

彈性地基上基础梁 和板的实用計算法

Б.Н.热摩其金教授 合著
А.П.西尼春教授

建 筑 工 程 出 版 社

彈性地基上基础梁和板的实用計算法

(非溫克尔假說)

顧子聰 齊志成 合譯

江苏工业学院图书馆
藏书章

建筑工程出版社出版

• 1959 •

原書提要 本書第一篇所敘述的是計算之理論原理，并推演了計算公式。第二篇所涉及的是對下述結構所作的數字計算問題：梁、連續帶形基礎、谷倉和水泥工廠的水泥貯倉之基礎、干船塢的塢底、閉合形式的框架、鐵道綫路下的混凝土橋樑等等。例題中說明了影響彈性地基反力分布的各種因素，例如：梁的剛度、地基的彈性模數以及土壤中所發生之剪切等等。

書末列有為減輕計算工作而設之表格。

本書可供設計人員、工程師參考。

原本說明

書 名 ПРАКТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА
ФУНДАМЕНТНЫХ БЛОКОВ И ПЛИТ НА УПРУГОМ
ОСНОВАНИИ

著 者 Проф. Б. Н. ЖЕМОЧКИН, Проф. А. П. СЕНИЦЫН

出版者 Государственное издательство строительной
литературы

出版地点 及 日期 Москва—1947

彈性地基上基礎梁和板的實用計算法

(非溫克爾假說)

顧子聰 齊志成 合譯

1954年11月第1版 1959年12月第2次印刷 4,001—5,510冊

787×1092 $\frac{1}{25}$ • 144千字 • 印張6 $\frac{18}{25}$ • 定價0.88元

建築工程出版社印刷廠印刷 • 新華書店發行 • 書號：042

建築工程出版社出版（北京市西郊百萬莊）

（北京市書刊出版業營業許可証出字第052號）

目 錄

第一篇 理論

1. 概 論.....	3
2. 彈性地基上梁的計算基本原則.....	12
3. 半平面體的沉陷.....	19
4. 半空間體的沉陷.....	22
5. 彈性半平面體上梁的計算.....	26
6. 彈性半空間體上梁的計算.....	32
7. 計算草圖的選擇.....	35
8. 牆梁的計算.....	40
9. 在彈性地基上平面為折線狀外形的條形基礎的計算.....	42
10. 彈性地基上矩形板的計算.....	47
11. 對稱荷載下彈性地基上圓形板的計算.....	51
12. 彈性地基上框架的計算.....	60

第二篇 計算例題

1. 磚牆上的鋼筋混凝土梁.....	65
2. 鐵道線路下的混凝土基礎.....	72
3. T形截面的基礎梁.....	76
4. 穀倉胴體(均佈荷載).....	78
5. 穀倉胴體(部分荷載).....	81
6. 變截面的梁.....	84
7. 雙跨懸臂連續梁.....	88
8. 梁的感應線的繪製.....	93

9. 干船塢.....	103
10. 谷仓塔的工作板.....	108
11. 柱下毛石基础.....	110
12. 谷仓胴体的基础板.....	113
13. 水泥仓胴体.....	118
14. 貯仓胴体沉陷的确定.....	126
15. 二相邻建筑物相互傾斜的确定.....	128
16. 彈性地基上的框架.....	133
17. 剪切深度的确定.....	137
18. 考虑土壤剪切时梁之計算.....	141

第三篇 表(143—165)

第一篇 理 論

1. 概 論

關於計算在彈性地基上梁和板的問題，由於它的巨大實際意義，早已引起了學者們的注意。

事實上，所有承受建築物基礎的土壤，雖然帶有某些條件，但均可當作一種彈性體。如果基礎是柔性的（例如是帶形的或者是整體板的形式），則土壤反力之分佈以及因而對基礎之內應力，均應受基礎的柔性和土壤的彈性影響。

溫克爾^①首先提出了對於計算彈性地基上梁的先決條件，他假定作用在彈性地基上的壓力和其沉陷是成比例關係的。這二數值間的關係，按照溫克爾的假說，可用下式表示：

$$p = ky$$

式中 p —作用在彈性地基某點上的壓力，等於其反力；

y —該點的沉陷；

k —某種係數，該係數對於該土壤可認為是一常數（沉陷係數、墊層係數或者是鐵路的道碴係數）。

溫克爾假說也常按照創立者及推用者^②名字稱為：溫克爾—柴麥爾曼或溫克爾—修衛德列爾假說。

現在關於适合于上述假定的彈性地基上梁的計算理論，已經非常詳細地研究出來了。復由克雷羅夫^③院士所建議的最初條件法，則更使之大為簡化。

關於在彈性地基上圓形板的計算問題，首先為金尼克^④院士所解決。但根據溫克爾假說來進行的所有計算，僅僅是為了工作方便，而這種假說在試驗上是並不能證實的。按照溫克爾假說，地基的沉陷只能是發生在荷載所作用的地方；但是如衆所知，沉陷却也常常發現於荷載區域以外。

其次，具有不同基礎底部面積的建築物，在同一的土壤上與同一單位壓力的作用下，其沉陷是不同的。

既然，沉陷係數不考慮傳達壓力面積的大小，所以對於一定的土壤說來，它就完全不是一個確定值^⑥。

按照在荷蘭的一個試驗^⑦，很有趣地發現了對於同一的土壤（沙），其沉陷係數，根據傳達壓力到土壤上的土壤承重試台的尺寸大小而有不同的結果，其值變動的範圍是很大的，由 3 到 49 公斤/平方公分。

因此，沉陷係數一般的是完全有條件的數值，並不具有物理上的意義。溫克爾假說僅在將標準尺寸的鐵路枕木，考慮作為在彈性地基上的梁時，還有其正確性，因為這種沉陷係數可以在一定的程度上，來說明土壤彈性的特性。但現在我們所必須考慮的是大小極不相同的各種基礎——由框架建築物的帶形基礎，到穀倉的板形基礎，即此等建築物基礎的尺寸為幾十公尺，而其沉陷達到以公分計，有時且以公寸計。

在這種情形下，若應用溫克爾假說可能引起錯誤的結果。

所以現在必須及時地轉到更精確的計算方法上去。為了更精確起見，允許把地基平面及深度均當作尺度無限大的各向同性彈性體。正確地說來，實際上，土壤亦並非是這樣的彈性體，其變形可能也並不僅是彈性的。然而採用彈性體的性質，作為土壤性質所生的誤差，在計算中完全可以用選擇一種包括彈性與非彈性變形的、類似彈性模數的相應模數來估計。今後將假定地稱此種模數為彈性模數；引用這種模數，我們完全避免了沉陷係數 k ，並再也不為計算各種各樣尺寸的基礎所困惑。

當進行實際計算時，假定的土壤彈性模數，最好是由觀察承有荷載的土壤承重試台的沉陷來確定。但對於同一的彈性模數，其沉陷不僅與所加之荷載有關，而且也與試台的尺寸有關。

在方形試台的情形下，沉陷 y 可近似的採取等於：

$$y = 0.93 \frac{1 - \mu_0^2}{E_0 \alpha} P,$$

式中： μ_0 —土壤波桑係數；

P —荷載；

E_0 —土壤彈性模數；

α —試台邊長。

$$\text{由此: } E_0 = 0.93 \frac{(1 - \mu_0^2)P}{\gamma \alpha}.$$

砂之波桑係數在 0.2 到 0.3 範圍內，而黏土則由 0.3 到 0.4。

實用之彈性模數大致是由 100 公斤/平方公分(柔軟的土壤)到 500 公斤/平方公分(堅實的土壤)。

關於在無限大彈性體形式的彈性地基上，梁的計算問題的研究，已超越 20 年之久，但是，在解決的過程中，人們碰到了很多數學方面的困難。

這一問題首先是由普羅克多爾^①教授所提出並局部被他所解決。

同時衛格哈特^②也致力於同一問題的研究，但是在解決時，他引用了某些任意作出的假定，自然，他也就得不到正確的結果。

尋求更好地解決在彈性地基上梁的計算問題，延續了很久，僅在最近幾年由於蘇聯學者的努力^③，才獲得了完善的解決方法。

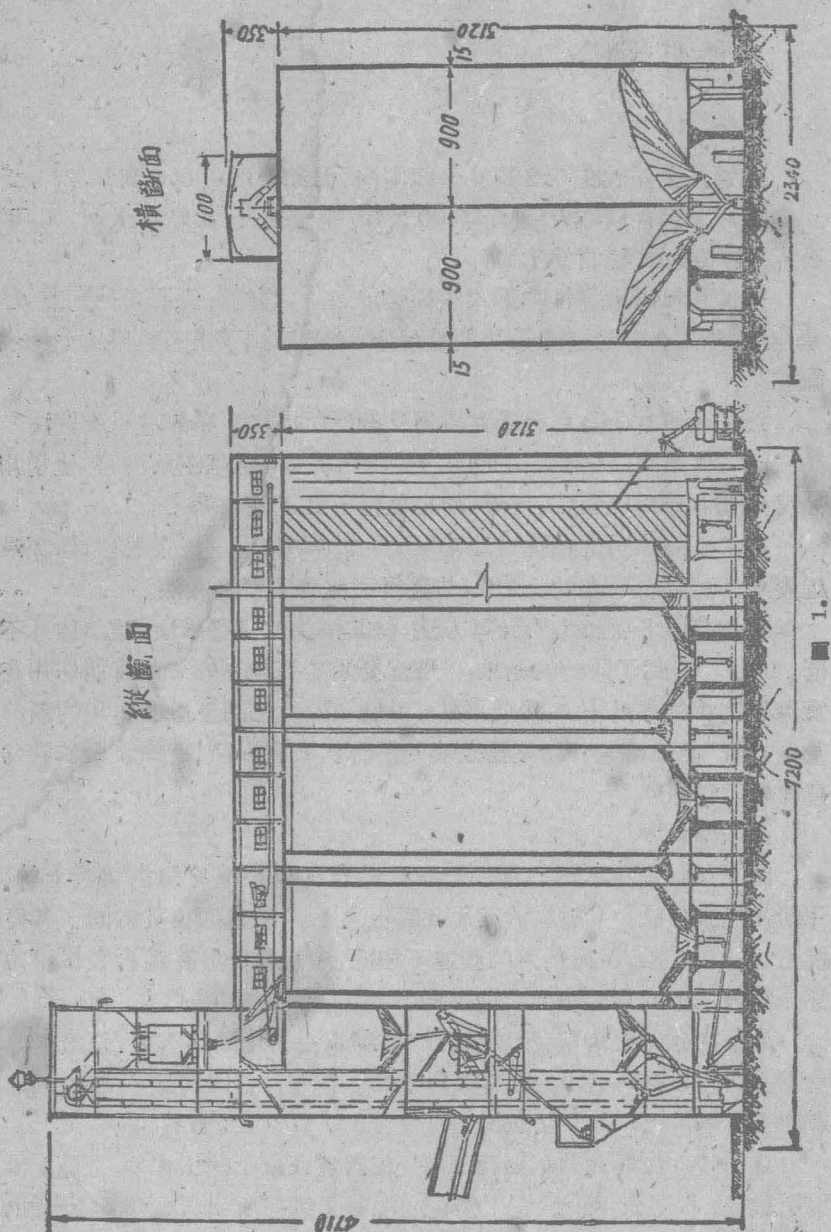
各個研究者所建議的計算方法，就其解決的步驟來說，雖然彼此不同，但是却得到了同一的結果。最重要的是這計算的方法可能採用在實際建築物的設計上。除此以外，由於在彈性地基上梁的作用的新的見解，則已能找出某些建築物破壞的解釋；而在以前，這些破壞被認為是難以解釋的^④。

茲舉例如下：

圖 1 和圖 2 所示為穀倉之一例。穀倉倉身的牆為鋼筋混凝土的，用活動模板作成，下部座於整片基礎板之上。穀倉底由立於同一基礎板上的柱來支承，但與穀倉的牆並不相連，穀倉牆由於在穀倉底以下的部分開有一系列的洞眼而有所削弱。

如果考慮豎向荷載(藉摩擦力將穀物重量傳達到牆上去)是沿着穀倉週圍均勻分佈時，則在穀倉底以下的工作室之最大荷載隔牆中的應力應不超過 42 公斤/平方公分。

當用穀物做穀倉的試驗荷載時，在穀倉底以下的工作室的牆上出現了裂縫，圖 3 表示由於在工作縫處混凝土受擠所引起在角上穀倉中的水平裂縫。圖 4 所表示者為豎向裂縫。然而裂縫的出現還並非是在



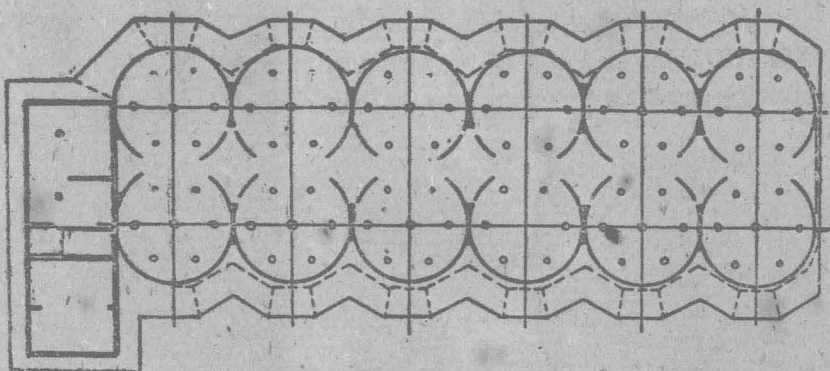


圖 2.

滿載的情況之下，當時在穀倉底下工作室的隔牆中，按照初步的計算，其最大應力只有 28 公斤/平方公分。

但是如果按照土壤的反力是均勻地分佈在整個穀倉面積上時，則將得到另一種應力情況。因為有懸臂基礎板的存，所以穀倉的外牆所承受的荷載應該比只考慮從上面作用而來的荷載計算所得的值要更多些。在這種情形，正如計算所指出的，最大應力當滿載時，也許會到 66 公斤/平方公分，但在實際上，却只有 43 公斤/平方公分。

在該處加以考察，就知道混凝土的強度是完全足夠的，並且應力在 43 公斤/平方公分時，混凝土可以毫無損毀地承受得住。

這種在角上穀倉的牆中以及沿四週的牆中，所出現的很嚴重的破壞情況，使人可以想像是因為沿着基礎板邊緣的土壤壓力，大大地超過了平均的壓力值的關係。如果溫克爾假說是正確的話，則這種壓力增加的現象，就不可能發生出來。

有鑒於此，應用本書中所闡明的方法，按照新的理論（此時土壤被考慮為各向同性的彈性體）來作為檢查的計算，發現出土壤的反力沿四週有很大的集中。在實際的荷載下，隔牆中的應力已達到了 108 公斤/平方公分，也就是達到了混凝土的極限強度。

這樣，毀壞的原因才開始明確。此外，可由此進行正確的計算和進行增強設計。

另外的情形，發生在一個水泥工廠中。
這個工廠的水泥倉是由直徑為 11 公尺的
八個圓形鋼筋混凝土貯倉（塔形貯倉）所組



圖 3.

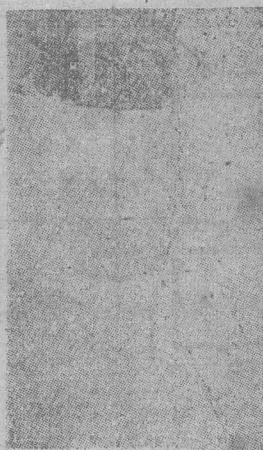


圖 4.

成。貯倉之間為整體連繫，並具有一般的環形塊石基礎。貯倉之底與牆壁不相連繫，而由立於塊石基礎之間獨立的鋼筋混凝土板上的柱子來支承。貯倉的部分平面如圖 5 所示。貯倉以下部分的斷面如圖 6 所示。

在貯倉底以下的工作室範圍內，倉壁因開有窗戶而有所削弱。

在使用時，這個工作室的外面的窗間牆上出現了裂縫。裂縫的特性在圖 7 和圖 8 中可顯明地看出來。至於內面的窗間牆上，則並無裂縫出現。

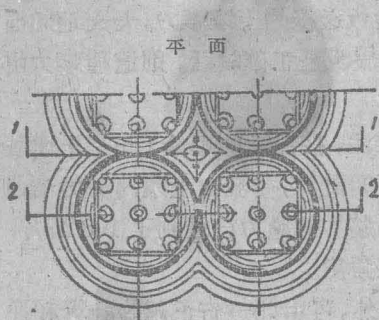


圖 5.

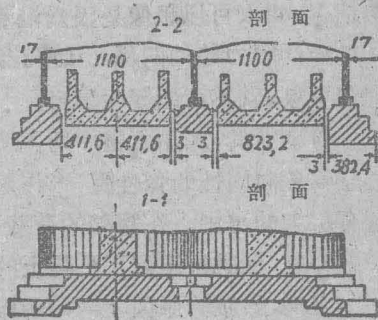


圖 6.



圖 7.



圖 8.

如果認為塊石基礎下的土壤反力是均勻分佈的，則在窗間牆中應力的增加，應達到 70 公斤/平方公分。但是這無論如何也不能解釋出來在照片中所看到的這種損壞的現象：混凝土已破碎而鋼筋也凸了出來。

由於缺乏關於土壤物理性質的資料，按照新的理論所作的檢查計算，只能利用建築物構件的剛度和土壤彈性之間的關係，按兩種極端的假設而做出來。即：對於倉底下的基礎板，一種情形採取其剛度等於零；而另外一種情形，則採取為無限大。由此得到，混凝土之應力按照第一個方案等於 124 公斤/平方公分，而按照第二個方案則為 96 公斤/平方公分。事實上是其中間的數值，接近於極限強度，但也不會達到極限強度。這個說明了裂縫的出現不是在開始滿載之時，而是在貯倉經一系列的滿載和出空以後的使用期之中。

由所舉的例子以及某些其他的例子看出：當計算巨大的建築物時，及時地放棄溫克爾假說而考慮應力在基礎底面的不均勻分佈，並視土壤為彈性體是何等重要了。

對於在彈性地基上梁的各個計算方法，首先可以指出，這些方法的作者們通常推演所根據的是一個積分—微分方程式，但却作不同的積分，這個是完全正確的方法。但是在實際工程條件之下，這尚有些困難。

本書在例題的演算時，採用了本書作者之一——熱摩其金教授所建議的方法。

應用這種方法可以略掉了微分方程式的組成和解求階段。

在彈性地基上梁（或板）的計算，是屬於超靜定系統的計算。因為現時所有的工程師設計工作者們，都很熟悉於框架結構的計算，所以當轉而計算在彈性地基上梁的時候，是沒有什麼困難的，因為這些問題是完全相似的。我們很有趣地發現到，當計算在彈性地基上的梁時，超靜定的程度完全視設計者的要求而定。所期望得到的計算愈精確，則相應的未知數也將愈多。

爲了簡化計算工作，當擬製方程式時，建議利用列於本書最後的附表。

爲了更好地說明問題，首先敘述在彈性地基上梁和板的計算理論，然後再舉以例題，大多數的例題均取自建築物 and 結構物的實際設計。

① E. 溫克爾“材料力學”布拉格，1867.

E. Winkler, “Die Lehre von der Elasticität und Festigkeit,” Praga 1867.

② H. 榮麥爾曼，“鐵路路面之計算”柏林，1888; J. W. 修衛德列爾，其文刊於“土木工程協會期刊”1882. 及“建築雜誌”，1889.

H. Zimmermann, “Die Berechnung des Eisenbahnoberbaues”, Berlin 1888; J. W. Schwedler, “Minutes of Proceedings of the Institution of Civil Engineers”, 1882.

“Zeitschrift für Bauwesen”, 1889.

③ A. H. 克雷羅夫院士“關於彈性地基上梁的計算”列寧格勒，1931.

Акад. А. Н. Крылов, “О расчете балок, лежащих на упругом основании,” Ленинград, 1931.

④ A. 金尼克“彈性地基上的圓形板”“基輔工業學院彙報”基輔，1910.

A. Диниц, “Круглая пластинка на упругом основании,” “Известия Киевского политехнического института,” Киев, 1910.

⑤ П. А. 米那也夫教授，“關於散粒體應力分佈之問題”“托姆斯克工藝學院彙報”，1915.

年,第1期。

Проф. П. А. Мишнев, “К вопросу о распределении напряжений в сыпучих телах” “Известия Томского технологического института” No. 1, 1915.

F. 考格勒, “對於土壤之試驗荷載” “建築工程”, 1931.

F. Kögler, “Über Baugrund Probelastungen” “Die Bautechnik” 1931.

⑥ A. 比哲爾斯, “玉姆依丹(荷蘭)新海岸水閘地基之彈性力學試驗” “土木工程”, 1923.

A. Bijls, Essais de résistance et délasticité du terrain de fondation de la nouvelle écluse maritime d'Ymuiden (Hollande), “Le Génie Civil”, 1923.

⑦ Г. Э. 普羅克多爾在列寧格勒工藝學院中的手稿, 1922.

Г. Э. Проктор, Рукопись в Ленинградском технологическом институте, 1922.

⑧ 衛格哈特, “沉陷地基上的梁”刊於“數學與力學”雜誌, 1922.

Wieghardt, “Über den Balken auf nachgiebiger Unterlage, Zeitschrift für angew. Mathematik und Mechanik,” 1922.

⑨ 例如見“基礎建築科學研究部門報告書”選集第八, “非柴麥爾曼——溫克爾氏假說的彈性地基上梁之計算” Сборник No. 8 “Труды научно-исследовательского сектора Фундаментостроения,” “Расчет балки на упругом основании без гипотезы Циммермана-Винклера” 此處登載的有 Н. М. 格蘭謝凡諾夫教授, В. И. 魯德勒夫教授, Я. А. 馬柴勒特, В. П. 柏夫羅夫, М. И. 戈爾布諾夫——波薩多夫等人之著作。

Работы проф. Н. М. Герсеванова, проф. В. И. Руднева, Я. А. Мачерет, В. П. Павлова, М. И. Горбунова-Посадова.

同樣可見 М. М. 菲洛年珂——波羅基奇教授“關於帶形體之撓曲” “軍事工程學院通報”, 1937年,第20期。

М. М. Чиличенко-Бородич, “Об изгибе полосы,” “Вестник Военно-инженерной академии” No. 20, 1937.

В. И. 庫茲涅佐夫, “整實彈性地基上之梁”鐵路運輸部出版社, 1938.

В. И. Кузнецов, “Балки на сплошном упругом основании,” Трансжелдориздат, 1938.

В. А. 弗洛林, “在柔性土壤上建築物計算的一些理論的原理” “水利工程建築” 1936, 第11期。

В. А. Флорин, “Некоторые теоретические положения расчета сооружений на податливых грунтах,” “Гидротехническое строительство” No. 11, 1936.

В. Н. 熱摩其金教授“彈性地基上無限長度梁之平面體計算問題” “彈性半無限體及半平面體上梁之計算”軍事工程學院, 1937. 同人“對稱荷載下彈性地基上圓形板之計算”軍事工程學院, 1932.

проф. В. Н. Жемочкин, “Плоская задача расчета бесконечно длинной балки на

упругом основании” “Расчет балок на упругом полупространстве и полуплоскости” ВИА, 1937; “Расчет круглых плит на упругом основании на симметричную нагрузку,” ВИА, 1938.

М. И. Голубович — 波薩多夫 “彈性地基上的板” 國立建築圖書出版社, 1941, 同人 “彈性地基上梁之計算表” 國立建築圖書出版社, 1939.

М. И. Горбунов-Посадов, “Плиты на упругом основании,” Госстройиздат, 1941; “Таблицы для расчета балок на упругом основании,” Госстройиздат, 1939.

① А. П. 西尼春講師, “關於鋼筋混凝土貯倉牆身裂縫出現的原因” “計劃與標準” 1937 年第 8 期。

Док. А. П. Синицын, “О причинах появления трещин в стенках железобетонных силосов” “Проект и стандарт” No. 8, 1937.

2. 彈性地基上梁的計算基本原則

我們用簡單的字句來說明, 不用溫克爾假說, 怎樣能解決關於在彈性地基上梁的計算問題, 並在解求時有怎樣的一些困難發生, 而如何地避免它。

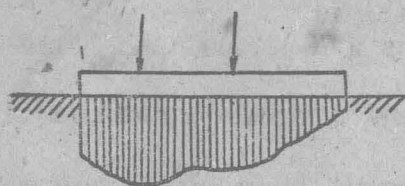


圖 9.

假定有一梁位於彈性地基上 (圖 9), 沿地基面發生了反力, 其圖形如圖中劃線部分所示, 反力的分佈實質上是根據於該梁的變形而定。

因為梁高與其長度之比是很小的, 故可認為梁適合於受撓截面維持是平面的假說, 也就是允許按照材料力學採取普通公式來計算梁的撓度。

其次, 假定不考慮梁和地基之間的摩擦力或者附着力, 也就是假定梁和地基之間僅發生垂直力^①。如果地基表面的某一點其沉陷為 y , 而同點地基的反力為 p (顯然地, 加在地基上的壓力也等於 p), 則撓曲軸的微分方程將為:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = -\frac{p}{EJ} \quad (1)$$

這就是作用於梁上的荷載和等於彈性地基沉陷的撓度二者之間的

關係。

現在來確定作用在地基上之荷載與地基沉陷之間的關係。如果把地基當作各向同性的彈性體，則沉陷不僅應發生在荷載作用的地方（正如溫克爾假說所假設的那樣），而且也應發生在受荷載面積範圍之外。

當以集中力作用在地基之上時，則沉陷圖形將具有如圖 10 中所示的大概樣子。

距單位集中力為 x 處某點 K 的沉陷 y 等於：

$$y = f(x) \quad (2)$$

關於在各種情況下，這種函數的式子將在以後更詳細地敘述，現在還暫時採用這個函數為已知。

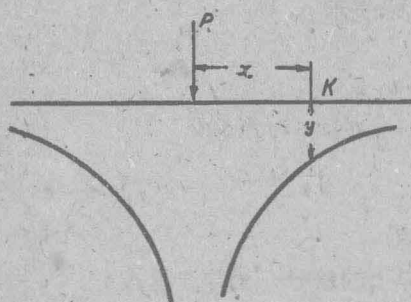


圖 10.

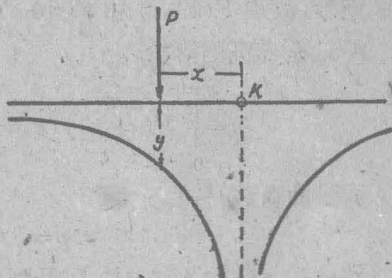


圖 11.

沉陷圖形可被利用為感應線。設若我們是希望找到由於 P 力在 K 點發生的沉陷（圖 11），於是繪製由於作用在 K 點單位力的沉陷圖形。由於 P 力在 K 點發生的沉陷將等於把在該力下的縱座標值 y 乘以該力的數值。

利用沉陷圖形的這種特性，可供解決我們的問題。

假設由梁而來的荷載作用在地基上，是按照某種曲線來分佈的（圖 12），在每一點的荷載 p 是距座標原點 O 的某種未知的距離的函數 F 。

對於距座標原點為 x 的某點 K ，找出其沉陷的一般式，為此我們繪製由於作用於 K 點的單位力而發生的沉陷圖形。根據以上所述這個圖形將是 K 點的沉陷感應線，其縱座標等於 $f(x)$ 。

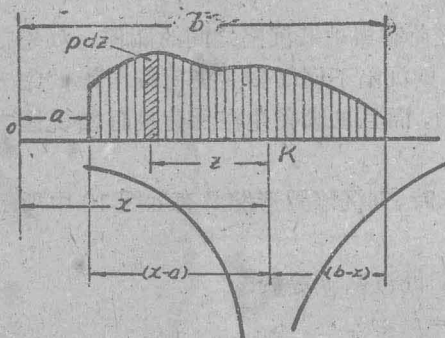


圖 12.

圍內積分之。當積分時，距離 x 應該作為是不變的，因為 p 是距原點距離的函數，故用 $F(x-z)$ 和 $F(x+z)$ 來表示 p 。

K 的全部沉陷等於：

$$y = \int_0^{x-a} F(x-z)f(z)dz + \int_0^{b-x} F(x+z)f(z)dz \quad (4)$$

同點的荷載：

$$p = F(x) \quad (5)$$

將 y 和 p 值代入(1)式，則得到以下的積分—微分方程式：

$$\frac{d^4}{dx^4} \left\{ \int_0^{x-a} F(x-z)f(z)dz + \int_0^{b-x} F(x+z)f(z)dz \right\} = -\frac{F(x)}{EJ} \quad (6)$$

解這種方程式似乎是有很大的數學的困難，不要忘掉函數 F 是未知的，所以直接實行積分是不可能的。必須把函數劃分成非此即彼的一種行列，於是由方程式找出這種行列的係數。顯然地，為了實際設計的目的，這樣的方法是非常複雜與不便的。自然，這就招致了放棄該法，而企圖另找其他解決問題的方法。這樣，在實際應用中具有優越性的方法，將在本書中述及，而其應用則以例題說明之。茲簡要地敘述該法的原理如下：

當計算彈性地基上的梁時，對我們有利害關係的主要的應為地基的反力圖形（梁受有荷載），或是地基的壓力分佈圖形。因為知道了荷

用 z 來表示荷載作用點到 K 點的距離，將分佈的荷載分成無數的集中荷載，其每個力均等於 $p dz$ 。

由于荷載 $p dz$ ，而在 K 點發生的沉陷等於：

$$p dz y = p f(z) dz \quad (3)$$

為此，為了得到 K 點的全部沉陷，必須將(3)式自 0 到 $(x-a)$ 並由 0 到 $(b-x)$ 範