

高等学校试用教材

# 中学数学教材教法

## 总 论

十三院校协编组编

高等教育出版社

# 中学数学教材教法

总 论

十三院校协编组编

高等教育出版社

## 内 容 提 要

本书是高等师范院校数学系“中学数学教材教法”课程试用教材的“总论”部分。

本书分绪论和中学数学课的教学目的和内容、中学数学教学工作的基本要求、数学基础知识教学和基本能力培养、中学数学教学工作等四章。各章都注意从现行的中学数学教学大纲与统编教材的实际出发,运用教育学与逻辑学的一般原理,结合数学学科与教育对象的特点,对有关中学数学教学的理论与方法,以及数学教师的日常工作,作了较详细的论述。

本书可供高等师范院校数学系学生、中等学校数学教师学习和参考。

高等学校试用教材  
**中学数学教材教法**  
**总 论**  
十三院校协编组编

\*

高等教育出版社出版  
新华书店北京发行所发行  
湖南省新华印刷二厂印装

\*

开本 850×1168 1/32 印张 6 字数 144,000  
1980年9月第1版 1984年9月第8次印刷  
印数 275,621—300,850  
书号 13010·0484 定价 0.54 元

## 前 言

这套《中学数学教材教法》教材是由北京师院、广西师院、上海师院、福建师大、北京师大、华东师大、吉林师大、甘肃师大、江苏师院、华南师院、武汉师院、天津师院、湖南师院等十三院校数学系的中学数学教研室集体协编的。我们共同讨论、拟定了编写大纲，分工编写了初稿，并在教育部领导和人民教育出版社的大力支持与帮助下，召开了审稿会，对初稿逐章进行了审定，提出了修改意见。经过各编写单位再次修订，委托专人进行统编，总论部分和分论部分将先后出版，供高等师范院校数学系及有关人员使用、参考。

在我们组稿、审稿的过程中，陕西师大等许多兄弟院校的同志很关心我们的工作，他们参加了审稿会，并提出了不少宝贵意见。在此，我们表示感谢。

本册是总论部分，各章分别由吉林师大梁植文，天津师院李其汾，华南师院李翼忠，湖南师院章兴仁、李求来等同志执笔。审稿会后，又由吉林师大刘孟德、梁植文，北京师院米道生、李建才进行了修订，最后由北京师大钟善基，吉林师大刘孟德审定，并由北京师院梅向明，华东师大余元希进行了复审。

由于时间匆促，编写中难免存在缺点和错误，望读者批评指正。

编 者

一九八〇年七月

# 目 录

绪 论	数学教学法的内容、方法和意义	1
第一章	中学数学课的教学目的和内容	8
1.1	怎样确定中学数学课的教学目的	8
1.2	中学数学课的教学目的	15
1.3	中学数学课的教学内容	29
1.4	中学数学教学的改革	37
第二章	中学数学教学工作的基本要求	47
2.1	严谨性与量力性相结合	47
2.2	具体与抽象相结合	58
2.3	理论与实际相结合	70
第三章	数学基础知识教学和基本能力培养	80
3.1	数学概念及其教学	80
3.2	数学命题及其教学	92
3.3	数学中的推理和证明	99
3.4	数学基本能力的培养	116
第四章	中学数学教学工作	141
4.1	课堂教学	141
4.2	课前工作	155
4.3	学生知识质量的检查	169
4.4	课外工作	174
4.5	教学研究	177

## 绪论 数学教学法的内容、方法和意义

### 一、数学教学法的研究内容。

中学数学教学法(简称数学教学法)的主要任务是解决中学数学课应当“教什么?”和“怎么教?”这两个问题。当然,它还应当讲清楚解决这两个问题的理论根据。因此,中学数学教学法的基本内容包括以下各个方面。

1. 中学数学课的教学目的,它在普通教育过程中的地位,以及对社会发展的作用和影响。

2. 中学数学课程的教学内容,内容的体系安排,以及选择内容和安排体系的基本原则。

3. 中学数学教学的基本要求,以及教学过程中如何全面而又灵活地贯彻运用这些基本要求。

4. 中学数学教学的具体方式方法,即课前备课、课堂教学和课后辅导所采用的各种基本的方式方法。

5. 逻辑方法在数学教学过程中的具体运用。

6. 各部分数学教材的具体分析,具体的教学方法的研究探讨,以及典型教学经验的系统总结,等等。

总之,数学教学法是一门内容极为广泛的学科。

### 二、数学教学法的基本特点。

研究一门学科必须掌握它的基本特点。关于数学教学法的特点,目前还缺乏全面而又深入的研究,因此,暂时还没有统一的看法。下面,着重介绍比较重要的、而且比较趋于一致的几点看法。

1. 数学教学法是一门综合性的独立的边缘性学科。

首先,作为研究数学教学的具体规律性的数学教学法,既与数

学科学,又与教学论有着密切的关系。

其次,数学教学法也和心理学,逻辑学有关。

最后,最重要的是,一切重大的教学法问题的解决,都离不开唯物辩证法的具体指导。

由此可见,数学教学法是一门综合性的边缘学科。它需要综合运用各门有关学科的一些基本原理,或者是受其某些特点和要求所约束。

但是,数学教学法却不能满足于把相邻各学科的有关原理稍加系统整理,并添上适当的数学实例。它应当从自身的研究对象出发,运用相邻学科的有关原理,总结出数学教学自身的规律性。因此,数学教学法是一门独立的学科。

### 2. 数学教学法是一门实践性很强的理论学科。

数学教学法要研究数学教学过程的特点和它的基本的规律。也就是说,它不能满足于介绍教学工作的一招一式,而应当深入地研究数学教学的全过程,对有关课程结构,教学原理等理论问题作出系统的总结。所以,它不是工作经验的总结,而是一门理论学科。同时,它又必须涉及教学工作的具体经验和教训,对数学教学工作提出一套具体可行的方式方法。因此,它是一门实践性很强的理论学科。

### 3. 数学教学法是一门发展中的理论。

以后随着课程内容的具体展开,我们将会看到,数学教学的目的,内容以及教学方法都是在不断改变的。当然,数学教学法这门课程也在不断地充实和改变其自身的内容。因此,在一定的历史时期,数学教学法可以有逐渐趋于完善的体系,但却不可能有一个最终完善的模式。随着时间的推移,数学教学法也在不断的发展,甚至要有根本性的变革。因此,墨守陈规,把数学教学领域中曾经起过良好作用的某一原理,原则作为永恒不变的法规,这和

本学科的特点是格格不入的。

当前,由于中学数学教学内容正面临一个根本性的变革,教学理论也正处于彻底更新的时期。因此,符合当前客观实际的教学法理论正处于逐步创立阶段,急于求得一套完整的教学法理论的想法是可以理解的,但不现实。

不过,尽管数学教学法的内容在不断发展,这门学科的一些基本原理却应当具有相对的稳定性。不应当借口数学教学法的发展而一笔抹杀古今中外的有关经验和理论成果。

总之,对待传统的数学教学法内容,既不能因循守旧,也不能朝拾夕弃。

### 三、数学教学法的重要意义。

数学教学法的内容和特点已如上述。可见,它所涉及的绝不是所谓一招一式的教学技巧,而是关系到如何提高中学数学教学质量的重大研究课题。但是,无论在历史上或在当前的中学数学教学领域中,人们对它还缺乏应有的重视。甚至在新教师中,也普遍存在忽视教学方法的偏向。因此,对这个问题作稍为具体的讨论是必要的。

#### 1. 从数学教学工作的复杂性看教学法的重要性。

任何一种工作都需要注意研究其工作方法,以及具体进行工作时的理论指导。而且,工作过程越复杂,就越需要在方法上有所遵循、有所指导。

数学教学正是一种比较复杂的工作,因而特别需要研究其工作方法——数学教学法。

事实上,教学工作要求在最短的时间内教给学生尽可能多的知识,并要求学生理解、掌握和运用得尽可能的好,还要求学生在能力上有尽可能大的提高。由此可见教学工作的复杂性。

另外,由于数学内容是如此丰富,即使是卓有成就的数学家,

要在数学的一个重要分支上无所不知而又处处精通，是不可能的。而且数学的应用又如此的广泛和重要，数学对培养和发展人的能力上的作用又如此的突出。这一切，都使得对中学数学教学的要求越来越高。因此，中学数学教学的复杂性也越来越大。

数学教学的复杂性，还取决于学生在理解和掌握数学知识上存在不同程度的困难，在理解和接受能力上有种种差距和差异。

为了完成如此复杂的教学工作，必须广泛涉及古今中外的成功经验，还要综合运用教学论、心理学、逻辑学等的基础理论和最新成就。所有这些，正是教学法所要解决的。由此可见，数学教学法特别对新教师来说，显得更加重要。

## 2. 数学教学法对新教师的特殊意义。

对新当数学教师的同志来说，数学教学法还有特殊意义。

i. 新教师对中学教材并不熟悉，特别是近年内即将从事教学的同志，他们过去学的是另一套教材，当然对现在要使用的新教材感到生疏。所以，应当从教学法理论中汲取必要的启示，以便更好地理解教材的沿革，教材的发展趋势，以及现行教材的基本内容、基本体系。

ii. 新教师缺乏中学数学教学的具体经验，有一个尽快地去了解、熟悉并掌握这些经验的问题。数学教学法将有助于他们对数学教学工作各个方面的大致轮廓有一个了解和掌握，并有助于他们分清主次缓急，尽快有计划地去丰富自己的教学经验。

iii. 新教师刚从事教学，往往会忙于日常事务工作，而对教学工作的思想性，科学性，计划性很少考虑。在具体教学上，或者是照本宣科，或者是把教材仅作为科学内容来研究，不会把教材作为教学内容来处理。因而对教材的深度广度、系统性、培养性都解决不好，所有这些，也应该从教学法的学习和研究过程中得到一定的解决。

目前，国外有一部分学者认为当前培养数学教师的工作中存在一种国际性的缺陷：高师学生入学时对中学的数学内容是比较熟悉的，但对当时大学的教学要求很不适应。所以，不得不把将来要进一步熟悉的中学数学内容暂时撂在一边，而去尽量适应大学的教学要求。当他们基本上适应大学的教学要求以后，不少中学的数学内容也就遗忘了。但正在这个时候，他们就要毕业去从事中学数学的教学工作，就需要重新去熟悉中学数学的内容，至于在大学所学的高等数学，也就只好暂时撂在一边！一直到他们对中学数学教学有所熟悉，开始要考虑运用大学所学的知识去指导教学工作时，大学所学的不少内容又将遗忘了！

我们认为，这种评价可能过分一点，但不是没有道理的。可以设想，假如未来的中学数学教师在大学学习期间就对中学数学教学有更多的熟悉并有一定的研究，起码对解决上面所说的后一种矛盾会有很大的好处。

### 3. 数学教学法在当前的特殊现实意义。

强调学习和研究中学数学教学法还有特殊的现实意义。

当前国际上中学数学教学法理论正处于重大变革阶段，很多重大问题都没有结论。它亟待人们去研究，去填补空白。同时，中学数学教学工作又正面临一场重大的、根本性的变革，它又迫切地期待着理论上的正确指导。

特别是，我国当前数学教师队伍的水平不是很高，进行教学研究的能力不强。但是，为了实现四个现代化，必须要求中学数学教学质量有个较大的跃进。所以，必须要求在中学数学教学理论上先来个突破！要达到这一点，关键是要大量充实我们的研究队伍。

毫无疑问，即将投身于中学数学教师队伍的青年同志，今后不应当是照本宣科的教书匠，而应当是庞大的中学数学教学研究队伍中奋发有为的新生力量。所以，希望同志们重视这门关系到实

现四化的重要学科，学习它，争取在正式从事中学数学教学实践的时候，也开始从事中学数学教学法的研究活动。

#### 四、数学教学法的基本研究方法。

研究中学数学教学法，要注意以下几点基本要求：

##### 1. 正确地运用唯物辩证法，反对唯心主义形而上学。

中学数学教学法是一门思想性、理论性很强的学科、因而特别需要唯物辩证法的指导。然而，在这个研究领域，历来又是唯心主义形而上学泛滥比较严重的场所。

为此，特别需要强调的是，我们不当囿于某一经典著作的只言片语，而应当全面而正确地运用唯物辩证法的立场、观点、方法脚踏实地地去解决实际问题。也就是说，要从数学教学的特点出发，要从古今中外数学教学的经验和教训出发，对这些经验和教训要有分析、有批判，更要兼收并蓄。另一方面，还要着眼于当前所遇到的、或今后即将遇到的实际问题，而且，解决问题还应当落到实处，要讲究实效。

当然，如何运用唯物辩证法指导中学数学教学，这是一个值得长期深入钻研的课题。上面所谈的，仅是当前需要特别注意的基本要求。

##### 2. 深入调查，研究当前中学数学教学的现状、问题和经验教训。

中学数学教学法是一门活的学科，它需要不断充实新鲜素材，不断更新固有理论。而广大教师丰富多采的实践过程，和我们长期的教学实践中，都必然会蕴藏着丰富的经验和教训，其中不乏可供提炼出新理论的思想火花。所以，善于挖掘、调查，善于总结、积累，是学好教学法的关键，也是从事研究工作的开始。这是每位从事数学教学工作而又希望有所作为的同志必须注意的。

##### 3. 广泛地学习并运用有关学科的知识和方法。

• • •

既然数学教学法是一门综合性的边缘学科，所以必须综合运用有关学科的基本原理，特别是有关哲学、心理学、教学论、逻辑学等方面的一些新观点、新方法，往往能启发我们去思考并解决一系列教学上的问题。不过，在我们学习和运用这些学科的观点和方法时，不应当满足于用数学例子来说明这些学科的某些观点和方法的合理性，而应当力争解决中学数学上的具体问题。更应当争取落实到提高质量，提高教学效果。

同样地，尽管高师毕业生在校时已学习过不少高等数学课程。但是，进一步学习其他有关的数学知识还是重要的。数学科学的新发展、新应用，数学思想和方法的新总结，对中学数学教师来说都是非常重要的学习内容。尤其是中学数学教学需要不断地学习和研究中学数学的思考方法、解题方法等等。如果教师在这些方面能有较大的提高，他的教学水平就会有较大的突破，教学质量也会有较大幅度的提高。

#### 4. 大力开展实验研究活动。

按照常规进行教学，教师当然会提高教学水平、提高研究能力。但是，要有较大的提高，最好要按照一定的目的、计划，从事一定的实验研究，这样既可以研究教材的更新，也可以搞教材处理上的试验、改进教学方法的实验，等等。比如，搞提高学生阅读能力的实验，搞新教材或落实新教育理论的实验，等等，所有这些都是好的实验研究题目。

# 第一章 中学数学课的教学目的和内容

要当好中学数学教师,必须正确、全面而又深刻地理解和掌握中学数学课的教学目的和内容,以及它们的历史沿革和今后的发展趋势。为此,必须了解确定教学目的和内容的基本依据,和需要正确处理好的基本关系。特别是,对新教师来说,更有必要尽快弄清楚这些问题。

## 1.1 怎样确定中学数学课的教学目的

### 一、确定中学数学教学目的的依据。

确定中学数学课的教学目的,要从中学的培养目标出发,同时,也应当以数学的基本特点、学生的年龄特征为基础。

我们知道,中学的目标是培养德育、智育、体育几方面都得到发展的,有社会主义觉悟有文化的劳动者。这就要求各科教学都要包括:传授知识、发展能力、提高思想三个方面的目的。至于这三个方面应该达到什么具体要求,那就决定于学科本身的特点,以及学生在学习该学科内容时的认识特点了。

数学是研究现实世界的数量关系和空间形式的一门科学。或者,更一般地称之为现实世界的量的关系的科学。它的基本特点是应用的广泛性、抽象性和严谨性(即逻辑严密、结论精确)。

我们知道,高速度地发展着的数学科学日益成为一切自然科学和技术的强有力工具,甚至是一切科学的工具。数学应用的广泛性日益明显,日见发展。正是数学的这一根本特点,决定着中学数学课程的重要地位,它还要求中学数学课不仅要传授一定的基

基础知识，更需要发展学生的基本能力。因为只有大力培养并发展学生的基本能力，才能使适应技术更新的需要。只有大力发展学生的基本能力，才能使学学生今后更好地学习新的数学知识，并把学过的数学知识运用到新的生产和科技领域。

数学还具有高度的抽象性和严谨性。所以，数学课程应当充分培养和发展学生的抽象能力和逻辑思维能力。而且，在确定中学数学的基础知识和基本能力时，就不能孤立地从一个概念、一个法则公式是否有用而决定其取舍。事实上，某些数学内容本身的实用价值可能不大，但它对于某些有重大实用价值的知识或能力来说，却是重要的逻辑基础。把它砍掉，虽无损于所选内容的实用价值，却会严重地影响学生学习和掌握某些后继的、有重大实用价值的内容。为此，必须慎重处理，以保证所选取数学内容相对的系统性和严谨性。

确定数学课的教学目的时，也必须慎重考虑学生的年龄特征。它在一定程度上决定着知识和能力的深度和广度。

一方面，考虑到学生智力发展水平的局限和实践经验的短缺，对基础知识和基本能力的要求不能偏深、偏高、偏广。另一方面，考虑到中学生的智力水平和实践经验在教学过程中，必然要有大幅度的发展和丰富。特别是考虑到教学过程是一个特殊的认识过程，它要求在一个特定的环境中，按照一个特定的目的和计划，由经过特殊训练的教师，把特定的内容教给特定年龄的学生。因此，它有可能、而且应当最有利于学生智力的发展和经验的积累。这就提供了一个良好的机会，使我们有可能把一些较抽象、较深奥的现代数学的基础知识，通过适当的方法教给学生。这就为中学数学教学目的的革新提供了极大的可能性。

## 二、中学数学课的重要性。

全面而又正确地理解中学数学课的重要性，是深入领会中学

数学教学目的的重要基础。

目前，多数人对中学数学课的重要性是关心的。中学数学教学大纲充分强调了数学课程在中学教学计划中的重要作用与地位，这是完全必要的。

由于一切事物的特性，或事物间的关系，都在不同程度上需要通过一定的量的关系来加以描述。所以，数学已经成为现代社会中一般成员必备的科学文化素养，是参加工业、农业、国防和科技工作必不可少的工具，更是学习各种专业知识的重要基础。

另一方面，随着现代科技的发展，数学方法也日益广泛应用于各门学科。甚至，一门学科的成熟程度，往往决定于数学方法的运用。因此，在数学课程中教给学生基本的数学方法，和传授数学知识具有同样的重要性。

数学课程的重要，还由于思维训练的日益重要。众所周知，由于现代科技的发展，使得人们的思维能力既可能、又必要有较大的提高。特别是，现代科技的高度发展，要求任何部门的工作人员，都需要有较广泛而又较专门的知识，并且需要使自己具备的知识和能力经常进行更新。因此，普通教育为了满足社会发展的这种要求，在加强基础知识教学的同时，必须大力加强基本能力的训练。特别是各种基本的数学能力，以及一般的思维能力。因此，数学课程在中学教学计划中的地位就更加突出了。

综合以上三方面的原因，中学数学课程的地位日益重要，人们甚至把它与语文、外语并列为中学三大基础课（或工具课），这是完全合理的。

但是，无论数学课如何重要，它也只能是中学全部教学计划中的一个有机组成部分。我们不当、也不允许把数学的重要性夸大，不当片面夸大数学的重要性而影响学生的全面发展。也就是说，应当在强调全面发展的前提下，突出数学的地位与作用。

围绕数学课程的重要性，历来存在两种错误倾向。

一种倾向是：认为数学课重要，但只是对准备升大学，或是理工科的学生重要。他们不了解数学对各行各业都有普遍的重要性，不了解提高全民族数学水平的重要意义。因此，他们一方面认为数学对准备升学的人重要，另一方面又认为数学对未来的工人、农民无关紧要。所以，他们仅抓部分人学好数学，而对多数学生的数学水平漠不关心。毫无疑问，这种态度必须予以纠正。

另一种倾向是过分强调中学数学课的重要性，因而造成严重的偏科现象。不少老师和家长往往“优待数学”，给学生深深地打下了数学重于一切的烙印。在对数学教学的要求上，又往往偏高、偏难。因而使相当一部分学生或是对数学疲于奔命，或是对学好数学、甚至对学习都丧失信心，于是就影响了学生的全面发展。

诚然，中学应当承担义务，去发现、培养和发展学生的特殊才能与兴趣。对那些具备一定数学才能的学生，应当予以特殊的注意和培养。但是，这样的学生毕竟只是极少数。因此，按培养数学家那样地要求一般学生，就把数学的重要性夸大到不应有的地步。事实上，即使是对未来的数学家来说，中学阶段也应当在全面发展的基础上，去发挥其对数学的兴趣与才能。

总之，应当对中学数学课的重要性有充分而又恰当的理解和对待。只有这样，才能正确地掌握数学课的目的要求。

### 三、中学数学教学目的的发展性。

不同历史时期对中学数学教学提出不尽相同的要求，这是由当时的政治情况，生产发展和科学技术水平，以及数学发展水平所决定的。而且，中学数学教学不仅要考虑到当前的社会要求，还要考虑到今后相当一段时期的社会需要。

在二十世纪八十年代，在实现四个现代化的征途中，考虑我们的中学数学教学目的，就应当有时代的气息，要有时代的特点。归

结到一点，就是要真正地、严肃地考虑如何实现为四化服务的问题。真正地、为四化服务，必须集中体现时代的社会政治、经济和科技发展的需要，而且，不仅考虑当前的需要，也要考虑今后相当一段时期的需要，这是大家都容易理解和乐意接受的基本原则。但是，当涉及到具体落实时，理解上会有各种各样的分歧。

问题在于数学发展并不以否定传统内容为前提，而是在传统内容的基础上作进一步的拓广。不管新的数学分支、新的数学理论如何层出不穷，但是，传统的初等数学基本上并没有丧失其生命力。初等数学的基本概念、基本规律和基本方法，不仅渗透到近代数学中，而且也是现代数学的重要基础。所以，中学数学教学目的，就有个继承性和发展性的关系问题。

我们认为，随着社会的发展，儿童的认识水平得到很大程度的提高。因此，对传统知识的理解和掌握过程，对传统能力的培养、传统训练的完成，都有可能大大缩短。另一方面，由于教学水平的提高，特别是教材编写水平的提高，就可能用较短的时间处理好传统内容。

传统数学内容在知识上是比较单纯的。教学过程的大部分时间是花费在能力的培养上。在过去的教学过程中，能力的培养是不自觉的、无计划的。它主要靠学生独自从观察教师的解题和教学过程中摸索出一定的规律性。因此，假如今后在能力培养上能更有目的、更有计划地进行，就可以大大节省时间。特别是，既然传统数学与近、现代数学的关系是如此密切，传统数学的知识和方法都在近、现代数学中经常出现，这就提醒我们，某些传统知识的巩固与加深，某些传统能力的训练，可以在讲授近、现代数学基础知识的过程中进行。

由此看来，确实不应当再把五、六十年代，甚至是三十年代的教学目的因袭不变，必须从四个现代化的目的出发，顺应当前国际