

波动理论

● A. И. 苏哈鲁柯夫等 原著

● 王 珊 编译

复旦大学出版社

波动理论

M.Б.维诺格拉

[俄] O.В.鲁登科

A.П.苏哈鲁柯夫

王 珊 编译

复旦大学出版社

(沪)新登字202号

波动理论

王 珊 编译

复旦大学出版社出版

(上海国权路579号)

新华书店上海发行所发行 复旦大学印刷厂印刷

开本850×1168 1/32 印张13.25 字数381,000

1995年2月第1版 1995年2月第1次印刷

印数1—1500

ISBN7-309-01394-8/O·147

定价: 15.00元

第一版序

《波动理论》是为莫斯科大学物理系无线电物理分部的学生开设的一门课程，学时一年。此课程在于使高年级大学生了解不同媒质中，不同物理本质的波的传播规律。所以本书实际上是一本现代波动理论的入门书，更深入的探讨应由专门化课程解决，在莫斯科大学物理系，此类专门化课程涉及的内容是：等离子体电动力学、辐射与物质的相互作用、弹性波与冲击波物理学、电子学、水声学 and 晶体声学、强激光辐射物理学、非线性光学等等。

波动理论教程由波动理论教研室的教师和研究人員写成。P.B. 霍赫洛夫院士多年领导该教研室。他对教学问题十分关注，这反映在选材、课程内容编排和科学水平上。课程中除传统的问题外还反映了非线性波动学中新获得的成果。教材特别注意到解线性和非线性问题的通用近似方法：微扰法、几何光学法、慢变幅度方法和慢变包络法、抛物型方程的准光方法。

1979年

第二版序

在多年教学实践的基础上本书所做的修改增强了教材的可读性，补充了一些新的章节，删除了过于专门的内容，改变了书的编排。全书现分成线性波和非线性波两部分。每章后附加了习题和部分题解。

所做的更动如下：从第一章 § 6 中删去了部分极化波的内容；第二章的 § 1 和 § 2 已重写，增加了 § 8；第四章中修改了 § 1；重组了第五章的内容；第六章中出现了新的 § 1 和 § 2，其中论述了固体和液体表面的波，而 § 3 说明波传播的物理特点；第七章中加了透镜线和开放腔的内容，而在第一版中它们是单独列章的；几乎完全改写了论及辐射问题的第八章，其中新增 § 1—§ 4，删除了波沿地表面传播的内容。

1990年

引 言

§1 波动过程

无论在日常生活中,还是在更深入地研究现象的物理本质时,我们处处都遇到振动与波。然而,一般地说,不可能明确断定是否应该称它们为振动过程或波动过程。企图用方程的类型或由列举某些共同的物理性质来将所研究的现象进行分类是很困难的,因为总能举出不能纳入这种分类的例子。所以,在着手研究如此多种多样的课题时,最明智的办法是依靠直觉观念,从最一般的论点出发。

我们将以几类不同本质的波为例来研究波动过程的最本质的性质(这并不意味着,所有波动过程无例外地都有所研究的性质)。在选取材料时,我们力图只论述那些不太复杂或不太特殊,且与物理学最实用分支有尽可能密切关系的问题。

在我们周围的世界中,表现振动与波动过程特征的现象很多。凡是观察过摆动或水面上的人都有振动与波的概念。尽管情况多种多样,描述方式亦各不相同,但还是可以从不同物理本质的过程中,找出许多共同的东西。研究这些共同的规律,正是振动与波理论专门化课程的研究对象。

围绕某个中心位置(例如,稳定的平衡位置)的局限运动(最常见的是重复)称为振动。当一个现实系统的状态能用理想化的方式,即用有限的一组随时间变化的参量描述时,能够说及振动过程。例如,对数学摆来说,摆线离开垂直位置的偏角就是这样的参量,而耦合振荡回路则有两个参量(初级和次级回路中的电压和电流)等等。振动过程可用一个或几个常微分方程来描述。

波。这是振动以有限的速度在空间的传播。波动过程是现实系统

的更复杂的运动模型,该系统的状态不仅依赖于时间变量,也依赖于空间变量。所以,要用偏微分方程描述这样的过程。

由振动向波动过渡的判据是“准恒稳条件”:即如果系统的特征尺度是 $L < cT$ (c 是扰动传播的速度, T 是可觉察出扰动改变的时间),我们可以将过程说成是集总参数系统的振动过程。当 $L > cT$,认为是波动过程,而系统是分布参数的。

波通常指在系统中允许由非平衡态向平衡态过渡的一种能量传递的最快机制。与此同时不发生物质的显著位移,虽然作为次要现象,有时可能有这种伴随着波传播的位移。

波动过程是物质运动的一种最重要的形式;在某种程度上,波动毫无例外是物质世界所有客体的固有属性。正如微粒子衍射和散射实验所显示的,波粒二象性是物质的基本性质,需要用波函数来描述量子系统的状态。

波动过程——线性的和非线性的——当今已在物理学的不同领域(电动力学,等离子体物理学,光学,无线电物理学,声学,流体动力学等等)中都作了大量的研究。当然,扰动传播的机制之间的差别极大。例如,在液体和气体中弹性波的存在,是因为媒质粒子的集体运动造成交替的稠密与稀薄,结果又引起下一层液体(气体)中的运动。扰动由一层向另一层的传递主要指向粒子运动的方向,因此液体和气体中传播的波是纵波。固体具有切变弹性,它们中传播横波。电磁波的传播是由于空间某点出现的交变电场在相邻点激发交变磁场而产生的,反之亦然。

实现波动过程的物理机制不同只能采用极为不同的方程系和不同的方法来描述。然而,为了解释不同本质的波所固有的最基本的现象——干涉、衍射、色散、反射与折射、散射等等——一般地说,无必要分析原始的、复杂的方程系。简单的效应只用简单的、通常又是普适的数学模型来描述。在下面的论述中,主要对两类(从应用的角度看)最重要的波——声波和电磁波——引用这些简化方程的直观的结论;主要的注意力在于分析由此得出的结论。

在论述现代波动理论时,需特别研究非线性波动过程,这是近来发

现有着许多重要实际应用的较新的一类问题。我们知道在振动理论中非线性过程起着很大作用。非线性振动理论的发展与无线电技术的发展密切相关,因此无线电波的发生、调制和接收过程都与非线性振动过程有关。

至于厘米波和毫米波,波长与收发装置的尺寸相当甚至更短。在此使用的振荡器和放大器(行波管和返波管等等)的工作原理也基于波动过程的规律,还发现了在微波波段表现出非线性特性的材料。

在创建了强超声波源后,就开始研究声波在媒质中传播的非线性效应。当特征参量——压力、密度等——的扰动与它们的平衡值相比不算小时,非线性效应就很显著。例如,强正弦声波在弱耗散媒质中传播一定距离后转变成锯齿波。

光子振荡器的创立使电磁场强与原子内场的强度相当,并因此实现光波相互作用。

声和光场强的增强使波传播时的非线性效应与振动理论中的非线性过程的效应相当,这就产生了两个新的领域——非线性光学和非线性声学,从而极大地扩展了波动现象的应用范围。现在,在其他很多物理学分支中都在研究波的相互作用。

§2 波动方程

双曲型二次偏微分线性方程

$$\Delta u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1)$$

在波动理论中具有很大的意义。方程(2.1)称为波动方程。拉普拉斯算子 Δ ,依问题的不同,用笛卡尔坐标或曲线坐标(柱坐标、球坐标等)来表示; c 是表征媒质性质的常数。第一章将证明,方程(2.1)的解有如传播着的扰动——行波。

方程(2.1)的作用与振动理论中的谐振子方程

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (2.2)$$

相当。对谐振子模型,可以在(2.2)中加上反映非线性、衰减、外力影响(受迫振动)等的附加项,使方程复杂化,对波动也可以在方程(2.1)的基础上作相应的推广。

这样,当存在源或外力时,扰动和波传播的过程用非齐次方程。

$$\Delta u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = f(\mathbf{r}, t) \quad (2.3)$$

来描述,其中 $f(\mathbf{r}, t)$ 表征外力作用的某个函数。

在实际的媒质中,波将能量传递给媒质粒子的不可逆过程(耗散过程)是可能发生的;波传播速度可能成为频率的函数(色散)。应该在波动方程(2.1)中加进附加的线性项 $L(u)$

$$\Delta u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - L(u) = 0 \quad (2.4)$$

以便考虑这些现象。这些项的结构依波与媒质相互作用的物理机制而不同。

方程(2.1)和它的推广(2.3)、(2.4)中的 u 既可以是标量变量(例如,在声波中具有密度或压力增量含义的变量),也可以是矢量变量 \mathbf{u} (例如,电磁波的场强 \mathbf{E} 和 \mathbf{H})

用方程(2.3)、(2.4)描述均匀、各向同性媒质中的波,必需考虑到反映物理问题的初始条件和边界条件才能解波动方程。

关于线性色散和无色散媒质中波的传播问题,关于按给定源确定场的问题,关于均匀媒质界面上波的反射与折射的问题,关于波导、长线中和其他导行系统中波的传播问题等等都可归结为解具有相应边界条件的(2.1)、(2.3)、(2.4)类型的方程。

如果媒质各向异性,则波传播的过程不是用二次,而是要用更高次(例如4次)的双曲型方程来描述,只有对各向异性媒质中波动过程的特性作特殊假定,才能把这类双曲方程化成二次的。研究光波在晶体中的传播、等离子体在磁场中的或在铁氧体的电磁波、在各向异性固体中的弹性波等时都会碰到这种类型的题目。

如果媒质是不均匀的,即媒质的性质有规则地或随机地依赖于坐

标,则描述波动过程的方程可化成类似(2.1)或(2.3)的形式。然而,此时 c 不是常数,而是坐标的函数: $c(x, y, z)$ 。用这种类型的波动方程可描述低频声波在海洋中以及电磁波处在对流层和电离层中传播的过程。

简谐波在波动理论中具有特别重要的意义。描述简谐波的函数 $u(x, y, z, t)$ 可表示成

$$u = A(x, y, z) \exp(-i\omega t) \quad (2.5)$$

这里 A 是复数。将(2.5)代入(2.1),得 $A(x, y, z)$ 的方程

$$\Delta A + k^2 A = 0 \quad (2.6)$$

其中 $k^2 = \omega^2/c^2$ 。如果将(2.5)代入(2.4),我们又得到方程(2.6),但此时 k^2 以更复杂的方式依赖于频率。一般说, k^2 是复数。 $k^2(\omega) = [k'(\omega) + ik'']^2$ 。方程(2.6)称亥姆霍兹方程或导出的波动方程。它的求解比方程(2.1)和(2.4)更简单。特别是当简谐波的传播速度 $v = \omega/k$ 依赖于频率(即显著色散)时更是如此。所以,在色散的线性媒质中(其中波的叠加原理成立),以简谐波的总和来表示以复杂的方式依赖于时间的扰动。

当媒质中激发强场时,描述扰动传播的过程的方程已不能化成线性波动方程。考虑到非线性项,方程是

$$\Delta u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = L_1(u) + L_2(u^2) + L_3(u^3) + \dots \quad (2.7)$$

这里 L_1, L_2, L_3 是某些线性算子。方程(2.7)中保留 L_2, L_3, \dots 项便能描述波在媒质中传播的各种非线性效应。在非线性的课题中,由于不同频率的波之间相互作用,叠加原理不成立。这时,波相互作用的特征极大地依赖于过程的色散及非线性性质。在非线性光学和非线性声学中会广泛地研究此类问题。

这样,波动理论的任何问题都可以归结为求表征波动过程的量在时间和空间中的行为。问题分为两步。起初必须利用描述媒质中波动场的原始方程系(例如,电磁场的麦克斯韦方程或连续媒质中的力学方程),然后根据课题的具体条件作一系列简化,获得(如果原则上可能的话)以上所列举的一种波动方程,同时也形成初始条件和边界条件。第

二是根据给定初始条件与边界条件解这个方程，并在物理上分析所得结果。



目 录

第一版序	1
第二版序	2
引 言	3
§ 1 波动过程	3
§ 2 波动方程	5

第一篇 线 性 波

第一章 均匀、各向同性媒质中的平面波	3
§ 1 平面波	3
§ 2 液体和气体中的平面声波	6
§ 3 各向同性固体中的纵波与横波	13
§ 4 均匀、各向同性媒质中的平面电磁波。	17
§ 5 能量流	23
§ 6 电磁波的极化	25
§ 7 平面波在平面界面上的反射与折射	27
习 题	36
第三章 色散媒质中的波	42
§ 1 色散媒质中的波包	43
§ 2 信号在色散媒质中的传播	53
§ 3 色散媒质中电磁场的物质方程	59
§ 4 色散与吸收间的关系。克喇末-克朗尼格色散关系	63
§ 5 电磁波在电介质中的色散	67
§ 6 介电常数和含自由电荷的媒质中波的传播	72
§ 7 波在弛豫媒质中的传播	75
§ 8 色散律和演化方程	78

§ 9	色散媒质中电磁场的能量	81
§ 10	考虑空间色散时电磁波在媒质中的传播	85
	习 题	91
第三章	波在各向异性媒质中的传播	98
§ 1	电磁波在各向异性媒质中传播的一般规律	99
§ 2	平面波在晶体中的传播	101
§ 3	晶体的光学性质	105
§ 4	旋磁媒质、恒磁场中等离子体的介电常数张量	112
§ 5	在旋磁等离子体中高频平面波的传播	116
§ 6	大气哨声的传播和金属中螺旋波的传播	123
§ 7	低频波和磁流体动力学波在等离子体中的传播	124
§ 8	电磁波在磁回旋媒质(铁氧体)中的传播	129
	习 题	135
第四章	周期结构中的波	140
§ 1	具有弱周期不均匀性的连续媒质	140
§ 2	马丢方程和希尔方程	145
§ 3	间断结构中的波	149
	习 题	155
第五章	波在不均匀媒质中的传播	159
§ 1	几何光学近似	160
§ 2	分层不均匀媒质中的射线	166
§ 3	几何光学近似下平面分层媒质中的波场	172
§ 4	平面分层媒质中复振幅方程的精确解	176
	习 题	179
第六章	导行波	183
§ 1	液体表面的波	183
§ 2	各向同性固体表面的瑞利波	185
§ 3	层中的波导传播	188
§ 4	金属波导中的电磁波	192
§ 5	波导中的能流,波导中波的衰减	190

§ 6	空腔谐振器	205
§ 7	长线中的波	211
§ 8	介质波导	214
§ 9	单根金属线	220
	习 题	222
第七章	局限波束的传播、绕射(衍射)	226
§ 1	克希霍夫方法	226
§ 2	平面波的角谱	230
§ 3	利用克希霍夫积分计算衍射场的近似方法	234
§ 4	衍射理论中的抛物型方程。准光近似	239
§ 5	透镜线	247
§ 6	开放谐振腔	250
§ 7	局限波束的反射	257
	习 题	260
第八章	波的辐射	265
§ 1	用调制辐射对声的热激发	265
§ 2	运动产热区对声波的激发。波共振	268
§ 3	运动点电荷	271
§ 4	由媒质的非线性所产生的二次波源	276
§ 5	电磁场的源	282
§ 6	赫兹矢量的积分方程	284
§ 7	电偶极子在均匀媒质中的场	287
§ 8	表面电流和表面电荷的电磁波辐射	290
	习 题	292

第二篇 非线性波

第九章	弱色散媒质中的非线性波动过程	297
§ 1	简单波	297
§ 2	简单波中的非线性相互作用	302

§ 3	破碎波的传播	304
§ 4	耗散媒质中的非线性波	309
§ 5	色散媒质中的非线性波	317
§ 6	强波束	323
	习 题	330
第十章	波在色散媒质中传播时的非线性效应	336
§ 1	非线性波方程及其分析方法	337
§ 2	二次谐波的发生	344
§ 3	分裂不稳定性. 参量放大与振荡	349
§ 4	不平衡媒质中波的破碎不稳定性	353
§ 5	波的自作用、非线性色散和非线性吸收	355
	习 题	358
第十一章	波包和波束的相互作用	361
§ 1	二次非线性媒质中的波包包络方程	361
§ 2	用短脉冲在群速失配条件下产生二次谐波	365
§ 3	波包的分裂不稳定性	369
§ 4	互耦三频率的包络孤立子	374
§ 5	激发二次谐波时的衍射效应	376
	习 题	381
第十二章	波束与波包的自作用	383
§ 1	非线性准光学	384
§ 2	非线性几何光学	386
§ 3	波在非线性质媒质中的衍射	392
§ 4	波束的波导传播	396
§ 5	波包的自压缩和包络孤立子	401
§ 6	波前的转换	404
	习 题	408

第一篇 线性波

