空气动力学基础

空气动力设计的基础

中 册

〔美〕

Arnold M. Kuethe
Chuen-Yen Chow 著

南京航空学院

1980.

空气动力学基础：

空气动力设计的基础

中　册

〔美〕Arnold M. Kuethe　Chuen-Yen Chow著

俞元亮　　严重中　译

南京航空学院　1980

目　　录　　页次

第七章　可压缩流体引言

7.1 范围

第七章到第十三章描述高速飞行中物体空气动力特性出现的变化。在前几章中，研究了理想流体绕固体的流动的基本概念。指出了与理论一致的情况以及理论与实验不一致的情况。出现不一致的情况有些是由于将流体看作无粘性而造成的。另一些则是因为假定空气是不可压缩的。

表示可压缩流特性的一个相似参数*是马赫数，它是空气速度和音速之比。不可压缩流体考虑对低马赫数流动来说是一个很好的近似，然而当马赫数增加时，整个流动里密度的变化变得越来越大，因而取密度为常数所包含的近似变得越来越差。

由于空气既是粘性的又是可压缩的，所以流动将依赖于马赫数、雷诺数和第十四章中定义的其他相似参数。然而，粘性效应局限于薄附面层内（除了出现流动分离的地方之外）的假定是许可的。因而主流近似地只取决于马赫数。因此，第七章到第十三章的分析一般限于可压缩无粘性流，举了一些实验数据说明粘性改变这些结果到什么程度。

在前几章中被看作为常数而现在必须作为变量来处理的物理量是密度和温度。由于增加了两个未知量，为了解可压缩流问题就需要有附加的方程，这些方程是从有关能量概念和理想气体特性的经验知识得到的。在第八章中简要描述这些经验原理，并根据它们导出必要的数学方程。在第九章和第十章中，用这些方程揭露亚音速流和超音速流的本质。第十一章讨论线性化可压缩流，第十二章及第十三章分别介绍可压缩流中的翼型及机翼一机身组合体。

---

* 相似参数在第一章和附录A中讨论。

在第二和第三章中，用场属性将应用到固定身分的流体元的质量、动量守恒原理写成了公式形式。所得到的方程是很一般的，无论流体是可压缩的或不可压缩的，这些方程都适用。根据这些守恒原理，导出了连续性和平衡方程，还导出了无旋性条件以及有关流函数和速度位的概念。本章其余几节从可压缩流应用的观点讨论每个已导出的关系式。

7.2 连续性方程— 流函数

一般的非定常可压缩流情况的连续性方程由方程 2.13 给出。

$$\mathrm{div}\rho\vec{V}=-\frac{\partial\rho}{\partial t} \tag{1}$$

将方程 1 展为直角座标形式就可以很快地证明它可以写成为

$$\rho\,\mathrm{div}\vec{V}=-\frac{\mathcal{D}\rho}{\mathcal{D}t} \tag{2}$$

对于 ρ 为常数的情况，实质导数等于零，方程 2 取不可压缩流理论的熟知形式。

二维定常可压缩流的流函数是可以定义的，只要密度 ρ 包含在定义内。依照 2.6 节的论证，流函数 Ψ' 可以这样求出，即流动里任一点的速率为

$$|\vec{V}|=\frac{1}{\rho}|\mathrm{grad}\Psi'| \tag{3}$$

且速度的方向由曲线族

$$\Psi'=常数 \tag{4}$$

给出。速度沿任一方向 s 的分量可以通过沿与该方向的左边成直角的方向微分流函数得出。

$$V_s=\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial\Psi'}{\partial n} \tag{5}$$

式中n的方向和s的方向垂直。

7.3 无旋性—速度位

2.7节中定义的旋度向量$\vec{\omega}$不包含密度，因此可压缩流或不可压缩流的旋度的三个分量均为：

$$\omega_x=\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z}$$

$$\omega_y=\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x} \tag{6}$$

$$\omega_z=\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}$$

在没有粘性的情况下，原先处于静止的流体的旋度总是为零，也就是说对于无旋速度场

$$\vec{\omega}=\mathrm{curl}\,\vec{V}=0 \tag{7}$$

因此存在速度位$\varnothing$，它和$\vec{V}$的关系为

$$\vec{V}=\mathrm{grad}\varnothing \tag{8}$$

在直角座标系中，

$$u=\frac{\partial\varnothing}{\partial x},\quad v=\frac{\partial\varnothing}{\partial y},\quad w=\frac{\partial\varnothing}{\partial z} \tag{9}$$

速度位的存在和速度位存在的含义都在2.11节中作了说明。流体的压缩性决不改变那个讨论。

7.4 平衡方程—柏努利方程

在3.4节中导出了欧拉方程，这个方程表示无粘性可压缩或不可压缩流体质量元的动态平衡。可压缩流体总是气体，对于气体，重力可以忽略不计，因而这个方程可以写成为

$$\frac{\mathscr{D}\vec{V}}{\mathscr{D}t}+\frac{\mathrm{grad}p}{\rho}=0 \tag{10}$$

在3。5节中，欧拉方程中的各项和流线增量$d\vec{s}$的点积导致下列结果（对定常流而言）

$$d\frac{V^2}{2}+\frac{dp}{\rho}=0 \tag{11}$$

方程11是微分形式的平衡方程。如果ρ为常数，则方程11的积分导致柏努利方程的熟知形式。如果ρ为变量，就必须先找出ρ和p之间的关系，上式左边第二项才能积分。

7.5 可压缩流的叠加的准则

在4.2节中已经证明，对不可压缩流来说，用流函数表示无旋性条件导致拉普拉斯方程

$$\nabla^2\Psi=0 \tag{12}$$

类似地，用速度位表示连续性方程导致拉普拉斯方程

$$\nabla^2\varnothing=0 \tag{13}$$

因而不可压缩流的速度场完全由具有一个因变量（纯量∅或Ψ）的线性微分方程确定。因此，可以将一些解叠加起来构成新的解，并且用这种方法，复杂的流动就可以当作一些简单流动之和来分析。例如，在4.6节中，绕圆柱体的流动是通过直匀流和偶极子叠加得到的，偶极子本身是源流和汇流的叠加。

类似的过程对可压缩流来说不能认为是有理的，除非象下面所指出的那样，密度变化足够小以致可以忽略不计。就可压缩流而言，用流函数表示无旋性条件导致（z分量）

$$\mathrm{curl}_z\vec{V}=-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial\Psi'}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial\Psi'}{\partial y}\right)=0 \tag{14}$$

类似地，用速度位表示定常流连续性方程导致

$$\mathrm{div}\rho\vec{V}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho\frac{\partial\varnothing}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho\frac{\partial\varnothing}{\partial y}\right)=0 \tag{15}$$

由于在可压缩流中密度是速度的函数，方程14和15中括弧里的项都是非线性的。因此，除了密度变化可以忽略不计的流动外，不能将一些单独解$\varnothing(x,y)$或$\Psi'(x,y)$叠加起来得到的新的解。

方程15的展开式比较详细地指出了在什么情况下可以认为叠加是有理的。将方程9中的u和v代入以后，这个展开式变成为

$$\rho\nabla^2\varnothing+u\frac{\partial\rho}{\partial x}+v\frac{\partial\rho}{\partial y}=0 \tag{16}$$

这个方程中的最后两项（用向量表示可以写成$(\vec{V}\cdot\nabla)\rho$）都是非线性的，它们代表密度的对流导数，亦即流体元沿定常流里的一条流线对流时它的密度变化率。因此，如果

$$(\vec{V}\cdot\nabla)\rho\ll\rho\nabla^2\varnothing \tag{17}$$

方程16就几乎是线性的，于是可以认为叠加是有理的。

对处处为亚音速的流动来说，可以证明条件17在足够好的近似程度上是满足的，因而方程16能够线性化，因此我们证明了，这一流动范围内的可压缩流问题可以通过将一简单“伸展”因子（取决于“局部”马赫数）用于等价不可压缩流而解出。对绕细长物体的处处为超音速的流动来说，如果马赫数不过高或激波不过强，条件17是满足的，因而仍然可以认为叠加是有理的。

第八章　能量关系式

8.1 引言

在3.2节中已指出，不可压缩无粘性流的柏努利方程表示机械能守恒。如果我们忽略重力效应（由于我们研究气体流动），则该方程（方程3.7）变成为

$$p+\frac{1}{2}\rho V^2=p_o=\text{常数} \tag{1}$$

左边的两项可以分别看作为每单位体积的位能和动能，并且这个方程说明这两项之和 p_o 是每单位体积的总机械能。按照方程1，每单位体积动能的减小伴随着压力能的等量增大，因而这两种能量之和是守恒的。因此，机械能是守恒的。方程1只不过代表欧拉方程所表示的动量守恒原理的一种另外的含义。

当气体为可压缩时，机械能是不守恒的，因而不再能够从动量定理导出能量关系式。必须引进一个完全独立的经验事实，即热力学第一定律。内蕴能（从第一定律导出的一个概念）参加能量平衡。此外，第一定律除机械能外还包含其他能量，因此使能量守恒原理一般化。空气动力学中感兴趣的能量形式是热能和机械能形式。导出了支配从一种能量形式到另一种能量形式的转换的定律，并且在这一章和以后几章中将这些定律用于有实际价值的问题。

内蕴能包含温度，它是气体的一种至此为止尚未考虑的特性。为了将温度和密度及压强联系起来需要有另一个经验事实，即状态方程。这个方程在8.2节中和理想气体的其他特性一起讨论。

在8.3在8.4节中，将热力学第一定律写成公式并且用它来导出表示运动的气体能量守恒的方程。通过一些例子对有和没有粘性耗散及加热的能量方程的应用作了说明。在8.5节中，引进了可逆性的概念，而且导出了绝热可逆流动里温度、压强和密度之间的特殊关系式。

能量交换可能朝什么方向进行受热力学第二定律的支配，它也是以经验观测为根据的。在8.6节中用熵将第二定律写成公式。

最后，对绝热可逆流动这一特殊情况，把从第一定律得出的密度和压强之间的关系式代入动量方程，并对这个动量方程进行积分。这样得到的能量方程称为可压缩流的柏努利方程。然而，和它的不可压缩流的配对方程不一样，可压缩流柏努利方程是一个独立的能量关系式，因此它不能从纯粹的动量考虑导出。

本章扼要叙述了热力学的一些概念。详情读者可参见热力学教科书（例如，见Zemansky，1943）。

8.2 理想气体的特性——状态方程

下表列出了本章用到的各个量以及它们的度量单位。在空气动力学中，用牛顿一米（焦耳）度量热能是方便的，这样可以避免力学单位和热量单位之间换算所引起的混乱。

在下表中，头十二个量代表气体的特性。与此不同，表中最后两个量，热和功，代表转变中的能量，它们都不是气体的特性。气体特性可能是可以直接观测到的，它们可能是用可观测的特性定义的量，或者它们可能是从实验推断出的量。当气体的所有特性具有确定值时，气体的状态是确定的。以后将看到并非所有特性都是独立的，因此气体的状态可以通过指定有限个特性的值来确定。

除了表中列举的热力学特性外，还有力学特性，例如位移和速度，它们确定气体（作为一个整体来说）的位能和动能。在以下叙述中，状态这个术语指热力学状态。在下面各段中简要描述热力学特性。

1. 状态方程和气体常数R

处于平衡的理想*或热完全气体服从状态方程

*理想气体的分子模型已在1.3节中介绍过。

$$p = \rho RT \qquad (2)$$

式中气体常数R取决于所考虑的气体的分子量。[+] 对成分固定的气体来说，R为常数。对于空气，基于氧占21%（按体积）、氮占79%（按体积）

R＝287牛顿米／公斤°K（焦耳／公斤°K）

符 号 表[a]

符号	名 称	单 位
p	压强	牛顿／米^2
ρ	密度	公斤／米^3
$v=1/\rho$	比容	米^3／公斤
T	绝对温度	开尔芬度
u	比内蕴能	牛顿米／公斤（焦耳／公斤）
e	比内能	牛顿米／公斤（焦耳／公斤）
h	比焓	牛顿米／公斤（焦耳／公斤）
S	比熵	牛顿米／公斤°K（焦耳／公斤°K）
c_p	定压比热	牛顿米／公斤°K（焦耳／公斤°K）
c_v	定容比热	牛顿米／公斤°K（焦耳／公斤°K）
R	气体常数	牛顿米／公斤°K（焦耳／公斤°K）
γ	比热比 c_p/c_v	
°K	开尔芬度	
°C	摄氏度	
$\hat{R}$	固定在场中的控制体.	

[+] 用普适气体常数R'表示，R'＝nR，其中n是气体的等于它的分子量的公斤数（对于空气，n＝28.97）。在国际单位制中，R'＝8314。

$\hat{S}$	固定在场中的控制面	
$\hat{R}_1$	随流体运动的控制体	
$\hat{S}_1$	随流体运动的控制面	
q	每单位质量的热传递	牛顿米／公斤(焦耳/公斤)
w	每单位质量的功传递	牛顿米／公斤(焦耳/公斤)

[a] 在以前各章中，用u、v和w表示速度沿直角座标系x、y和z轴方向的分量。在本章中，u、v和w具有表中指出的意义而且用符号$\vec{V}$表示速度。

在很高马赫数飞行中所遇到的温度极高的情况下，离解、电离和新成分的形成引起空气的平均分子量减小伴随着气体常数R增大。在本书中，除非另作说明，将认为R具有前面所给出的常值。

按照方程2，当三个变量p、ρ、T中的任何两个为已知时，给定分子量的气体的状态（因此它的所有热力学特性）是确定的。

2．内蕴能和定容比热

内蕴能是一个从实验推断出的特性并且将在8.3节中结合热力学第一定律一起讨论。因为内蕴能由气体的状态确定，所以它可以写成为*

$$u=u(v,T)$$

$$du=\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv+\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT$$

焦耳—汤姆逊(Joule—Thomson)实验表明，对于理想气体

*记号$(\partial u/\partial v)_T$表示T保持不变时u对v的导数。注意，如果下标T已省略，则这个记号并不明确表示被微分的量是v和T两者的显函数。

$$(\frac{\partial u}{\partial v})_T = 0$$

因此内蕴能只取决于温度。根据定义，定容比热为

$$c_v \equiv (\frac{\partial u}{\partial T})_v = (\frac{\partial u}{\partial T})_p \qquad (3)$$

因而内蕴能的变化是

$$\Delta u = \int_{T_1}^{T_2} c_v \, dT \qquad (4)$$

由于c_v是用特性u和T定义的，所以它本身也是气体的一个特性。当温度低于600°K时，空气的c_v实际上是不变的，其值为

$c_v = 717$牛顿米／公斤°K（焦耳／公斤°K）

对高超音速飞行中所遇到的温度极高的情况来说，c_v可增大到上述值的数倍。除非另作说明，在本书中c_v将作为常值处理。

3．焓和定压比热

焓h是气体的一个特性，定义为

$$h = pv + u \qquad (5)$$

也根据定义，定压比热为

$$c_p \equiv (\frac{\partial h}{\partial T})_p = (\frac{\partial h}{\partial T})_v \qquad (6)$$

最后一个等式是从上述焦耳—汤姆逊定律得出的。方程2、4和5表明焓只是温度的函数。因此

$$dh = (\frac{\partial h}{\partial T})_p dT = (\frac{\partial h}{\partial T})_v dT$$

因而焓的变化为

$$\Delta h = \int_{T_1}^{T_2} c_p \, dT \qquad (7)$$

c_p 是气体的一个特性，因为它是用特性 h 和 T 定义的。当温度低于 600°K 时，空气的 c_p 实际上是不变的，其值为

c_p = 1004 牛顿米/公斤°K（焦耳/公斤°K）

对 c_v 所作的关于它随温度而变化的说明也适用于 c_p。

应该注意，并没有给内蕴能的绝对值下定义，因此象方程 4 所指出的那样只说内蕴能的变化是合适的。由于 h 是用 u 定义的，因此 h 的绝对值也不存在。

4. 气体常数和比热之间的关系

根据焓的定义（方程 5），

$$\frac{\partial h}{\partial T}=p\frac{\partial v}{\partial T}+v\frac{\partial p}{\partial T}+\frac{\partial u}{\partial T}$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p=p\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p+\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p$$

将方程 6、2 和 3 代入上式，得

$$c_p=R+c_v \tag{8}$$

5. 比热比

比热比

$$\gamma=\frac{c_p}{c_v} \tag{9}$$

经常出现于可压缩流理论中。对于空气，温度为 288°K 时

$$\gamma=1.4$$

对于 600°K 以下的温度，γ 接近这个值。当温度升高时 γ 减小趋近于 1。在本书中，除非另作说明，将假定 γ 等于 1.4。

8.3 热力学第一定律

和 3.7 节中陈述的动量守恒原理一样，能量守恒原理也适用于一

群固定身分的质点。在热力学术语中，一群固定身分的质点称为一个系统，这群质点之外的一切东西称为这个系统的环境。热力学第一定律来自焦耳的基本实验，这个实验证明热和功是同一类的实体。如果一个系统经历一个接着一个的状态并且最终的状态和最初的状态相同，则越过边界传递的净热量等于越过边界传递的净功。采用标准约定：向系统外传递的功和向系统内传递的热量都是正的，则第一定律可以用下列公式表示：

$$\oint (\delta q - \delta w) = 0 \tag{10}$$

式中这个线积分表示接连发生的状态变化且最初的状态和最终的状态相同，δq和δw代表q和w的增量。* 正如8.2节中所指出的那样，理想气体的状态完全由两个变量p和v确定。因此，方程10适用于图1的$p-v$图中从A到B到A的各点的轨迹所代表的一个接着一个的状态。

因为根据第一定律绕一闭路线的线积分为零，所以$\delta q-\delta w$在任何两个状态A和B之间的线积分只取决于A和B，因此定义了一个新的气体特性e。+

$$\Delta e = e_B - e_A = \int_A^B (\delta q - \delta w) \tag{11}$$

e称为气体的比内能。e的绝对值没有定义，但是当系统无论经由什么路线从状态A变到状态B时，通过测量越过系统边界传递的净热量和功就可以求出任何两个状态A和B的内能之差Δe。

---

* 增量表示成δq和δw，这是因为q和w都不是p和v的唯一函数，因此它们不能表示成p，v平面上的微分dq和dw。另一方面，对于理想气体，比内能e（方程11）只是T的函数。

+ 数学论证已在2.11节中联系速度位的导出作了详细说明。