

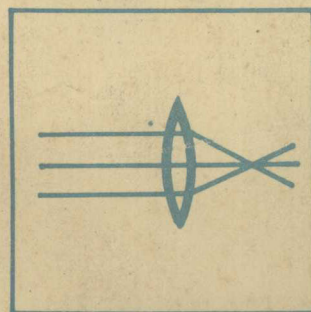
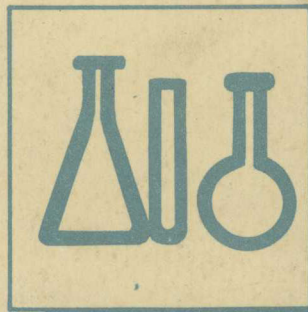
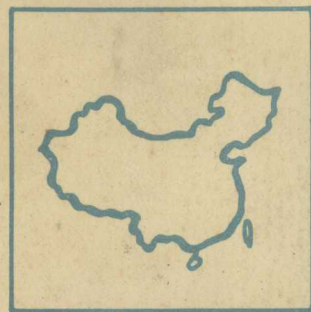
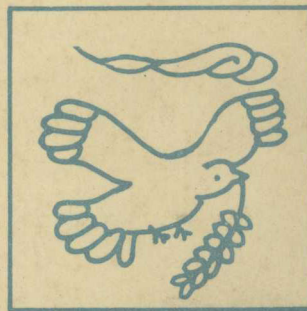
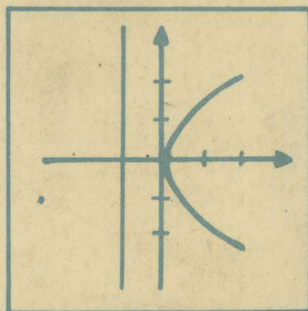
全国普通高等学校招生统一考试 考纲·考点·考题

—— 高考升学手册

成都科技大学出版社



(数学分册)



全国普通高等学校招生统一考试

考纲 考点 考题

——高考升学手册

(数学分册)

成都科技大学出版社

1992. 10. 成都

(川) 新登字 015 号

全国普通高等学校招生统一考试
考纲 考点 考题 (数学分册)

作者: 编写组

成都科技大学出版社出版

四川省新华书店发行

成都科教印刷厂印刷

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 13.75

1992 年 10 月第一版 1992 年 10 月第一次印刷

字数: 340 千 印数: 00001—10000 册

ISBN7-5616-1396-2/G·269 定价: 4.80 元

编者的话

普通高等学校全国统一考试是一次竞争激烈的选拔性考试。每年高等学校要从 280 万左右的考生中,选拔 60 万左右的新生,因此,高考必须具有很高的信度和效度,以及必要的难度和区分度,是由高考的性质所决定的。为使九三年参加普通高等学校全国统一考试的广大师生、深刻领会高考的性质及有关具体要求,我们编写了《考纲、考点、考题》一书,供广大师生在学习及复习过程中使用。

《考纲、考点、考题》将有助于广大师生了解高考对考生在知识和能力上的具体要求,及各门课程考查的侧重点,熟悉考试的形式。并系统地研究和掌握历届高考试题的发展变化,分析比较不同知识块下历年考点的变化与冷热状况,预测九三年高考试题可能发生的变化及考试重点。从而减少师生复习迎考工作中的盲目性,加强复习的针对性,减轻考生不必要的负担,提高复习效益。

本书分为以下三个部分:

第一部分,普通高等学校 招生全国统一考试考纲。根据国家教委考试中心 92 年最新颁布的各科考试说明编写而成,内容包括考试的范围,考试的具体内容及要求,考生应具备的能力、考试形式及试卷结构、题型示例等。这有助于考生明确考试的具体要求,熟悉考试的形式,提高答题的技巧。

第二部分,历届(含 92 年)高考试题归类与考点对照。是根据考纲中罗列的全部必考知识为依据编排的。该部分首先出示考纲中某知识块下的某一知识点即考点,然后列出历届高考中该知识点下出现过的各类型、各层次、各角度的试题与之一一对照。师生通过这部分、能十分方便的查寻任何知识块下,考点的冷热及试题的发展变化,从而明确复习的重点,掌握复习的深度及广度。了解复习质量与考试要求的差距,为复习及时提供反馈信息,增强复习的针对性。

第三部分,93 年全国高考模拟考试试题及解答(共 6—14 套)。全部试题均严格按照考纲要求编写而成,对于考生全面复习结束之后使用,具有很高的参考价值。它将有助于考生进一步明确考试的要求,查缺补漏,增强复习的信心,明确进一步复习的方向。因而它也是考生复习巩固,自我检查评估的得力助手。

本书作者全部是从事教学研究十年以上的教研员,及教学经验丰富的第一线高三教师。他们将命题、高考评卷,教学复习三方面的经验和规律集中起来并熔进书中,使本书教学和复习的参考价值显著提高。

本书分语文、数学、英语、政治、物理、化学、生物、历史、地理九册。适合参加高考的全部应、往届学生复习使用,及参加成人高考的广大社会青年学习参考。

编者

一九九二年九月八日

目 录

第一部分	普通高等学校招生全国统一考试数学科考纲	(1)
第二部分	历届高考试题归类与考点对照	(6)

代 数

一、幂函数、指数函数和对数函数	(6)
集合、子集、交集、并集、补集	(6)
映射、函数(函数的记号、定义域、值域)	(7)
幂函数、函数的单调性、函数的奇偶性	(8)
反函数、互为反函数的函数图象间的关系	(12)
指数函数、对数函数、换底公式、简单的指数方程和对数方程	(14)
二、三角函数	(22)
三、两角和与差的三角函数	(27)
四、反三角函数和简单三角方程	(35)
反正弦函数、反余弦函数、反正切函数与反余切函数	(35)
最简单的三角方程、简单的三角方程	(37)
五、不等式	(38)
不等式、不等式的性质、不等式的证明、含有绝对值的不等式	(38)
不等式的解法	(42)
六、数列、极限、数学归纳法	(48)
数列、等差数列及其通项公式、前 n 项和的公式、等比数列及其通项公式、 前 n 项和的公式	(48)
数列的极限及其四则运算	(56)
数学归纳法及其应用	(60)
七、复数	(69)
数的概念的发展、复数的有关概念、复数的向量表示	(69)
复数的加法与减法、复数的乘法与除法、复数的三角形式、复数三角形式 的乘法、乘方、除法、开方	(70)
复数的应用	(77)
八、排列、组合、二项式定理	(83)
加法原理与乘法原理、排列、排列数公式、组合、组合数公式、组合数的两个性质	(83)
二项式定理、二项展开式的性质	(85)

立体几何

九、直线和平面	(87)
平面、两条直线的位置关系. 平行于同一条直线的两条直线互相平行. 对应边分别平行的角. 异面直线所成的角. 两条异面直线互相垂直的概念. 异面直线的公垂线及距离.	(87)
直线和平面. 直线和平面平行的判定与性质. 直线和平面垂直的判定和性质. 点到平面的距离. 斜线在平面上的射影. 直线和平面所成的角. 三垂线定理及其逆定理	(88)
两个平面的位置关系. 平行平面的判定和性质. 平行平面间的距离. 二面角及其平面角. 两个平面垂直的判定与性质	(92)
十、多面体和旋转体	(93)
棱柱(包括平行六面体)、棱锥、棱台、多面体	(93)
圆柱、圆锥、圆台、球、球冠、旋转体	(95)
体积的概念与体积公理. 棱柱、圆柱的体积. 棱锥、圆锥的体积. 棱台、圆台的体积. 球和球缺的体积	(96)

平面解析几何

十一、直线	(102)
有向线段. 两点间的距离. 线段的定比分点	(102)
直线的方程. 直线的斜率. 直线的点斜式、斜截式、两点式、截距式方程. 直线方程的一般式	(103)
两条直线平行与垂直的条件. 两条直线所成的角. 两条直线的交点. 点到直线的距离.	(103)
十二、圆锥曲线	(106)
曲线和方程. 由已知条件列出曲线的方程. 充要条件. 曲线的交点	(106)
圆的标准方程和一般方程	(106)
椭圆及其标准方程、焦点、焦距. 椭圆的几何性质: 范围、对称性、顶点、长轴、短轴、离心率、准线. 椭圆的画法	(110)
双曲线及其标准方程. 焦点、焦距. 双曲线的几何性质: 范围、对称性、顶点、实轴、虚轴、渐近线、离心率、准线. 双曲线的画法. 等边双曲线	(116)
抛物线及其标准方程. 焦点、准线. 抛物线的几何性质: 范围、对称性、顶点、离心率. 抛物线的画法	(122)
坐标轴的平移. 利用坐标轴平移化简圆锥曲线方程	(127)
十三、参数方程、极坐标	(127)
曲线的参数方程. 参数方程与普通方程的互化. 圆的渐开线方程	(127)
极坐标系. 曲线的极坐标方程. 圆锥曲线的极坐标方程. 极坐标和直角坐标的互化. 等速螺线方程.	(130)

第三部分 1993 年高考数学模拟试题

模拟试题一.....	(135)
模拟试题二.....	(138)
模拟试题三.....	(142)
模拟试题四.....	(145)
模拟试题五.....	(149)
模拟试题六.....	(153)
模拟试题七.....	(156)
模拟试题八.....	(159)
模拟试题九.....	(162)
模拟试题十.....	(165)
模拟试题参考解答.....	(169)
附录 1992 年普通高等学校招生全国统一考试数学试题	(197)
1992 年普通高等学校招生全国统一考试数学参考解答	(203)

第一部分 普通高等学校招生全国统一考试 数学科考纲

一 考试内容与要求

本考纲是依据 1986 年国家教育委员会颁布的《全日制中学数学教学大纲》制定的。

数学科考试旨在测试中学数学基础知识、基本技能、基本方法、运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力,以及运用所学数学知识和方法,分析问题和解决问题的能力。

考试内容以 1986 年国家教育委员会颁布的《全日制中学数学教学大纲》高中阶段的教学内容为主,分为代数、立体几何、平面解析几何三部分,以上各部分具体考试内容(考点)详见本书第二部分。

试卷分理工农医、文史政法两类。文史政法类试卷不包括“反三角函数和三角方程”、“不等式的性质和证明”、“极坐标和参数方程”。

高中毕业会考后的高考试卷不分类,按照《全日制中学数学教学大纲》的范围命题。

考试要求分做四个不同层次,这四个层次由低到高依次为了解、理解、掌握、灵活运用和综合运用。

(一)代数

1. 幂函数、指数函数和对数函数

考试要求:

(1)理解集合、子集、交集、并集、补集的概念。了解空集和全集的意义,了解属于、包含、相等关系的意义,能掌握有关的术语和符号,能正确地表示一些较简单的集合。

(2)了解映射的概念,在此基础上理解函数及其有关的概念,掌握互为反函数的函数图象间的关系。

(3)理解函数的单调性和奇偶性的概念,并能判断一些简单函数的单调性和奇偶性,能利用函数的奇偶性与图象的对称性的关系描绘函数图象。

(4)掌握幂函数、指数函数、对数函数的概念及其图象和性质,并会解简单的指数方程和对数方程。

2. 三角函数

考试要求:

(1)理解弧度的意义,并能正确地进行弧度和角度的换算。

(2)掌握任意角的三角函数的定义、三角函数的符号、三角函数的性质、同角三角函数的关系式与诱导公式,了解周期函数和最小正周期的意义。会求函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的周期,或者经过简单的恒等变形可化为上述函数的三角函数的周期。能运用上述三角公式化简三角函数式、求任意角的三角函数值与证明较简单的三角恒等式。

(3)了解正弦、余弦、正切、余切函数的图象的画法,会用“五点法”画正弦、余弦函数和函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的简图,并能解决与正弦曲线有关的实际问题。

3. 两角和与差的三角函数

考试要求:

(1)能推导并掌握两角和、两角差、二倍角与半角的正弦、余弦、正切公式,以及三角函数的积化和差与和差化积等公式。

(2)能正确地运用上述公式化简三角函数式、求某些角的三角函数值、证明较简单的三角恒等式以及解决一些简单的实际问题。

4. 反三角函数和简单三角方程

考试要求:

(1)理解反三角函数的概念,能由反三角函数的图象得出反三角函数的性质,能运用反三角函数的定义、性质解决一些简单问题。

(2)能够熟练地写出最简单的三角方程的解集,并会解简单的三角方程。

5. 不等式

考试要求:

(1)掌握不等式的性质及其证明,掌握证明不等式的几种常用方法,掌握两个(或三个)正数的算术平均数不小于它们的几何平均数这一定理,并能运用上述性质、定理和方法解决一些问题。

(2)在熟练掌握一元一次不等式(组)、一元二次不等式的解法的基础上初步掌握其他的一些简单的不等式的解法。

(3)会用不等式 $|a| - |b| \leq |a+b| \leq |a| + |b|$ 解一些简单问题。

6. 数列、极限、数学归纳法

考试要求:

(1)理解数列的有关概念,了解递推公式是给出数列的一种方法,并能根据递推公式写出数列的前 n 项。

(2)掌握等差数列与等比数列的概念、通项公式、前 n 项和的公式,并能够运用这些知识解决一些问题。

(3)了解数列极限的意义,掌握极限的四则运算法则,会求公比的绝对值小于 1 的无穷等比数列前 n 项和的极限。

(4)了解数学归纳法的原理,并能用数学归纳法证明一些简单问题。

7. 复数

考试要求:

(1)理解复数及其有关的概念。掌握复数的代数、几何、三角表示及其转换。

(2)掌握复数的运算法则,能正确地进行复数的运算,并理解复数运算的几何意义。

(3)掌握在复数中解一元二次方程和二项方程的方法。

8. 排列、组合、二项式定理

考试要求:

(1)掌握加法原理及乘法原理,并能用这两个原理分析和解决一些简单的问题。

(2)理解排列、组合的意义,掌握排列数、组合数的计算公式和组合数的性质,并能用它们解决一些简单的问题。

(3)掌握二项式定理和二项式系数的性质,并能用它们计算和论证一些简单问题。

(二)立体几何

1. 直线和平面

考试要求:

(1)掌握平面的基本性质、空间两条直线、直线和平面、两个平面的位置关系(特别是平行和垂直关系)以及它们所成的角与距离的概念。对于异面直线的距离,只要求会计算已给出公垂线时的距离。

(2)能运用上述概念以及有关两条直线、直线和平面、两个平面的平行和垂直关系的性质与判定,进行论证和解决有关问题。

(3)会用斜二测的画法画水平放置的平面图形(特别是正三角形、正四边形、正五边形、正六边形)的直观图。能够画出空间两条直线、两个平面、直线和平面的各种位置关系的图形,能够根据图形想象它们的位置关系。

(4)理解用反证法证明命题的思路,会用反证法证明一些简单的问题。

2. 多面体和旋转体

考试要求:

(1)理解棱柱、棱锥、棱台、圆柱、圆锥、圆台、球及其有关概念和性质。

(2)掌握直棱柱、正棱锥、正棱台和圆柱、圆锥、圆台、球的表面积和体积公式以及球冠的面积、球缺的体积公式(球缺体积公式不要求记住),并能运用这些公式进行计算。

(3)了解多面体和旋转体的概念,能正确画出直棱柱、正棱锥、正棱台、圆柱、圆锥、圆台的直观图。

(4)对于截面问题,只要求会解决与几种特殊的截面(棱柱、棱锥、棱台的对角面,棱柱的直截面,圆柱、圆锥、圆台的轴截面和平行于底面的截面,球的截面)以及已给出图形或它的全部顶点的其他截面的有关问题。

(三)平面解析几何

1. 直线

考试要求:

(1)理解有向线段的概念,掌握有向线段定比分点坐标公式。熟练运用两点间的距离公式和线段的中点坐标公式。

(2)理解直线斜率的概念,掌握过两点的直线的斜率公式,熟练掌握直线方程的点斜式,掌握直线方程的斜截式、两点式、截距式以及直线方程的一般式。能够根据条件求出直线的方程。

(3)掌握两条直线平行与垂直的条件,能够根据直线的方程判定两条直线的位置关系。会求两条相交直线的夹角和交点。掌握点到直线的距离公式。

2. 圆锥曲线

考试要求:

(1)掌握直角坐标系中的曲线与方程的关系和轨迹的概念,能够根据所给条件,选择适当的直角坐标系求曲线的方程,并画出方程所表示的曲线。

理解充分条件、必要条件、充要条件的意义,能够初步判断给定的两个命题的充要关系。

(2)掌握圆锥曲线的标准方程及其几何性质、会根据所给的条件画圆锥曲线。了解圆锥曲线的一些实际应用。

(3)理解坐标变换的意义,掌握利用坐标轴平移化简圆锥曲线方程的方法。

(4)了解用坐标法研究几何问题的思想,初步掌握利用方程研究曲线性质的方法。

3. 参数方程、极坐标

考试要求:

(1)理解参数方程的概念,了解某些常用参数方程中参数的几何意义或物理意义。掌握参数方程与普通方程的互化方法。会根据给出的参数,依据条件建立参数方程。

(2)理解极坐标的概念,会正确进行点的极坐标与直角坐标的互化。会正确将极坐标方程化为直角坐标方程。会根据所给条件建立直线、圆锥曲线和等速螺线的极坐标方程。不要求利用曲线的参数方程或极坐标方程求两条曲线的交点。

二 考试形式及试卷结构

考试采用闭卷笔试形式。全卷满分为 120 分,考试时间为 120 分钟。高中毕业会考后的考试卷满分为 150 分,考试时间为 120 分钟。

全部由人工阅卷的省、自治区、直辖市使用“常规卷”,采用机器阅卷的省、自治区、直辖市使用“分卷”。“分卷”包括 I 卷和 II 卷;选择题为 I 卷;非选择题为 II 卷。

代数、立体几何和平面解析几何所占分数的百分比与它们在教学中所占课时的百分比大致相同,代数约占 60%,立体几何约占 20%,平面解析几何约占 20%。

试题分选择题、填空题和解答题三种题型。选择题是四选一型的单项选择题;填空题只要求直接填写结果,不必写出计算过程或推证过程;解答题包括计算题、证明题和应用题等。三种题型分数的百分比约为:选择题 45%,填空题 15%,解答题 40%。

试题按其难度分为容易题、中等题和难题。难度为 0.7 以上的题为容易题,难度为 0.4—0.7 之间的题为中等题,难度为 0.2—0.4 之间的题为难题。三种试题分值之比约为 3:5:2。

试卷总体难度在 0.55 左右。

三 题型示例

(一)选择题

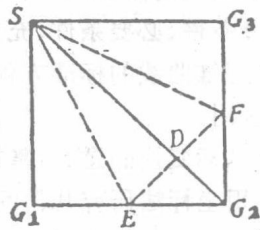
1. 设圆 M 的方程为 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 2$, 直线 L 的方程为 $x+y-3=0$, 点 P 的坐标为 (2, 1), 那么

- (A) 点 P 在直线 L 上, 但不在圆 M 上
- (B) 点 P 在圆 M 上, 但不在直线 L 上
- (C) 点 P 既在圆 M 上, 又在直线 L 上
- (D) 点 P 既不在直线 L 上, 也不在圆 M 上

容易题

2. 在正方形 $SG_1G_2G_3$ 中, E、F 分别是 G_1G_2 及 G_2G_3 的中点, D 是 EF 的中点, 现在沿 SE、SF 及 EF 把这个正方形折成一个四面体, 使 G_1 、 G_2 、 G_3 三点重合, 重合后的点记为 G。那么, 在四面体 S—EFG 中必有

- (A) $SG \perp \triangle EFG$ 所在平面
- (B) $SD \perp \triangle EFG$ 所在平面
- (C) $GF \perp \triangle SEF$ 所在平面



(D) $GD \perp \triangle SEF$ 所在平面

中等题

(二) 填空题

已知 A 和 B 是两个命题, 如果 A 是 B 的充分条件, 那么 B 是 A 的 _____ 条件, $\bar{A}$ 是 $\bar{B}$ 的 _____ 条件。

中等题

(三) 解答题

1. 已知 $\operatorname{tg} x = a$, 求 $\frac{3\sin x + \sin 3x}{3\cos x + \cos 3x}$ 的值。

容易题

2. 自点 $A(-3, 3)$ 发出的光线 L 射到 x 轴上, 被 x 轴反射, 其反射光线所在直线与圆 $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ 相切, 求光线 L 所在直线的方程。

中等题

3. 是否存在常数 a, b, c 使得等式

$1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + \cdots + n(n+1)^2 = \frac{n(n+1)}{12} (an^2 + bn + c)$ 对一切自然数 n 都成立? 并证明你的结论。

难题

第二部分 历届高考试题归类与考点对照

代 数

一、幂函数、指数函数和对数函数

集合、子集、交集、并集、补集。

1. (1984 年理、文) 数集 $X = \{(2n+1)\pi, n \text{ 是整数}\}$ 与数集 $Y = \{(4k\pm 1)\pi, k \text{ 是整数}\}$ 之间的关系是

(A) $X \subset Y$. (B) $X \supset Y$.

(C) $X = Y$. (D) $X \neq Y$.

答案: (C)。

2. (1984 年理) 如果 n 是正整数, 那么 $\frac{1}{8}[1 - (-1)^n](n^2 - 1)$ 的值

(A) 一定是零. (B) 一定是偶数.

(C) 是整数但不一定是偶数.

(D) 不一定是整数.

答案: (B)。

3. (1986 年文) 已知全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 6\}$, 那么集合 $\{2, 7, 8\}$ 是

(A) $A \cup B$. (B) $A \cap B$.

(C) $\bar{A} \cup \bar{B}$. (D) $\bar{A} \cap \bar{B}$.

答案: (D)。

4. (1987 年理、文) 设 S, T 是两个非空集合, 且 $S \not\subset T, T \not\subset S$, 令 $X = S \cap T$, 那么 $S \cup X$ 等于

(A) X . (B) T . (C) ϕ . (D) S .

答案: (D)。

5. (1989 年理、文) 如果 $I = \{a, b, c, d, e\}$, $M = \{a, c, d\}$, $N = \{b, d, e\}$, 其中 I 是全集, 那么 $\bar{M} \cap \bar{N}$ 等于

(A) ϕ . (B) $\{d\}$. (C) $\{a, c\}$. (D) $\{b, e\}$.

答案: (A)。

6. (1990 年理、文) 设全集 $I = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}\}$, 集合 $M = \{(x, y) | \frac{y-3}{x-2} = 1\}$, $N = \{(x, y) | y \neq x+1\}$, 那么 $\bar{M} \cap \bar{N}$ 等于

(A) ϕ . (B) $\{(2, 3)\}$.

(C) $(2, 3)$. (D) $\{(x, y) | y = x+1\}$.

答案: (B)。

7. (1991 年理) 设全集为 I , $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$, $M = \{x | f(x) \neq 0\}$, $N = \{x | g(x) \neq 0\}$, 那

么集合 $\{x|f(x)g(x)=0\}$ 等于

- (A) $\bar{M} \cap \bar{N}$. (B) $\bar{M} \cup \bar{N}$. (C) $M \cup \bar{N}$. (D) $\bar{M} \cup \bar{N}$.

答案: (D).

8. (1992 年理、文) 设含有 10 个元素的集合的全部子集数为 S, 其中由 3 个元素组成的子集数为 T, 则 $\frac{T}{S}$ 的值为_____.

答案: $\frac{15}{128}$.

映射. 函数(函数的记号、定义域、值域).

1. (1983 年文) 求函数 $y = \sqrt{x+5} \log_4(36-x^2)$ 的定义域.

解: 解不等式组 $\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 36-x^2 > 0 \end{cases}$, 得 $-5 \leq x < 6$, 故所求定义域是 $[-5, 6)$.

2. (1985 年理) 设函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 求函数 $f(x^2)$ 的定义域.

解: 解不等式 $0 \leq x^2 \leq 1$, 得 $-1 \leq x \leq 1$, 故 $f(x^2)$ 的定义域是 $[-1, 1]$.

3. (1985 年理) 如果 $f(\frac{1}{x}) = \frac{x}{1-x^2}$, 则 $f(x) =$ _____.

答案: $\frac{x}{x^2-1}$.

4. (1985 年文), 求函数 $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x-1}$ 的定义域.

解: 解不等式组 $\begin{cases} 4-x^2 \geq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases}$, 得 $-2 \leq x < 1$ 或 $1 < x \leq 2$, 故所求定义域是 $[-2, 1) \cup (1, 2]$.

5. (1986 年文) 函数 $y = \log_{\frac{1}{2}} x (x \in (0, 8])$ 的值域是

(A) $[-3, +\infty)$. (B) $[3, +\infty)$.

(C) $(-\infty, -3)$. (D) $(-\infty, 3]$.

(E) $(0, +\infty)$.

答案: (A).

6. (1986 年文) 若 $f(1+\frac{1}{x}) = \frac{1}{x^2} - 1$, 则 $f(x) =$ _____.

答案: $x^2 - 2x$.

7. (1987 年文) 函数 $y = \frac{2x}{1+x^2} (x \in \mathbb{R})$ 的值域是_____.

答案: $[-1, 1]$.

8. (1987 年文) 求函数 $y = \log_2(1+2x-3x^2)$ 的定义域.

解: 解不等式 $1+2x-3x^2 > 0$, 即 $(3x+1)(x-1) < 0$ 得 $-\frac{1}{3} < x < 1$, 故所求定义域是 $(-\frac{1}{3}, 1)$.

1).

9. (1988 年文) 函数 $f(x) = 2+2x-x^2 (x \in \mathbb{R})$ 的值域是

(A) $(-\infty, 3]$. (B) $(-\infty, 1]$.

(C) $(-\infty, 3)$. (D) $(-\infty, 1)$.

答案: (A).

10. (1989 年理、文) 求函数 $y = -x^2 + 4x - 2$ 在区间 $[0, 3]$ 上的最大值和最小值.

解: $y = -x^2 + 4x - 2 = 2 - (x-2)^2 \leq 2$, 当 $x=2$ 时, $y_{\text{最大}}=2$; $x=0$ 时, $y=-2$; $x=3$ 时, $y=1$,

故 $y_{\text{最小}} = -2$ 。

11. (1990 年文) 已知 $f(x) = x^5 + ax^3 + bx - 8$, 且 $f(-2) = 10$, 那么 $f(2)$ 等于

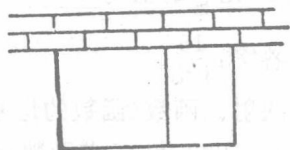
(A) -26. (B) -18.

(C) -10. (D) 10.

答案: (A)。

幂函数。函数的单调性。函数的奇偶性。

1. (1982 年文) 以墙为一边, 用篱笆围成长方形的场地, 并用平行于一边的篱笆隔开 (如图)。已知篱笆的总长为定值 L , 这块场地的长和宽各为多少时场地的面积最大? 最大面积是多少?



解: 设长方形场地的宽为 x , 则长为 $L - 3x$, 它的面积 $y = x(L - 3x) = -3x^2 + Lx$

$$= -3\left(x - \frac{L}{6}\right)^2 + \frac{L^2}{12},$$

当宽 $x = \frac{L}{6}$ 时, 这块长方形场地的面积最大, 这时的长为 $L - 3x = L - 3 \times \frac{L}{6} = \frac{L}{2}$,

最大面积为 $\frac{L^2}{12}$ 。

答: 这块长方形场地宽为 $\frac{L}{6}$, 长为 $\frac{L}{2}$ 时, 最大面积是 $\frac{L^2}{12}$ 。

2. (1983 年文) 在直角坐标系内, 函数 $y = |x|$ 的图象

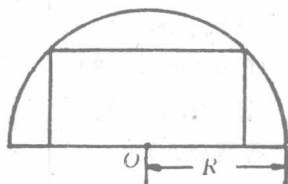
(A) 关于坐标轴、原点都不对称。

(B) 关于原点对称。 (C) 关于 x 轴对称。

(D) 关于 y 轴对称。

答案: (D)。

3. (1983 年文) 在圆心为 O 、半径为常数 R 的半圆板内画内接矩形 (如图), 当矩形的长和宽各取多少时, 矩形面积最大? 求出这个最大面积。



解: 设矩形在半圆板直径上的一边的长为 $2x$, 则矩形的另一边的长为 $\sqrt{R^2 - x^2}$, 矩形面积 $S = 2x \sqrt{R^2 - x^2}$,

$$\text{配方, 得 } S = 2 \sqrt{R^2 x^2 - x^4} = 2 \sqrt{\frac{R^4}{4} - \left(\frac{R^4}{4} - R^2 x^2 + x^4\right)}$$

$$= 2 \sqrt{\frac{R^2}{4} - \left(x^2 - \frac{R^2}{2}\right)^2}$$

答: 当 $x^2 = \frac{R^2}{2}$, 即 $x = \frac{R}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}R$, $\sqrt{R^2 - x^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}R$ 时, 矩形面积 S 为最大, 即长为 $\sqrt{2}$

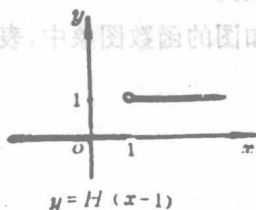
R , 宽为 $\frac{\sqrt{2}}{2}R$ 时, 矩形面积 S 为最大。

最大面积是 $\sqrt{2}R \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}R = R^2$ 。

4. (1984 年理) 设 $H(x) = \begin{cases} 0 & \text{当 } x \leq 0, \\ 1 & \text{当 } x > 0. \end{cases}$ 画出函数 $y = H(x-1)$ 的图象。

解: $\because$ 当 $x \leq 1$ 时, $x-1 \leq 0, H(x-1) = 0$; 当 $x > 1$ 时, $x-1 > 0, H(x-1) = 1$.

$\therefore$ 函数 $y = H(x-1)$ 的图象如图所示

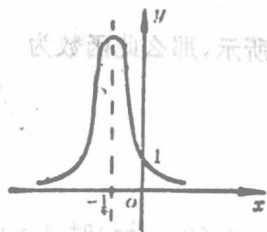


5. (1984 年文) 画出函数 $y = \frac{1}{(x+1)^2}$ 的图象。

解: 列表取点

x	...	-3	-2	-1.5	-1	-0.5	0	1	...
y	...	0.25	1	4	不存在	4	1	0.25	...

描点连线(如图)



6. (1985 年理) 已知函数 $f(x)$ 对其定义域内任意两个实数 a, b , 当 $a < b$ 时, 都有 $f(a) < f(b)$. 利用反证法证明: 方程 $f(x) = 0$ 至多有一个实数根.

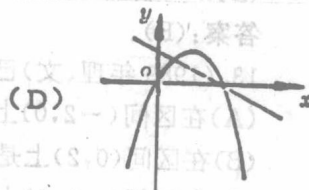
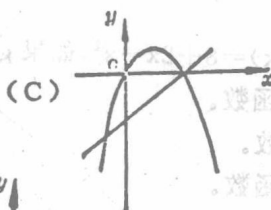
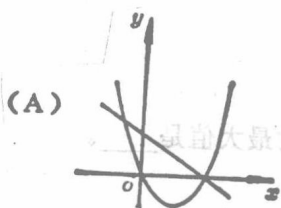
证明: 假设方程 $f(x) = 0$ 至少有两个不相等的实根 x_1 和 x_2 . 不妨设 $x_1 < x_2$.

则 $f(x_1) = 0, f(x_2) = 0$, 那么有 $f(x_1) = f(x_2)$.

但是根据已知条件, 由 $x_1 < x_2$ 得 $f(x_1) < f(x_2)$. 从而得出矛盾.

$\therefore$ 方程 $f(x) = 0$ 至多有一个实根.

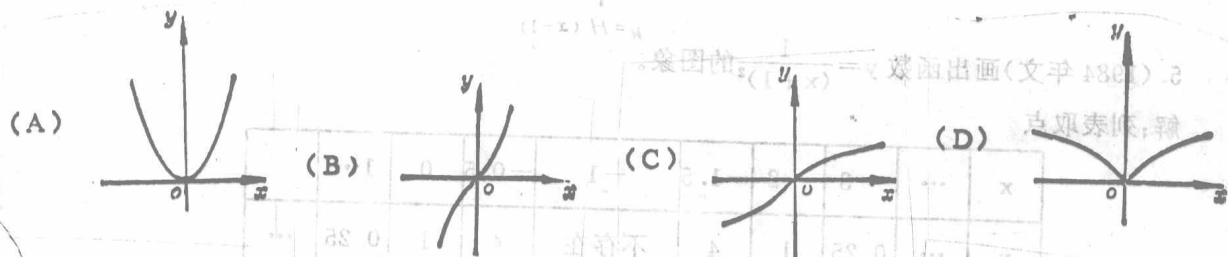
7. (1986 年理、文) 在图中, $y = ax^2 + bx$ 与 $y = ax + b (ab \neq 0)$ 的图象只可能是



答案:(D). 函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 是偶函数的充要条件是 $b=0$ ($x \in \mathbb{R}$).

8. (1986 年理) 函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 是偶函数的充要条件是 $b=0$ ($x \in \mathbb{R}$).

9. (1987 年理) 如图的函数图象中, 表示 $y=x^{\frac{1}{2}}$ 的是

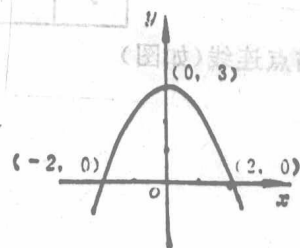


答案:(D).

10. (1987 年文) 二次函数 $y=f(x)$ 的图象如图所示, 那么此函数为

- (A) $y=x^2-4$. (B) $y=4-x^2$.
(C) $y=\frac{3}{4}(4-x^2)$. (D) $y=\frac{3}{4}(2-x)^2$.

答案:(C).



11. (1988 年理) 设 $f(x)$ 是 $\mathbb{R}$ 上的奇函数, 且当 $x \in [0, +\infty)$ 时, $f(x) = x(1 + \sqrt[3]{x})$, 那么当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, $f(x) =$

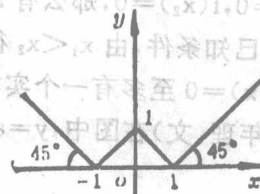
- (A) $x(1 - \sqrt[3]{x})$. (B) $-x(1 - \sqrt[3]{x})$.
(C) $x(1 + \sqrt[3]{x})$. (D) $-x(1 + \sqrt[3]{x})$.

答案:(A).

12. (1988 年理) 已知 $y=f(x)$ 的图象如图, 那么 $f(x) =$

- (A) $\sqrt{x^2-2x+1}$. (B) $\sqrt{x^2-2|x|+1}$.
(C) $|x^2-1|$. (D) $x^2-2|x|+1$.

答案:(B).



13. (1989 年理、文) 已知 $f(x) = 8 + 2x - x^2$, 如果 $g(x) = f(2-x^2)$, 那么 $g(x)$

- (A) 在区间 $(-2, 0)$ 上是增函数.
(B) 在区间 $(0, 2)$ 上是增函数.
(C) 在区间 $(-1, 0)$ 上是减函数.
(D) 在区间 $(0, 1)$ 上是减函数.

答案:(C).

14. (1990 年理、文) 如果实数 x, y 满足等式 $(x-2)^2 + y^2 = 3$, 那么 $\frac{y}{x}$ 的最大值是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

答案: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.