 次: 2012年3月第1次印刷

印 数: 1-10000

书 号: ISBN 978-7-5415-5911-2

定 价: 19.80元

版权所有, 翻印必究

目录

1

第一课

自然数，很久以前自然出现的数 1

2

第二课

0和负数，比想象中出现得晚的数 33

3

第三课

有理数，比0和负数先出现的数 51

4

第四课

无理数，不包括在有理数内的数 67

5

第五课

虚数和复数 83

6

第六课

超越数 π 和 e 的来历 95

7

第七课

与指数函数一起出现的 e 111

附录

科学家简介 132

科学年代表 134

核心内容测试 135

现代科学辞典 136

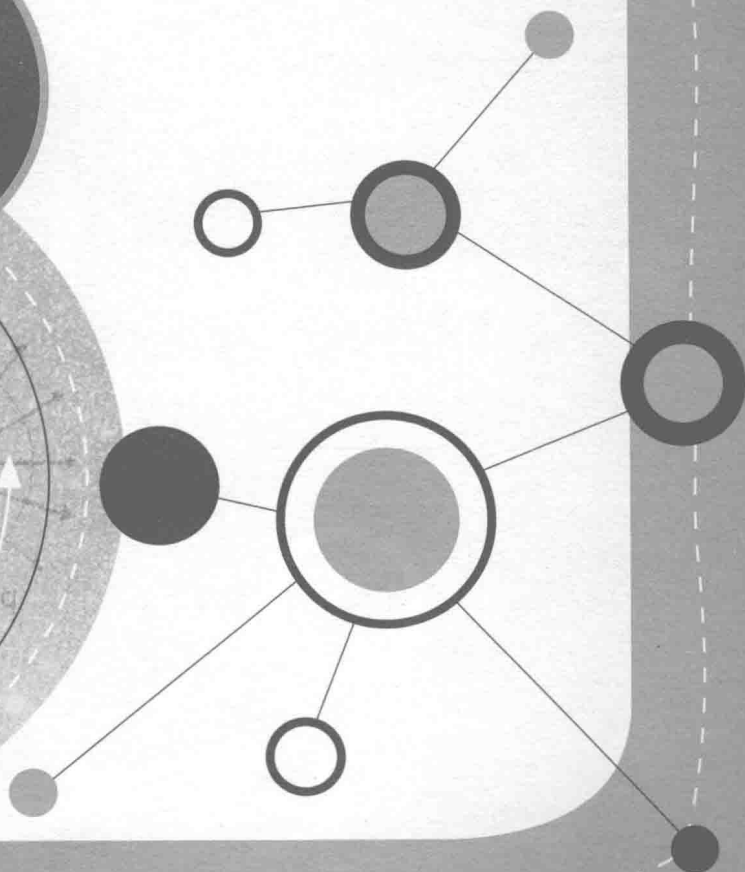


自然数，很久以前自然出现的数

自然数是为了数物体的数量而出现的最早的数。
让我们来了解一下它的定义和性质。



$\Sigma \Delta^{\lambda} \theta$
 $\pi \mu^2$



The background is a dark gray with several white geometric elements. A large white circle with a thick, dashed black border is in the upper left. Inside it, the text '第一课' is at the top and '自然数，很久以前自然出现的数' is below it. To the right of this circle is a smaller white circle. Further right is a small black circle. In the lower left, there is a white circle connected by a line to a small white dot. At the bottom center is another white circle. A large, white dashed line forms a wide, sweeping curve across the middle and right side of the page. Another smaller dashed line is at the bottom right.

第一课

自然数，很久以前
自然出现的数



从自然数体系的定义讲起， 欧拉开始了他的第一课。

自然数体系的定义

我们很容易就接受了自然数，是因为它是在数数这种最基本活动时需要用到的数，而且它的标记也是最简单的。在数的历史上，最先使用到的数就是自然数。标记如下：

1, 2, 3, 4, 5... n ... (注：0也是自然数，不过是后来才把0划为自然数的范畴，0在当时并不被认为是自然数)。





小刚：可是我们说不出最大的自然数。

对，通过这种简单的标记也可以了解到，最先在脑海中浮现出的困难是数会无限制地增大。换句话说，能明确地看出最小的自然数是1，可是却不知道自然数的尽头是几。令人意想不到的是，近代人们才把具有这种规律的所有自然数看做一个集合，系统地明确地讲述了它的性质。1889年，意大利数学家皮亚诺（Giuseppe Peano, 1858~1932）把自然数的性质缩到以下5条公理。

1. 1是自然数；（明示起点为0）
2. 每一个确定的自然数 a ，都有一个确定的后继数 a' ， a' 也是自然数（一个数的后继数就是紧接在这个数后面的数，例如1的后继数是2，2的后继数是3等等）；
3. 如果自然数 b 、 c 的后继数都是自然数 a ，那么 $b=c$ ；
4. 0不是任何自然数的后继数；
5. 任意关于自然数的命题，如果证明了它对自然数0是成立的，又假定它对自然数 n 为真时，可以证明它对 n' 也真，那么命题对所有自然数都真（这条公理也叫归纳公设，保证了数学归纳法的正确性）。

小明：我觉得用皮亚诺公理来解释自然数反而更难。

我也同意你的说法。这种公理是过于精简的。如果不是本专业的学生很难理解其意义和重要性。所以等有必要的时候再讲一下这一部分的内容。在这里就简单介绍到这里。现在就让我们从自然数开始，学习我们这节课的内容吧。

自然数的四则运算（加减乘除）

在自然数的四则运算中，自然数之间的加法和乘法不受任何限制。减法要受到数字大小的限制，而除法要满足倍数与约数的制约条件才能进行运算。在这里也可以用“自然数的集合对加法和乘法是封闭着的状态”来表达加法和乘法不受任何条件的限制。

小明：“封闭着的状态”这句话不好理解。

简单地说，就是自然数之间不管怎么加或乘都离不开自然数的范围。还有“减法是大数减去小数的时候是封闭着的状态，除法是分子是分母的倍数的时候才是封闭着的状态。”





小明：啊，比如说自然数3和5进行相加的话，即 $3+5=8$ ，8是自然数，如果进行相减，即 $3-5=-2$ ，因此自然数之间的减法不能保证结果一定是自然数。所以我们说对自然数集合的减法“不是封闭着的”而是“敞开着的”。

大家理解得很好。

小红：自然数与自然数之间的乘法也是自然数，所以自然数对乘法来说是封闭着的。可是自然数的除法，比如 $45 \div 9 = 5$ ，即分子是分母的倍数的话，商就是自然数。所以这时候自然数的除法也是封闭着的。但是，对于 $45 \div 6 = 7.5$ ，得出的7.5不是自然数，而是小数，所以不能保证自然数之间的除法结果一定是自然数。因此我们说自然数的除法“不是封闭着的”而是“敞开着的”。

哪些数的集合是“封闭着的”或者是“敞开着的”。小红，看来你对这句话理解得也很好。可是要再次强调的事项是对某个数的集合要使用它符合“封闭着的”或是“敞开着的”这句话的时候，一定要在“对某一种运算中”这个前提条件下它才有意义。

小刚：那么如果没有前提条件，没说明是在哪种运算中。有没

有对所有运算“封闭着的”集合呢？

有，也有那样的数的集合。如果把所有的运算限制在加法、减法、乘法、除法（除分母为0）这四个运算中，那么全部实数集合的所有运算都是封闭着的。以后我会再仔细地说明，所以实数的集合是很重要的。还有一个要注意的是，不管是对什么运算，希望它是“封闭着的”状态，那这个数的集合一定要有无限多的元素。比如说把自然数的一部分数拿出来进行加法和乘法的话也是敞开着的。

小明：您说的是什么意思？

你想一想。不是所有的自然数，而是只拿一部分自然数进行四则运算的话，那些自然数中就会存在最大的自然数，进行加法和乘法时，可以得出比现有的自然数还要大的自然数，所以也可以说对加法和乘法是敞开着的。

小刚：是不是也可以这么表达：“自然数对减法是‘敞开着的’？理由是我们可以知道最小的自然数。”

你说得很精彩。因为通过减法得到的数比任何一个数都要小。





讲到这里，大家是不是充分理解了对数集合和运算中的“封闭着的”这一概念呢？

小明：最后一个问题：由有限的元素组成的数的集合不管进行任何运算都可以说是无条件敞开着的吗？

如果不是小明你提出来的话，我差点就把它忽略了。这是一个很重要的知识点，我们以后讲数集合的时候它还会出现，因为现在还没介绍负数和0。本来想以后再讲，看来现在给大家讲讲也可以。虽然由3个元素组成的数的集合 $\{-1, 0, 1\}$ 是有限集合，但是它是封闭着的。

小明：真的是那样。乘法也是封闭着的吗？

你的反应还挺快嘛！对，只由一个元素组成的集合 $\{1\}$ 和由两个元素组成的两个集合 $\{0, 1\}$ ， $\{-1, 1\}$ 在乘法中是封闭着的。而且 $\{-1, 1\}$ 除法时，也是封闭着的。所以这些集合中的共同元素1是很重要的，我们把1叫做乘法单位元。简单地说，在某一个数字中再怎么乘以1它也永远等于原来的那个数字。

小明：那么 $\{0\}$ 这个集合在乘法和除法中也是封闭着的，所以也可以说元素0是加法单位元吗？

你太聪明了，说得很对。

小明：老师您把运算、封闭着的和单位元等生疏的概念讲得这么细致，是不是有什么原因？自然数运算不是只要计算出具体数字就可以了么？这一点一直让我很奇怪。

与单纯的算数不同，数学这门科学中重要的不是计算出每个数的数值，而是把握“数的世界”，了解“数的集合”的结构。这样我们才能了解更丰富的信息。

我们经常听到人们说数学并不是单纯的计算。就是因为上述的理由，希望同学们以后在学习高级数学的时候，把我说的这句话作为参考。

全体学生：我们记住了。





倍数与公倍数，约数与公约数

如果一个整数能够被另一整数整除，那么这个整数就是另一整数的倍数。比如：

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21...

以上都是3的倍数。

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35...

以上都是5的倍数。在这里，通过数字15我们还能了解到有关公倍数的知识。15是3的倍数又是5的倍数，于是我们把15叫做3和5的公倍数。当然，3和5的公倍数除了15还有很多。因为15的倍数都是3和5的倍数。公倍数是通过乘法得到的数，它可以扩展到无限大，所以我们不可能找到某个数最大的公倍数，平时在做有关公倍数的题目中往往要求的是最小公倍数。

小红：那么3和5的最小公倍数是15吧。

小红说得对。在这里通过公倍数要考虑的是两数之间的关系。

小明：两个数之间有什么特别的关系吗？

我们自然要想到约数和公约数这个概念。不能共同用3和5整除时，我们把这两个数叫做互质数（公约数只有1）。像这样的互质数，我们可以知道它们的最小公约数。两个数字相乘，就能得出它的最小公约数。

小明：如果两个数不是互质数的话怎么算出最小公约数？能举例进行说明吗？

12和18两个数字，两数相乘得出的216就是这两个数的公倍数。另外，两个数的公约数是1，2，3，6，在这4个数中，最大的数字6是最大公约数。把四个公约数相乘之后再乘以6就得出216。

$$(2 \times 3 \times 6) \times 6 = 216$$

可是乘一次6， $2 \times 3 \times 6 = 36$ 也是12和18的公倍数。两个数相乘是216，这与把216用最大公约数6整除之后得出的结果是相同的。





小刚：要想理解最小公倍数，那么应该先要理解约数、公约数和最大公约数吧。

是的，它们是密切相连、相互紧扣着的概念。约数是与除法有关的自然数。如 $a \div b = c$ ，就是说 a 是 b 的 c 倍， a 是 b 的倍数。一个数能整除它的积，那么，这个数就是因数，它的积就是倍数， b 是 a 的约数（或因数）。

有时候一个数的约数包括1及其本身。除此之外也可能没有约数，也有可能是一个或多个约数。

小明：能举例说明一下吗？

比如说能被数字15整除的有1，3，5，15。这4个数都是15的约数。可是能被数字31整除的只有1和31，没有其他约数。质数又称素数，指的是一个大于1的自然数，除了1和此整数自身外没法被其他自然数整除的数。换句话说，只有两个正因数（1和本身）的自然数即为质数。

公约数是几个整数同时均能被整除的整数。如果一个整数同时是几个整数的约数，那么我们把这个整数叫做它们的“公约数”。比如说20的公约数是1，2，4，5，10，20；24的约数是1，2，3，