

The Trajectory Error and Correction Theory of Rockets



THE TRAJECTORY ERROR AND CORRECTION THEORY OF ROCKETS

火箭外弹道 偏差与修正理论

杨绍卿 编著



国防工业出版社
National Defense Industry Press

火箭外弹道偏差与 修正理论

The Trajectory Error and Correction
Theory of Rockets

杨绍卿 编著

国防工业出版社

· 北京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

火箭外弹道偏差与修正理论/杨绍卿编著. —北京:
国防工业出版社, 2011. 1

ISBN 978 - 7 - 118 - 07227 - 3

I. ①火... II. ①杨... III. ①火箭弹外弹道学
IV. ①TJ013. 2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 235358 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京嘉恒彩色印刷有限责任公司

新华书店经售

*

开本 710 × 960 1/16 印张 25 1/4 字数 454 千字

2011 年 1 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2000 册 定价 88.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010) 68428422

发行邮购: (010) 68414474

发行传真: (010) 68411535

发行业务: (010) 68472764

前 言

三十多年前,作者用了两年多时间“爬格子”完成了《火箭弹散布和稳定性理论》一书的写作,并于1979年国庆三十周年大庆前由国防工业出版社作为“国庆优秀献礼书目”出版发行。这是我国第一部由出版社出版的火箭外弹道学方面的理论专著。该书总结了作者及其同事在解决火箭工程技术问题过程中有关散布和稳定性的理论研究成果,比较系统地阐述了火箭散布和运动稳定性的理论问题。该书提出了“火箭散布函数”、“高初速、低加速”、“推力偏心及动不平衡的等效初始扰动”、“推偏转速反比”、“零风偏原理”、“动稳定性及稳定域”、“转速上、下界”等概念和理论,同时注重从物理本质上解释数学表达的理论结果。因此,该书出版后受到了相关专业工程技术人员及高等学校师生的好评。弹指一挥间,三十余年已经逝去。这三十余年间,随着火箭技术的发展,广大读者在阅读和使用该书过程中,提出了不少宝贵的意见和建议,并希望作者对原书做必要的修改、补充和完善。虽然作者本人多年来也一直有这种愿望,但由于工程型号研制工作的繁忙,无法集中精力专注于这项工作,因此,改改停停、停停改改拖至今天才完成了《火箭外弹道偏差与修正理论》一书,心里真有一种如释重负的喜悦之感。

《火箭外弹道偏差与修正理论》与《火箭弹散布和稳定性理论》相比,在内容、写作形式以及写作的出发点上均有了很大不同。后者是从“群体”的角度论述在随机扰动因素作用下,在统计意义上火箭弹射击时的“群体”散布规律,以期找到减小散布的方法;而前者则是着眼于“个体”,论述单发火箭在扰动因素作用下弹道偏差的产生原因、规律和物理本质。虽然在形式上前者保留了后者的主要内容,但其出发点和落脚点均发生了本质的变化。这主要是由火箭的简易制导技术和弹道修正技术的发展所致。从本质上来讲,火箭的简易制导与弹道修正是建立在“个体”的基础上的,因为此时必须测量“个体”的运动状态,比如位置、速度、姿态角、角速度等,而为此应基于“个

体”运动状态偏差规律选择合适的测量装置及正确的制导及修正方法。《火箭外弹道偏差与修正理论》则是希望从理论上为火箭的简易制导和弹道修正提供一些理论依据或参考。

《火箭外弹道偏差与修正理论》一书在写作过程中得到了同事们的无私帮助。赵瑾工程师录入了第3章、第4章、第5章、第6章、第7章以及书后附录,绘制了这几章中的全部插图,纠正了作者写作中的若干疏忽和笔误之处;程丽丽工程师和魏琳高级工程师完成了第1章、第2章、第8章书稿的录入,绘制了这几章中的插图,计算并编制了书后的附表;在书稿交给出版社前,赵瑾、程丽丽、魏琳又对书稿进行了交叉校对,并按要求完成了编辑工作;在第8章的写作过程中,郑斌研究员给予了很大帮助。可以说,这本书凝聚了他们的心血和智慧,如果没有他们的无私奉献,该书就不可能如期面世。在此由衷地向他们表示感谢。

由于时间和水平所限,书中难免有不当和错漏之处,希望并欢迎读者批评指正,不胜感激。

作者

2010年7月

于西安中国兵器工业第二〇三研究所

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 火箭的落点偏差	1
1.2 方向偏差和主动段末角偏差的关系	4
1.3 距离偏差和主动段末角偏差的关系	7
1.4 方向散布及射程散布与射程的关系	8
第 2 章 火箭运动的偏差方程	10
2.1 理想弹道方程	10
2.2 参考坐标系	14
2.2.1 理想弹道坐标系 $o-x_i y_i z_i$	14
2.2.2 速度坐标系 $o-x_2 y_2 z_2$	15
2.2.3 弹轴坐标系 $o-\xi \eta_1 \zeta_1$	16
2.2.4 弹体坐标系 $o-\xi \eta \zeta$	19
2.3 火箭运动的一般动力学方程	20
2.3.1 质心运动方程	20
2.3.2 火箭绕质心的转动方程	21
2.4 火箭所受的力和力矩	24
2.4.1 火箭所受的力	24
2.4.2 火箭所受的力矩	27
2.4.3 合力和合力矩	30
2.5 火箭运动的偏差方程	30
2.6 偏差方程的复数表示及等效力概念	33
2.6.1 偏差方程的复数表示	33
2.6.2 复变量的几何意义	34
2.6.3 力矩的等效力概念	36
第 3 章 尾翼稳定非旋转火箭的偏差理论	38
3.1 引言	38

3.2	运动偏差微分方程	38
3.3	方程的变换	40
3.4	运动稳定性初步讨论	42
3.5	初始扰动引起的角偏差	44
3.5.1	$\dot{\varphi}_0$ 引起的角偏差	45
3.5.2	φ_0 引起的角偏差	56
3.5.3	ψ_0 引起的角偏差	58
3.6	推力偏心引起的角偏差	60
3.6.1	推力矩引起的角偏差	61
3.6.2	推力侧分力引起的角偏差	66
3.6.3	关于推力偏心的讨论	67
3.7	风引起的角偏差	68
3.7.1	角偏差	68
3.7.2	风偏的物理意义	71
3.7.3	风偏的基本性质	74
3.8	气动偏心引起的角偏差	76
3.9	质量偏心引起的角偏差	81
3.10	火箭的总角散布	83
3.11	角散布计算举例	84
第4章	尾翼稳定旋转火箭的偏差理论	93
4.1	运动偏差微分方程	93
4.2	偏差方程的简化及变换	94
4.3	初始扰动引起的角偏差	98
4.3.1	一般情况下的角偏差	98
4.3.2	旋转作用分析	104
4.3.3	低速旋转情形下的角偏差	107
4.3.4	初始扰动值的估计	109
4.4	推力偏心引起的角偏差	109
4.4.1	角偏差	110
4.4.2	推力偏心等效作用分析	114
4.4.3	旋转规律对角偏差的影响	117
4.4.4	低速旋转情形下角偏差的一些性质	119

4.5	风引起的角偏差	121
4.6	气动偏心引起的角偏差	127
4.6.1	主动段的角偏差	127
4.6.2	气动偏心对被动段散布的影响	133
4.7	动不平衡引起的角偏差	136
4.7.1	角偏差	136
4.7.2	动不平衡等效作用分析	139
4.7.3	动不平衡的物理意义	141
4.8	质量偏心引起的角偏差	144
4.9	低速旋转火箭的偏差分析	146
4.9.1	最佳炮口转速 $\dot{\gamma}_0$ 的选取	146
4.9.2	最佳静稳定度 m'_z 的选取	148
4.9.3	初速和加速度的匹配问题	150
4.10	角散布计算举例	151
第5章 旋转稳定火箭的偏差理论		161
5.1	运动偏差微分方程	161
5.2	方程的简化及变换	163
5.3	初始扰动引起的角偏差	166
5.3.1	角偏差	166
5.3.2	关于攻角和偏角的讨论	172
5.3.3	角偏差的一些重要性质	178
5.3.4	稳定因子 S 对攻角及偏角的影响	180
5.3.5	初始扰动量值的估计	183
5.4	推力偏心引起的角偏差	183
5.4.1	角偏差	183
5.4.2	推力偏心等效作用的分析	187
5.4.3	角散布的一些重要性质	189
5.5	风引起的角偏差	190
5.5.1	角偏差	190
5.5.2	关于攻角和偏角的讨论	192
5.5.3	角散布的一些重要性质	194
5.6	动不平衡引起的角偏差	196

5.6.1	角偏差	196
5.6.2	动不平衡等效作用的分析	200
5.6.3	角偏差的一些重要性质	202
5.7	质量偏心引起的角偏差	203
5.8	角散布计算举例	204
第6章	增程火箭的偏差理论	211
6.1	引言	211
6.2	增程火箭的转速	211
6.3	初始扰动引起的角偏差	215
6.3.1	$\dot{\Phi}_H$ 引起的角偏差	215
6.3.2	Φ_H 引起的角偏差	222
6.3.3	Ψ_H 引起的角偏差	224
6.4	推力偏心引起的角偏差	225
6.4.1	旋转情况下推力矩引起的角偏差	225
6.4.2	非旋转情况下推力矩引起的角偏差	235
6.4.3	旋转情况下推力侧分力引起的角偏差	236
6.4.4	非旋转情况下推力侧分力引起的角偏差	239
6.4.5	关于推力偏心引起角散布的讨论	240
6.5	横风引起的角偏差	241
6.6	气动偏心引起的角偏差	244
6.6.1	旋转情况下气动偏心引起的角偏差	244
6.6.2	非旋转情况下气动偏心引起的角偏差	252
6.7	动不平衡引起的角偏差	254
6.8	质量偏心引起的角偏差	259
6.9	主动段的方向和高低散布	260
6.9.1	立靶方向散布	260
6.9.2	立靶高低散布	261
6.10	被动段的偏差	263
6.11	合理点火时间的选择	268
6.11.1	增程火箭在炮口段的摆动特性	268
6.11.2	最佳点火条件的确定	271
6.11.3	最佳点火条件的正确性讨论	276

6.11.4 选择点火时间的必要性讨论	280
6.12 角散布计算举例	285
第7章 火箭运动稳定性理论	290
7.1 运动稳定性概念	290
7.2 扰动运动方程	291
7.3 运动稳定条件	294
7.4 关于运动稳定条件的讨论	300
7.5 稳定区域	304
7.6 火箭的共振现象	306
7.7 动力平衡角	313
7.8 火箭转速界限的讨论	318
7.8.1 关于尾翼式火箭的转速上界	318
7.8.2 关于涡轮式火箭的转速下界	319
7.8.3 关于涡轮式火箭的转速上界	320
7.9 关于马格努斯力矩	321
7.10 稳定性计算举例	325
第8章 火箭主动段引起的落点偏差修正	330
8.1 引言	330
8.2 子母式火箭的距离偏差修正	331
8.2.1 距离偏差修正模型	332
8.2.2 修正模型中系数 K_1 、 K_2 的确定	336
8.3 主动段的角偏差修正	338
附录	343
附录 I 坐标变换	343
附录 II 惯量张量的变换	347
附录 III 关于相对运动问题	350
附录 IV 关于动量定理和动量矩定理	353
附录 V 关于变质量体(火箭)的运动	363
附表 I	368
附表 II	379

附表Ⅲ	383
附表Ⅳ	387
主要符号表	388
参考文献	392

第 1 章 绪 论

1.1 火箭的落点偏差

当用火箭对给定的瞄准点射击时,一般情况下火箭的落点将偏离瞄准点,形成距离偏差和方向偏差。这种偏差由两类误差引起。其一,是所谓的系统误差,如发射平台的固有系统误差、瞄准误差、射击诸元装订误差、大地测量误差、恒风测量误差等,这些误差所引起的偏差是确定的,因此是可以消除的;其二,是所谓的随机误差,这类误差包括火箭的自身参数误差(如弹重、弹径、弹长、质量分布、表面光洁度等)、射击诸元误差(如初速、射角、射向等)、初始扰动误差(如初始摆动角、初始摆动角速度、初始攻角等)、弹道扰动误差(如推力偏心、阵风、气动偏心等)。由于随机误差的存在,当用多发或大量火箭对瞄准点射击时,火箭的落点将在一定的区域内围绕平均弹着点散布开来,且落点的距离和方向坐标为平面上的二维随机变量,其概率分布满足正态分布律。如选坐标轴与散布主轴重合,则落点坐标 (x, z) (见图 1.1.1)满足如下分布律

$$f(x, z) = \frac{\rho^2}{\pi E_x E_z} e^{-\rho^2 \left(\frac{(x-\mu_x)^2}{E_x^2} + \frac{(z-\mu_z)^2}{E_z^2} \right)} \quad (1.1.1)$$

式中 ρ ——常数, $=0.477$;

μ_x ——落点的距离坐标平均值;

μ_z ——落点的方向坐标平均值;

E_x ——坐标 x 的主概率偏差(或称中间偏差),通常称其为火箭的距离(或射程)中间误差;

E_z ——坐标 z 的主概率偏差,通常称其为方向中间误差。

E_x 、 E_z 和均方差有如下关系

$$\begin{cases} E_x = \sqrt{2}\rho\sigma_x \\ E_z = \sqrt{2}\rho\sigma_z \end{cases}$$

显然,中间误差 E_x 、 E_z 必须是一个正数。

若令

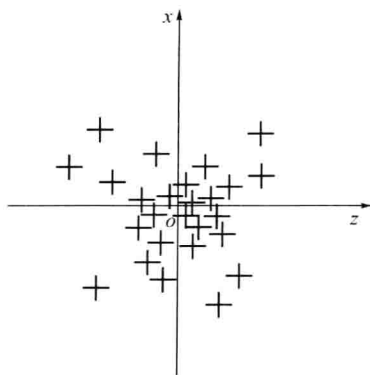


图 1.1.1 落点坐标示意图

$$\frac{(x - \mu_x)^2}{E_x^2} + \frac{(z - \mu_z)^2}{E_z^2} = 1 \quad (1.1.2)$$

则得到以射程中间误差和方向中间误差为半轴的等概率密度椭圆。这种等概率密度椭圆称为单位散布椭圆。

若令

$$\frac{(x - \mu_x)^2}{E_x^2} + \frac{(z - \mu_z)^2}{E_z^2} = 16$$

即

$$\frac{(x - \mu_x)^2}{(4E_x)^2} + \frac{(z - \mu_z)^2}{(4E_z)^2} = 1 \quad (1.1.3)$$

则得到以 4 倍的射程中间误差和方向中间误差为半轴的等概率密度椭圆。这种等概率密度椭圆称为整散布椭圆。火箭落在整散布椭圆以外的概率只有 3% 左右。

从式(1.1.1)可容易求得落在 $\mu_z - E_z \leq z \leq \mu_z + E_z$ 内宽 $2E_z$ 的无穷长带中的概率为

$$P = \frac{1}{2}$$

而落在 $\mu_x - E_x \leq x \leq \mu_x + E_x$ 内宽 $2E_x$ 的无穷长带中的概率亦为

$$P = \frac{1}{2}$$

中间偏差的名字即由此而来(见图 1.1.2)。

如果要知道落在以 $2E_x, 2E_z$ 为边的矩形中的概率, 则依前面的讨论可知

$$P = \frac{1}{4}$$

而落在宽 $8E_z (-4E_z, 4E_z)$ 的无穷长带中的命中概率为 99.3%, 落在 $8E_x (-4E_x, 4E_x)$ 的无穷长带中的概率亦为 99.3%。

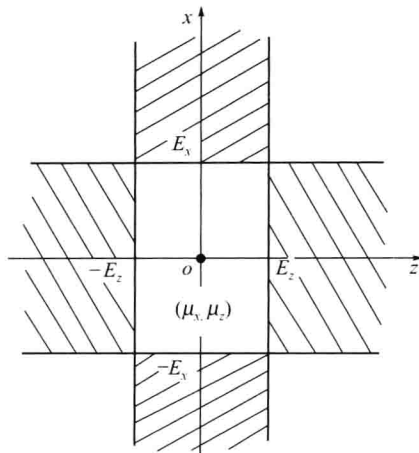


图 1.1.2 中间偏差示意图

这样一来, E_x, E_z 这两个量便比较好地描述了落点对于散布中心的偏离程度。为此, 可以用这两个量描述火箭的散布。 E_x, E_z 与射程 X 有很大关系, 为了方便起见, 引入相对射程误差和方向误差, 记为

$$\begin{cases} \gamma_x = \frac{E_x}{X} \\ \gamma_z = \frac{E_z}{X} \end{cases} \quad (1.1.4)$$

式中 γ_x ——通常所说的射程散布;

γ_z ——通常所说的方向散布。

上面引入了散布椭圆的概念。若 $E_x = E_z$, 则散布椭圆变成了圆。在这种情况下引入圆中间偏差的概念。所谓圆中间偏差, 就是圆内的命中概率为 50% 的散布圆的半径, 记为 E_r , 一般称为 CEP。CEP 和 E_x, E_z 有如下关系

$$\text{CEP} = 1.7456E_x = 1.7456E_z \quad (1.1.5)$$

同样, CEP 也和射程有关, 因此亦引入相对圆中间误差 γ_r , 有

$$\gamma_r = \frac{\text{CEP}}{X} \quad (1.1.6)$$

通常所说的圆散布一般指 γ_r 。

实际上, $E_x \neq E_z$, 于是, 往往引入等价圆中间偏差的概念。所谓等价圆中间偏差, 就是把其内的命中概率为 50% 的散布椭圆换算为其内的命中概率为 50% 的圆的半径, 仍记为 CEP, 则

$$\text{CEP} = 0.8728(E_x + E_z) \quad (1.1.7)$$

实际中, 用样本的落点坐标估计 μ_x, μ_z, E_x, E_z 。设样本数为 n , 即射击 n 发火箭, 则有

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_x = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \\ \mu_z = \bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n} \\ E_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \\ E_z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2}{n-1}} \end{array} \right. \quad (1.1.8)$$

由前面的讨论可见, CEP 表示的是相对于散布中心的散布半径, 只有当系统误差为零或很小时, CEP 才可认为是相对于瞄准点的散布半径。

1.2 方向偏差和主动段末角偏差的关系

火箭的运动分为主动段和被动段。由于推力的存在, 主动段和被动段有着本质的不同。被动段的运动则和普通炮弹相同。火箭的运动偏差是在这两个阶段上形成的, 并且, 由于这两个阶段性质不同, 这两个阶段上所形成的运动偏差可认为是互相独立的。因此, 可以单独地研究主动段所形成的运动偏差。

在不考虑被动段偏差(也就是假设被动段飞行不受任何干扰)的情况下, 火箭的方向偏差和主动段末的角偏差有着直接的关系。下面就来推导这种关系。

设火箭于主动段末的速度为 $\mathbf{v}_k, \mathbf{v}_k$ 在理想弹道平面 $o-x_i y_i$ 及与其垂直的

平面 $o-x_i z_i$ 内的投影为 v_{1K} 、 v_{2K} ， v_{1K} 和理想弹道方向 ox_i 成角 ψ_{1K} ， v_{2K} 和 ox_i 成角 ψ_{2K} ， ψ_{1K} 、 ψ_{2K} 就是 $\mathbf{v}_K$ 的两个方位角（见图 1.2.1）。在被动段无干扰的情况下，弹道将始终位于过 $\mathbf{v}_K$ 的铅直面内，此平面对于理想弹道平面 $o-x_i y_i$ 的偏转角 ψ_{2KH} 由小角投影公式得到，即

$$\psi_{2KH} = \frac{\psi_{2K}}{\cos \theta_K} \quad (1.2.1)$$

式中 θ_K ——理想弹道与水平面的夹角，即 ox_i 轴与 $o-xz_i$ 平面的夹角，称为理想弹道倾角。

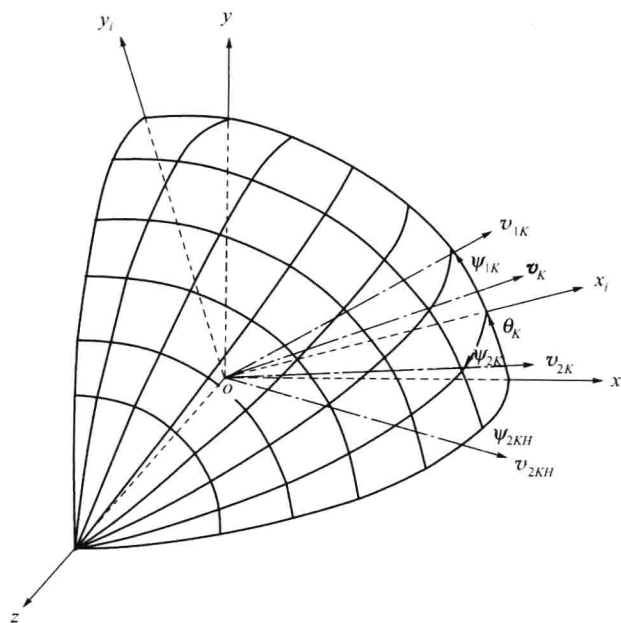


图 1.2.1 方向偏差示意图

实际上， ψ_{2KH} 就是 $\mathbf{v}_K$ 在水平面 $o-xz_i$ 内的投影与理想弹道平面间的夹角。对火箭而言，通常主动段长度远小于被动段。因此，被动段飞行的水平距离可认为是全程 X ，而火箭相当于以初速 $\mathbf{v}_K$ 发射的炮弹。于是，由于 ψ_{2K} 很小，则落点的横坐标可足够精确地表示为

$$Z \approx X \psi_{2KH} = X \frac{\psi_{2K}}{\cos \theta_K} \quad (1.2.2)$$

式(1.2.2)也可以用下述方法求得。

被动段的理想弹道倾角 θ 方程为

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{g\cos\theta}{v} \quad (1.2.3)$$

而横向偏差方程为

$$\begin{cases} v \frac{d\psi_2}{dt} = \psi_2 g \sin\theta + f(\mathbf{W}_\perp) \\ \frac{dz}{dt} = v\psi_2 \end{cases} \quad (1.2.4)$$

上两式中, g 为重力加速度, ψ_2 为速度矢量 $\mathbf{v}$ 的横向偏角, $f(\mathbf{W}_\perp)$ 为横风干扰项。

在无干扰时, 式(1.2.4)的第一式变为

$$v \frac{d\psi_2}{dt} = \psi_2 g \sin\theta \quad (1.2.5)$$

将式(1.2.5)写成

$$v \frac{d}{dt} \left(\frac{\psi_2}{\cos\theta} \right) = \psi_2 g \sin\theta$$

则

$$v \frac{d}{dt} \left(\frac{\psi_2}{\cos\theta} \right) \cos\theta - v \frac{\psi_2}{\cos\theta} \sin\theta \frac{d\theta}{dt} = \psi_2 g \sin\theta$$

将式(1.2.3)代入上式得

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\psi_2}{\cos\theta} \right) = 0 \quad (1.2.6)$$

由式(1.2.6)得

$$\frac{\psi_2}{\cos\theta} = C = \frac{\psi_{2K}}{\cos\theta_K}$$

即

$$\psi_2 = \frac{\psi_{2K}}{\cos\theta_K} \cos\theta \quad (1.2.7)$$

将式(1.2.7)代入式(1.2.4)的第二式, 如设落点的时间为 T , 则有

$$Z = \frac{\psi_{2K}}{\cos\theta_K} \int_{t_K}^T v \cos\theta dt \approx \frac{\psi_{2K}}{\cos\theta_K} \int_0^T v_x dt = X \frac{\psi_{2K}}{\cos\theta_K}$$

在大量射击时, 由于随机干扰的存在, ψ_{2K} 对每发火箭都是不同的。也就是说, ψ_{2K} 为一随机量, 当然 Z 亦为一随机量, 并且它们都遵从正态分布律。设 ψ_{2K}