

$\wedge R x z$

$R x y \quad \square$

$\diamond(\square p \wedge \neg q) \wedge \diamond(\square q \wedge \neg p)$

$p \quad \forall$

卷III

逻辑之门——约翰·范本特姆经典著作

模态对应理论

[荷] 约翰·范本特姆 著
张清宇 刘新文 译
刘奋荣 校



科学出版社
www.sciencep.com

卷Ⅲ

逻辑之门——约翰·范本特姆经典著作

模态对应理论

〔荷〕约翰·范本特姆 著
张清宇 刘新文 译
刘奋荣 校



科学出版社

www.sciencep.com

图书在版编目 (CIP) 数据

模态对应理论/〔荷〕约翰·范本特姆著；张清宇，刘新文译；
刘奋荣校。—北京：科学出版社，2010.7

(逻辑之门：约翰·范本特姆经典著作；Ⅲ)

ISBN 978-7-03-027865-4

I. 模… II. ①范…②张…③刘… III. ①模态逻辑-文集
IV. ①B815.1-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 104984 号

责任编辑：胡升华 郭勇斌 / 责任校对：张 琪

责任印制：赵德静 / 封面设计：无极书装

编辑部电话：010-64035853

E-mail: houjunlin@mail.sciencep.com

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010年7月第一版 开本：B5(720×1000)

2010年7月第一次印刷 印张：16 1/2

印数：1—2 500 字数：333 000

定价：56.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

逻辑之门——约翰·范本特姆经典著作

顾 问 约翰·范本特姆

主 编 刘奋荣

丛 书 序

逻辑学是一门古老的学科，它的历史可以追溯到古希腊、印度和中国。逻辑学发展到今天，已成为一门基础学科，越来越具有交叉性。许多学科，从数学到人文学科、从计算机科学到社会科学，在这里交汇。所以，进入逻辑的世界将会使我们掌握整个学术研究领域的基础、工具和方法。

约翰·范本特姆是当今著名的逻辑学家。他从 20 世纪 70 年代开始就活跃在逻辑研究的很多领域，是发展这种现代逻辑观的领军人物。他的学术研究不仅涉及纯粹的数学基础领域，而且还涉及许多其他的应用领域。约翰·范本特姆是著名的阿姆斯特丹大学的逻辑、语言和计算研究所的创始人。他是欧洲逻辑、语言和信息学会的第一任主席。同时，他还是斯坦福大学的哲学教授，是中山大学的客座教授。“逻辑之门”这套丛书的宗旨是让中国的读者更系统地了解他的学术研究及他对逻辑未来发展趋势的一些看法。丛书包括约翰·范本特姆的经典论文和专著的译文。这些著作涉及的主题有：关于信息、进程和智能互动的模态逻辑；自然语言中范畴语法和量词语义的逻辑；逻辑与认识论和科学方法论之间的相互影响。

总之，本丛书将会呈现给读者一个崭新而活跃的研究领域，在这里逻辑、哲学、数学、计算机、语言学、社会科学和认知科学之间互相交叉和渗透。本丛书的译者都是活跃在中国逻辑界从事现代逻辑教学和研究的学者，他们的工作将会为读者开启一扇进入广阔的逻辑世界的学术之门，也将会对进一步开展国际学术交流、全面实现中国的逻辑研究现代化、实现中国的逻辑研究同国际逻辑研究水平的全面接轨起着巨大的促进作用。遵诸位忘年友之嘱，是为译序。

张家龙

2007 年 7 月 24 日

作 者 序

模态逻辑产生于 20 世纪初期。当时，模态逻辑是用来分析哲学概念的一个工具，譬如，对必然和可能的概念以及具有类似结构的其他概念进行分析。照此，模态逻辑似乎是外延经典逻辑的一种附加物，在某种意义上说，甚至是对经典逻辑的一种背离。然而，1960 年左右可能世界语义学产生时，最突出的一个成就是发现了模态公理和可能世界可及关系的经典条件之间的密切关系。例如，模态逻辑 S4 对于自返传递模型是完全的。紧接着许多类似的结果出现。但是，直到 1970 年左右大家才找到这种联系更为一般的原因。本书就是从语义的角度对这些原因进行探讨。本书既包括此项研究在 20 世纪 70 年代的状态，也包括近年来的一些后继工作。

模态逻辑和经典逻辑的一个重要联系是模态公式到一阶公式的所谓“标准翻译”，这样得到的一阶公式在可能世界关系模型上等值于模态公式。因此，我们可以把基本的模态语言看做是一阶语言的一个可判定的片段，这个片段是经典逻辑典型的可用部分。事实上，这个部分可以通过非常具体的语义方式来刻画，即在模型之间它是对互模拟不变的。这就形成了对模态语言（包括基本模态语言的扩展）的一般看法：模态语言是一阶语言的一个精心选择的片段，它既有一定的表达力又有很好的计算属性。实际上，这就得到了经典逻辑的一个“微细结构”，它们以一族模态形式系统出现，这些系统本身的性质和相互之间的关系仍然是当今研究的热门领域。

不过，还可以从另外一个视角看问题：不管如何解释公理中的原子命题，我们都可以把模态公理看做是在表述纯粹可及关系之间的性质。如果这样思考问题，模态语言就变成了二阶语言的一个片段。我们知道，二阶语言是对命题（被看做是世界的集合）进行量化。这就是本书“对应理论”的切入点。书中探讨了由模态公理表达的关系属性的结构，首先从一些有趣的现象入手，即具有哲学传统的许多模态逻辑可以证明是在定义可及关系简单的一阶属性，有各种各样的定理来对此做出解释。此外，更复杂的情形也得到了研究。例如，可证性逻辑中的洛伯公理，它定义的性质不是一阶的，因此更复杂。最后，我们还利用一些在研究模态技巧时获得的经验来探讨二阶逻辑。

作者序

本书技术性很强，对许多问题的研究成果最终都体现为一些数学定义、定理和新方法。在本书的第二部分，我们还增加了几篇新近的技术性论文，用最新的例子说明这样的研究和观点在今天仍然很活跃。

也许可以说，本书的关键是要发展模态逻辑和经典逻辑并行的观点。我们找到了两者之间的联系，对此进行了系统的研究，得到各种各样的结果。从数学的观点看，好的思想可以在两个方向流动。一方面，我们用经典模型论和代数的技巧证明模态逻辑中的一些结果；另一方面，我们也用模态的技巧证明经典逻辑的新结果。从哲学的观点看，那种反对“非经典”的模态逻辑、寻求经典逻辑和非经典逻辑之间严格分界线的做法变得毫无意义。事实上，模态逻辑和经典逻辑之间的关系相当和谐，在很多方面它们都是相互关联的。确切地说，模态词像量词，而量词也像模态词。

这本专著的很多材料一直以来都不太容易获得。因此，我非常感谢张清宇研究员主动提出要翻译此书，也非常感谢他和刘新文博士为翻译付出的辛劳。同时，我也感谢“逻辑之门”系列丛书的主编刘奋荣为本书的出版所做的努力。

约翰·范本特姆

2009年5月

译者序

约翰·范本特姆教授是当今最著名的逻辑学家之一，学术研究涉及模态逻辑、语言逻辑、博弈逻辑及逻辑哲学等领域。从20世纪70年代到现在，他出版了6部专著和约450篇学术论文，主编了4部具有权威性的逻辑手册，其影响从学术界对他著作的引用程度可见一斑。本书得到了阿姆斯特丹大学的支持，旨在将范本特姆教授的著作翻译成中文，使其在中国内地、香港和台湾等华语地区得以更为广泛的传播。

本书作为四卷本翻译项目中的第三卷，共分上、下两篇，上篇是作者在其1976年的博士学位论文基础上出版的《模态逻辑和经典逻辑》一书，是本翻译项目中唯一一部专著，下篇是作者2005年以来发表在《符号逻辑杂志》等刊物上的三篇论文，主要内容都是范本特姆教授20世纪70年代以来对逻辑学研究最著名的贡献——“模态对应理论”。对应理论、完全性理论以及对偶理论并称为模态逻辑研究中的三大支柱理论。70年代，范本特姆教授研究了模态语言的数学模型论和它们跟一阶及二阶逻辑的联系，创造了一个系统的、论述框架类的模态对应理论，主要结果包括初等模态公式的刻画、典范可定义模态框架类的刻画以及模态可定义性结果向二阶逻辑的推广。这一研究还引出模型之间的互模拟(bisimulation)概念，也因有断定模态语言应刻画为由那些对互模拟不变的一阶公式所组成的定理而更为突出。这工作在方法论上的主要冲击就在于“并行观点(tandem view)”的重要性，模态观点和经典观点同时用于理论和实践。关于这一领域的最新综述，请参阅范本特姆教授为影响巨大的多卷本《哲学逻辑手册》撰写的章节“对应理论”；这一综述已经在本丛书第一卷《逻辑、信息和互动》作为第一章出版了，译者为刘奋荣和余俊伟。同时，范本特姆教授专门为本书撰写了“作者序”，并为上、下两篇分别撰写了新的引论，详细介绍了这一主题的历史背景和研究动机，对于读者把握本书的精髓并对模态对应理论进行深入研究都将起到极其重要的作用。

本书后面有两个附录，其中的“附录一：约翰·范本特姆小传”为我们从整体上快速了解范本特姆教授对逻辑学的贡献提供了一个捷径。

本书在翻译过程中得到过许多人的帮助。中国政法大学逻辑研究所的硕士生

译者序

谢唯彬、张娟在整理和录入方面提供了大量的帮助，书中的很多图形和公式是在清华大学哲学系博士生马明辉的帮助下处理完成的，浙江大学人文学院博士后裘江杰详细阅读了本书初稿，并对译文提出了大量有益的意见和建议，简直可以作为本书校对者之一列于封面。当然，我们还是希望广大读者朋友对于我们的翻译工作提出任何形式的批评、意见和建议，以促进我们今后工作的提高。根据以往的经验，为了便于读者查阅，我们把上篇书中的索引以及下篇论文中出现的术语、人名翻译之后，另外做了一个术语和人名的“汉英对照”作为附录二的次级附录。

在翻译的过程中，刘奋荣做了大量的准备，并承担了本书的最后校对工作，我们就遇到的问题和作者之间进行了大量的电子邮件联系，还在作者对北京的多次学术访问期间作了当面交流，对于本书的效率和质量起了重要作用。本书完稿时正值范本特姆教授访问北京，我们于2008年10月在清华大学举办了一个小型的研讨会，译者和作者进行了富有成效的交流。该会议得到了中国逻辑学会的大力支持。

我们对以上提到的所有人员和单位表示衷心的感谢！同时感谢阿姆斯特丹大学对本项目的资助，感谢科学出版社科学人文出版中心胡升华主任和郭勇斌编辑为本书的出版所付出的艰辛劳动！

中国社会科学院哲学所逻辑室

张清宇 刘新文

2009年5月

前 言*

本书是我的博士论文“模态对应理论”^[5]和补充报告“作为二阶逻辑的模态逻辑”^[7]的一个改述。我想要重复我在前者中所作的谢辞。

我的“导师”洛伯和“校外审查员”托马森以他们建设性的批评给予了我无价的帮助。我也非常感谢艾克霍恩-皮格女士，感谢她用打字机打出了我的博士论文和补充报告。实际上，阿姆斯特丹大学逻辑和数学基础教研室（Vakgroep Logika en Grondslagen van de Wiskunde）的全体工作人员一直是我所获得的鼓励、忠告和经常性积极帮助的一个永不枯竭的源泉。这里我特别提到布洛克、杜茨、德漾（在博士论文撰写的关键阶段他非常慷慨地给予了我帮助）以及特鲁斯特拉。至于活跃在模态逻辑领域的人们，我从法因、戈德布拉特、萨奎斯特、塞格伯格和托马森等人的论著中学到了许多东西。

我还应当感谢在克拉科（Krakow）的 Jagiellonian 大学的佩扎诺夫斯基，没有他的耐心劳作这本书就不会存在。由于事情的发展超越了他和我的控制，从1978年本书的完成到正式出版经历了一段漫长曲折的路程，由荷兰经波兰直到意大利。正是冈特纳主持了这一游程的最后阶段，终至成书出版。

不过，最应该感谢的是我的父母，谨以此书献给他们：

布雷姆·范本特姆

安妮·埃杰蒙特

* 本前言原为《模态逻辑和经典逻辑》的前言

目 录

丛书序	i
作者序	ii
译者序	v
前言	vii

上篇 模态逻辑和经典逻辑

引言	4
记号和术语	7

第一部分 模态命题逻辑的简要概述

1 历史背景	12
2 可能世界语义	16
3 可定义性	27
4 模态代数	40
5 公理化理论	45
6 完全性	50

第二部分 模态公式的一阶可定义性

7 局部的和全局的一阶可定性	60
8 一阶可定义性的模型论刻画	67
9 代入方法	73
10 否定一阶可定义性	85
11 相对的一阶可定义性	94
12 模态谓词逻辑	101
13 模态公式的保持类	106

第三部分 模态可定义性

14 模态可定义的初等框架类	112
----------------------	-----

目 录

15 一阶公式的保持结果	118
16 模态可定义的框架类	135

第四部分 高阶可定义性

17 全称二阶语句	144
18 二阶逻辑	159
19 有穷类型论	168
参考文献	172

下篇 模态对应理论新进展

1 极小谓词、不动点和可定义性	179
2 模态框架对应和不动点	199
3 事情总要翻过来看!	219

附 录

附录一 约翰·范本特姆小传	232
附录二 英汉/汉英专业术语、人名对照表	236
致谢	249

上篇

模态逻辑和经典逻辑



本书的主体内容是我 1977 年的博士论文“模态对应理论”。论文的指导老师是洛伯教授 (M. H. Löb)。论文的完成也得到了其他几个同事的帮助,我想在这里提到的有:布洛克 (W. J. Blok)、德漾 (D. H. J. de Jongh)、托马森 (S. K. Thomason) 以及特鲁斯特拉 (A. S. Troelstra)。后来,我的研究得益于跟许多模态逻辑学家的交往,譬如法因 (K. Fine)、格拜 (D. Gabbay)、戈德布拉特 (R. I. Goldblatt)、塞格伯格 (K. Segerberg), 还有很多其他人。当时,在完成了博士论文之后,我还有不少进一步的想法,于是写了一些后继报告和一系列的论文,发表在《符合逻辑杂志》(*Journal of Symbolic Logic*)、《逻辑研究》(*Studia Logica*) 和《理论》(*Theoria*) 上,从而形成了本书的主要材料。

以上研究的结果就得到了对应理论,这对于 20 世纪 70 年代模态逻辑的“数学转向”是很典型的,这使得模态逻辑的发展远远超越了它的哲学的历史根源。特别是,模态逻辑与一阶逻辑和二阶逻辑之间的联系也得到了深入的探讨。许多结果现在已经成为模态逻辑的标准主题,例如,萨奎斯特 (H. Sahlqvist) 对应定理,戈德布拉特-托马森定理,还有很多我自己用来分析与模态公理对应的关系属性的结果和方法。我们可以从两个方向看待对应理论:一方面,给定的模态公理表达的是什么;另一方面,哪些经典性质能够用模态公式表示?而且,对应理论使用了各种各样的技巧,从模型论到泛代数,此外,我们也讨论了演绎系统、完全性定理和不完全性现象等。

这部专著的一个简要概述是 1984 年出版的《哲学逻辑手册》中的“对应理论”的那一章。那一章的最新版本已经被译成中文,包括在“逻辑之门”第一卷中。新版本叙述了本书的研究之后出现的一些发展。这里我想提及一些:1993 年的论文“再次讨论模态框架类”(*Fundamenta Informaticae*, 18: 2/3/4, 307 ~ 317), 这篇论文给出了戈德布拉特-托马森定理的纯模型论的证明,也进一步分析了代数方法和模型论方法的关系。还有,腾卡特 (B. ten Cate) 的博士论文“扩展模态语言的模型论”(*Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam*, 2005), 他解决了本书提到的几个开放的问题,特别是关于在带命题量词的语言中如何刻画模态可定义性的问题。最后,由布珥 (R. A. Bull) 撰写的关于本书的一个书评,发表在《符号逻辑杂志》[1987, 52 (2): 557 ~ 558], 也值得一读。

最后,我想谈谈关于本书出版的故事。这本书的手稿一完成,我的朋友佩扎诺夫斯基 (J. Perzanowski) 就建议在华沙的 Ossolineum 出版社出版,我甚至事先得到一笔稿酬,于 1980 年在波兰开了一个银行账户。读者可以想象,这对于一个西方逻辑学者而言,可算得上是一件惊险的事情……不幸的是,波兰的出版未

能成功。最终，在冈特纳（F. Guentner）的提议下，这本书于1983年在那不勒斯的 Bibliopolis 出版社出版。本书的出版得到了该出版社老板兼创建人弗朗哥（Francesco del Franco）的支持，他相信出版的文化价值，也相信要在长时间的晚宴与意大利美酒中讨论关于出版的事情。我感谢在我学术生涯的形成阶段所有人给予的热情支持和鼓励。

引 言

关于此书内容的研究始于 1972 年。这一研究受启发于克拉贝 (E. C. W. Krabbe)^[42] 中所作的一个说明和塞格伯格在论文^[69] 中所作的一个讨论。后一论文专注于证明模态逻辑的完全性定理, 下述结果是其一个简单的例子。一个模态逻辑为由 $Lp \rightarrow LLp$ 公理化的正规模态逻辑 (这里 “ L ” 表示 “必然”), 当且仅当它在所有其择代关系具有传递性的框架上成立 (称一个模态公式为在一个克里普克 (S. A. Kripke) 框架上成立, 是指它在该框架上的每一个赋值下都为真)。接着克拉贝观察到, 在任意一个克里普克框架上, $Lp \rightarrow LLp$ 成立, 当且仅当该框架的择代关系具有传递性。换句话说, 他给出了模态公式 $Lp \rightarrow LLp$ 和定义传递性的一阶语句 $\forall x \forall y (Rxy \rightarrow \forall z (Ryz \rightarrow Rxz))$ 之间的一个直接的对应。

由于算子 L 在克里普克语义中的作为就像一个受限的全称量词 (对于在其中进行计值的世界的所有 R -后继), 故而在上述两个公式之间有一种语形上的相似性, 二者都包含有两个这类量词的一个嵌套序列。这个简单的观察开启了一种研究, 即把那些表达一阶关系性质的模态公式翻译成描述这些性质的一阶公式的语形转换过程。菲奇 (F. B. Fitch) 的论文^[26] 为形如 $M_1 \cdots M_k p \rightarrow M_{k+1} \cdots M_{k+l} p$ [这里 $k \geq 0, l \geq 0$, “ M ” 表示 “可能”, “ M_k ” 表示 “ $M \cdots$ (k 次) $\cdots M$ ”, 并且 $M_i = L$ 或者 M ($1 \leq i \leq k+l$)] 的模态公式构造这样的等价式, 可作为此项研究的一个进一步的激励。可惜, 在 1973 年, 有结果表明以此方式得到的结果已经由萨奎斯特给出^[66]。不过, 得到它们的方法仍具有某种独立的趣味, 因而将在第 9 章中阐述。

当系统表述定义一阶性质的模态公式的语形标准时 (上述研究的一个必要条件), 重要的是要有一种方法来说明某些模态公式并不定义这类性质。依据于骆文汉姆-斯科伦定理的一个应用, 这样的方法被发现并发表在 [1] 中, 此结果表明我们所熟知的公式 $LMp \rightarrow MLp$ 并不定义择代关系的一阶性质。报告 [10] 概述了那一阶段 (1974 年春) 得到的结果以及在时态逻辑方面的一些应用。同年夏天, 上述两种方法的一个组合应用产生了关于哪些模态归约原理定义一阶性质的问题的一个完全语形的回答。模态归约原理 (这一名称归于菲奇) 就是形如 $M_1 \cdots M_k p \rightarrow M_{k+1} \cdots M_{k+l} p$ [这里 $k \geq 0, l \geq 0$, 并且 $M_i = L$ 或者 M ($1 \leq i \leq k+l$)]

的模态公式。注意，许多熟知的模态公理都具这种形式，例如， $Lp \rightarrow p$ ， $Lp \rightarrow LLp$ ， $MLp \rightarrow p$ ，等等。这个结果发表于 [8] 中。

一篇未发表的论文^[2]研究了文学解释的模型论处理^①，托马森发现了其中的一个错误，这就导致了定义一阶性质的模态公式的一个语义刻画，它们被刻画为对超幂保持的公式。文献 [6] 利用戈德布拉特的一个引理（参看第 8 章），以一种简化的形式叙述了这一事实最初所用到的证明。

1975 年，我决定用 [1]、[6]、[8] 三篇论文作为博士学位论文的基础，论述模态公式和一阶关系性质之间的联系；这三篇论文都发表在《符号逻辑杂志》上。伴随它们一起的有关于这一研究主题的一个综述，后来发展成一本书^[5]，其中包含若干新问题，例如，第 15 章中的保持性结果。本书自始至终都把模态公式当做一种特殊的二阶公式来考虑。这一观点受到来自（[77] 中）托马森的证明的推动，托马森证明了二阶语义后承概念可以归约到模态逻辑的语义后承概念（至于更多的细节，参看第 1 章）。尤其要强调的是，随后的报告 [7] 包含有不再能加入到 [5] 中的“附录和补遗”。事实上，[7] 的大部分内容都只论述二阶逻辑（参看本书的第四部分）。

迄今为止说到的大部分结果都是利用模型论方法得到的。代数方法 [尽管布珥^[16]和麦金森 (D. C. Makinson)^[55]用得如此有力] 似乎不那么有前途，但是戈德布拉特^[31]和布洛克^[14]的论文表明，代数方法在可定义性方面也许是相当有用的（例如，可以找到等式簇的柏克霍夫刻画）。戈德布拉特的技术可在第 16 章中看到（这一技术的一个特别的应用——所谓的典范模态逻辑的一个刻画——已作为 [3] 出现）。当然，模型论方法和代数方法之间的差别是表面而非实质的，因为（泛）代数终究可以看成模型论中不考虑谓词的那一部分。

可以说，这一研究是关于可定义性理论的。模态语言是被作为定义择代关系的性质的一种手段来研究的，与其他语言的比较也是为同样的目的服务的。例如，下述问题都将在后面得到研究。

- (1) 一个给定的公式何时定义（择代关系的）一个一阶性质？
- (2) 一个给定的一阶性质何时能由一个模态公式（或者一组这样的公式）来定义？
- (3) 什么样的框架类完全可以用模态公式来定义？

对于所有这三个问题，已经有了模型论的回答（分别参看第 8、14 和 16 章）。大家曾经希望可能得到关于 (1) 和 (2) 的纯语形答案。但是，第 7 章和第 9 章

① 这篇论文是有关文学作品（如故事、小说等）的解释——译者注。