

Vu-53
100/(4)

第四届天地往返运输系统

学术交流研讨会

论文集



图书馆惠存:



30271414

航空航天轨道研究中心

陈实赠于1988年校庆

中国宇航学会 中国航空学会

一九八八年十月·南京·

647148

中国宇航学会航空运载专业委员会

24

中国宇航学会航空运载专业委员会

集文

中国宇航学会航空运载专业委员会

责任编辑：陈绍祖

出版：中国宇航学会航空运载专业委员会
南京航空学院科研处

印刷：南京航空学院印刷厂
(打字排版胶印)

787/1092 1/16 印张 39.375 882 千字

(内部发行)

中国宇航学会航空运载专业委员会

南京航空学院

841740

目 录

一、总体、综合类

- 1—1 多次重复使用航天飞机效用准则及质量—能量关系 王连生 (1)
- 1—2 并联两机分离问题的讨论 张鲁民 (11)
- 1—3 关于飞船塔式逃逸救生系统设计原则的初步分析 曹泰岳 刘淑渭 (19)
- 1—4 航天飞机生命保障系统研制的有关问题
..... 沈学夫 郑传先 罗旭峰等 (25)
- 1—5 航天飞行器结构对宇宙尘埃超高速碰撞防护技术 李清源 (31)
- 1—6 天地往返运输系统研制的微重力问题 张秀清 (38)
- 1—7 计算机辅助天地往返运输系统总体方案设计
..... 邵长林 丁秋林 王克元 (44)
- 1—8 实现先进的近地轨道天地往返运输系统的途径 卞恩荣 (48)
- 1—9 航天飞机与机械加工新技术的配套发展问题 陈绍廉 (55)
- 1—10 航天飞机质量的估算方法 马成栋 (61)

二、空气动力学

- 2—1 航天器大迎角气动特性的计算 王良益 (72)
- 2—2 航天飞机外形的高超音速空气动力计算方法 舒 昌 (80)
- 2—3 高超音速气动加热工程计算方法 舒 昌 (87)
- 2—4 三维非定常 Newton-Busemann 流理论及其应用
..... 伍贻兆 刘善明 (94)
- 2—5 尖前缘任意翼型的超音速和高超音速俯仰安定性导数
..... 张才文 陈劲松 (105)
- 2—6 计算超音速、高超音速菱形翼型振动导数的两种工程方法
..... 陈劲松 曹 军 (113)
- 2—7 超音速、高超音速一般迎角机翼的俯仰振动导数 陈劲松 (118)
- 2—8 轨道器高超音速气动系数的数值计算方法 俞守勤 (124)
- 2—9 双三角机翼、气动系数工程估算方法 陈明岩 (132)
- 2—10 无翼式气动布局与边条翼 过崇伟 (141)
- 2—11 航天飞机高超音速大攻角气动工程估算方法 秦伊贤 (150)

- 2—12 STS—1轨道器和Hermes轨道器高超声速
气动力的工程计算.....徐翔 黄志澄(156)
- 2—13 航天飞机立尾气动布局的初步分析.....朱一锟(163)
- 2—14 法国Hermes航天飞机气动布局分析.....雷钊 黄志澄 周光文(172)
- 2—15 国内几种航天飞机方案气动力问题和经费评估.....陈正才 倪亚琴(180)
- 2—16 捆绑火箭气动热计算研究.....欧阳永吾 李宏玮(189)
- 2—17 S—1航天飞机的气动设计与分析.....孟宪武 张洪 王明荣(199)
- 2—18 S—1航天飞机轨道器设计中的飞行力学问题
.....张洪 马文彪 王明荣 孟宪武(208)
- 2—19 航天飞机高超音速气动问题及其地面模拟.....苟光贤(214)
- 2—20 两种布局形式的轨道器模型高超音速气动特性分
析和研究.....杨再山 李东华(222)
- 2—21 航天飞行器外形选择与气动力若干问题.....曹起鹏(224)
- 2—22 论有限元素理论中的SupG方法与PG方法在解
高超音速粘流时的等效性.....徐国群 张国富(228)

三、飞行力学、导航、制导及控制

- 3—1 航天飞机气动力辅助翼面轨道变换.....陈实 周东林(238)
- 3—2 航天飞机气动力—推力组合轨道变换.....周东林 陈实(252)
- 3—3 航天飞机返回轨道.....郑本武 陈实(263)
- 3—4 航天飞机最优空间交会轨道.....陈实(271)
- 3—5 GPS/SINS组合导航系统在航天飞机中的应用
.....袁信 汪叔华 刘建业(277)
- 3—6 航天飞机控制系统方案设想.....陈龙翔(285)
- 3—7 航天飞机飞行品质规范研究.....刘昶 蒋明(299)
- 3—8 模型预估探测控制在自动交会中的应用.....朱自谦 汪云祥(305)
- 3—9 航天飞机制导—导航控制.....张谦(311)
- 3—10 航天飞机研制中的仿真试验技术.....刘敬才(322)
- 3—11 四元数在航天飞机制导、导航和控制系统中的应用.....王永平(330)
- 3—12 航天飞机再入飞行走廊的确定.....汪朝群 魏刚 惠丽(340)
- 3—13 载人飞船和航天飞机再入的制导方法.....赵汉元(347)
- 3—14 航天飞行器返回再入制导规律的优化设计.....程国采(357)
- 3—15 航天飞机末端区域能量管理评述.....赵载兴(372)
- 3—16 航天飞机化学非平衡气动加热.....潘梅林 曹登泰(384)

- 3—17 图形匹配组合导航的分层卡尔曼滤波 胡恒章 付 丽 (388)
- 3—18 航天飞机与空间机器人耦合运动的研究 丁传慧 (393)
- 3—19 大型运载火箭动力学方程推导方法 黄圳珪 (401)

四、结构动力学

- 4—1 航天飞机结构动态设计/分析/试验一体化若干问题 张令弥 (414)
- 4—2 大型捆绑运载火箭振动模态问题解决方案初探 王其政 刘 斌 (420)
- 4—3 大型捆绑运载火箭动力学试验研究初探 于海昌 (425)
- 4—4 航天飞机动力学问题的结构分析与设计 朱德懋 (440)
- 4—5 大型运载火箭捆绑动力学问题的探讨 刘 鹏 罗荣寿 (447)
- 4—6 捆绑结构飞行器动力学模型分析 卓曙君 周科健 王风华 (459)

五、材料与热防护

- 5—1 国外航天飞机材料的选用 王晓峨 韩鸿硕 史冬梅 (465)
- 5—2 航天飞机热结构设计准则和试验验证 俞树奎 (470)
- 5—3 航天飞机用高性能热塑性树脂 PEEK 基体复合材料 张 凤翻 (478)
- 5—4 航天飞机金属防热瓦选材及制造技术 刘效方 黄福祥 胡大为 (487)
- 5—5 轻质结构材料—AL-Li 合金 于桂复 颜鸣皋 (498)
- 5—6 航天飞机防热系统用高温合金的选材分析 黄福祥 谭菊芬 (507)
- 5—7 碳化硅纤维在航天飞机上的可能应用 陈万金 (515)
- 5—8 航天飞机热防护系统的传热分析及厚度和单位面积
的质量估算 徐兴隆 赵剑钊 (520)
- 5—9 S—1 航天飞机防热系统分析与设计 何大燮 赵墨宝 (536)
- 5—10 航天飞机防热系统材料研究方案设想 郭 正 (540)
- 5—11 航天飞机大气再入热试验技术初步探讨 蔡茂发 (544)
- 5—12 航天飞机的热结构试验和热结构实验设备
..... 张嘉祥 庄庆云 吴宗善 (551)
- 5—13 天地往返运输系统中热防护系统的环境模拟试验问题 何传大 (558)
- 5—14 防热结构与热环境模拟试验 王乐善 (562)

六、转场、地面设施及其他

- 6—1 航天飞机自飞转场运输的可行性初步分析
..... 赵鹤书 顾高墀 朱一锟 夏雪前 马成栋 (568)

6—2	航天飞机地面设备系统的要求及我国实现的可行性研究	王倬中 (575)
6—3	航天飞机、大运载和地面设备	王瑞铨 (580)
6—4	我国宇航发射场及返回场的初步探讨	陈玉民 (584)
6—5	航天飞机的空运及转场	吴文正 (588)
6—6	大型运载火箭、航天飞机、火箭飞机在发射场内的转运 和按装途径探讨	张福全 (595)
6—7	大型运载火箭及天地往返运输系统地面设备研制经费的 初步估算	张福全 (602)
6—8	航天飞机的起飞、着陆、转场等问题的设想与初步估算	于广汇 (610)
6—9	生命保障和姿态控制系统用压力容器贮箱及管路系统研制	王者昌 (618)

多次重复使用航天飞机效用准则及质量——能量关系

王 连 生

(西北工业大学)

摘 要

本文主要介绍多次重复使用航天飞机的效用准则和质量——能量关系。

引 言

宇宙飞行器设计时最重要的准则之一就是效用准则。所谓效用准则就是以规定的精度用最少的制造和发射费用把具体的有效载荷进入要求距离的轨道上。即经济性准则。研究效用准则的目的就是论证多次重复使用航天飞机的主要性能。但是效用准则又与飞行器的质量能量关系有关。

一、效用准则

运输系统的作用就是把有效载荷送入人造地球卫星轨道。但是使用每种系统的经济性不同。不仅与设计一结构的决定有关。也与使用条件有关。

为把一个宇宙飞行器送入人造地球卫星轨道。没有必要建立多次重复使用的宇宙飞行器。原则上。由于没有救生系统。一次使用的运载器简单且便宜。很有效地用最少的费用完成任务。若把多个(甚至同类型的)宇宙飞行器送入人造地球卫星轨道。而且分布在空间和在不同时间发射。建立导航。气象及其他地球卫星系统。从经济上讲。用一次使用的运载器就不合适了。若用多次重复使用的飞行器。能多次使用部份器材。用于把每个宇宙飞行器送入轨道的折旧费最少。这样就能以最少的费用完成任务。运输作业的规划(组成、内容、把宇宙飞行器送入人造地球卫星轨道的时间表)就决定了比较各种多次使用宇宙飞行器经济性的条件。

把多次使用的宇宙飞行器做为运输系统的经济性估计叫做用于完成计划的总费用 $C_{\Sigma} = W_1$ 。除总费用外，还有完成计划所需的时间 $T_{\Sigma} = W_1$ 及其他，形式上可以合并成一个广义的目标（或准则）函数：

$$W(W_1, W_2, \dots, W_s) \quad (1)$$

准则函数（1）说明多次使用的宇宙飞行器——运输系统完成运输计划的效用。使用多次重复使用的宇宙飞行器——运载器的目的就是降低用于完成规定的掌握宇宙空间规划的运输费用和扩大地面——人造地球卫星轨道间的货物流量。这样，现代的多次使用飞行器——运载器不仅必须以最少的费用把每公斤有效载荷送入人造地球卫星轨道上，而且也要求在完成宇宙计划时以每公斤的本身结构把更多数量的货物送入轨道。所以多次重复使用的飞行器的主要设计参数必须从解决多目的准则问题中选择。现在将详细讨论为保证多次使用飞行器的可靠性和使用而用于建造和实验工作的总运输费用准则。

总运输费用

$$C_{\Sigma} = C^P + C_{yD} M_{\Sigma} \quad (2)$$

其中 $C^P = C_{yD} M_{nH} N_0$ 是用于草图—设计拟定和试验工作的费用，它与多次重复使用飞行器的尺寸、地面和飞行试验计划有关。 C_{yD} 是把每单位有效载荷送入轨道上的费用比； M_{nH} 是多次使用飞行器的有效载荷； N_0 表示试验工作量规定的产品数量：

$$M_{\Sigma} = M_{nH} N_N K \quad (4)$$

是为完成所研究的掌握宇宙空间计划，所必须送入轨道的宇宙器的总质量； N_N ——完成计划所需的多次重复使用飞行器的数量； K ——器材使用次数。

考虑到（3）和（4）两式，运输费用

$$C_{\Sigma} = C_{yD} M_{\Sigma} \left(1 + \frac{N_0}{K N_N} \right) \quad (5)$$

由上式可看出，采用减少 C_{yD} 和 N_0 及增加 K 的办法可以减小运输费用。

上述参数是相互关联的，以较低的 C_{yD} 、建造经济的多次重复使用飞行器，需要额外的试验作业（即增加 N_0 ，这相当于增加重复使用次数）。

但是从国外资料看，对于掌握宇宙空间的远景规划，其特点是 $(N_0 / K N_N) < 0.5$ ，此时当使费用比最小时，才能实际实现最少的运输费用。对于多次重复使用的飞行器来说，草图—设计决策可初步近似地从使用维护条件（转运数量和性质）相等时 C_{yD} 最小的条件中选取，即

$$\min C_{yD} = \min \frac{C_{KOH} + C_T + C_{PB}}{M_{nH}} \quad (6)$$

其中 C_{KOH} 是飞行中使用器材的折旧扣出费, C_T 是燃料及其他消耗器材的成本费, C_{PB} 一是宇航站(机场)的维修工作和勤务人员的费用。

$$C_T = C_{yD}^T M_T = C_{yD}^T [(1 - \mu_{K1}) M_{O1} + (1 - \mu_{K2}) \times \mu_{nH1} M_{O1} + \dots] \quad (7)$$

$$C_{KOH} = C_{yD}^{KOH} \sum_{j=1}^N \frac{M_{Kj} - M_{Oj} + I}{K_j} \\ = C_{yD}^{KOH} \left(\frac{\mu_{K1} - \mu_{nH1}}{K_1} M_{O1} + \frac{\mu_{K2} - \mu_{nH2}}{K_2} \mu_{nH1} M_{O1} + \dots \right) \quad (8)$$

$$C_{PB} = C_{yD}^{PB} \sum_{j=1}^N (M_{Kj} - M_{Oj+1}) = C_{yD}^{PB} [(\mu_{K1} - \mu_{nH1}) M_{O1} + (\mu_{K2} - \mu_{nH2}) \cdot \mu_{nH1} M_{O1} + \dots] \quad (9)$$

其中 C_{yD}^T 是燃料的费用比。对于火箭各部件, 取制造单位结构质量费用比 C_{yD}^{KOH} 和用于单位质量结构维修和修复(飞行前和飞行后)工作费用比 C_{yD}^{PB} 的平均值。还有第 j 段部件中材料重复使用次数 K_j , 必要时还可按结构类别(燃料箱、发动机、仪表、附件等)区分制造和维修工作的费用比。

考虑到(7)-(9)式, 送入人造地球卫星轨道的经济性准则的无因次形式可写成

$$\tilde{C}_{yD} = \frac{1}{\prod_{j=0}^N \mu_{nHj}} \sum_{j=1}^N [(\mu_{Kj} - \mu_{nHj}) \left(\frac{\tilde{C}_{yD}^{KOH}}{K_j} + \tilde{C}_{yD}^{PB} \right) + (1 - \mu_{Kj})] \prod_{i=0}^{j-1} \mu_{nHi} \quad (10)$$

其中 $\tilde{C}_{yD}$, $\tilde{C}_{yD}^{KOH}$, $\tilde{C}_{yD}^{PB}$ 是列入 C_{yD}^T 和 $\mu_{nHO} = 1$ 。

可用送入人造地球卫星轨道上的经济性准则论证多次重复使用飞行器—运载器的主要性能。它们是使用的燃料成份、发动机装置的类型、多次重复使用飞行器的有效载荷、返回地面部份、数量 N_V 、单级或多级火箭部件的排列（组成）、 μ_{nHj} 、 K_j 、发射方式和返回与着陆方式、危急情况下保存器材的方法和保证宇航员安全的办法、完成主要飞行阶段时、决定多次重复使用飞行器生命力的作用余度等等。

必要时，多次重复使用飞行器的性能准则还可考虑送入人造地球卫星轨道上的条件，例如考虑到达给定轨道的速度：

$$V_K = - \sum_{j=1}^N C_j \ln \mu_{Kj} V_{noT} \quad (11)$$

其中 V_K 是末端速度， V_{noT} 是引力损失速度。特别是，在确定多次重复使用飞行器最合适系数和它们之间的关系时可利用具有上述条件的经济性准则（10）的最小。

利用拉格朗日不定因子入把（10）式写成：

$$\begin{aligned} \ln \widetilde{C}_{yD} = \ln \left\{ \sum_{j=1}^N \left[\left(\frac{C_{yD}^{KOH}}{K_j} + C_{yD}^{PB} \right) (\mu_{Kj} - \mu_{nHj}) + (1 - \mu_{Kj}) \right] \right. \\ \left. \times \prod_{i=0}^{j-1} \mu_{nHi} \right\} - \sum_{j=1}^N \ln \mu_{nHj} + \lambda (V_K + \sum_{j=1}^N C_j \ln \mu_{Kj} \\ + V_{noT}) \end{aligned} \quad (12)$$

（12）式中的第一项反映所发射的多次重复使用飞行器，考虑了器材重复利用次数和与参数设计有关的维修工作的费用。（12）式的第二项反映送入人造地球卫星轨道上多次重复使用飞行器有效载荷重量。

当发射多次重复使用飞行器的费用（成本）与设计参数的关系很微弱（例如主要取决于航空站的设备等费用），（12）式的第一项可看做是常值。此时（12）式的极小将意味着，选择多次重复使用飞行器具有最大有效载荷相对质量的参数。

通过上述对经济性准则的分析可看出，经济性与火箭运载器的质量—能量关系有着密切联系。

二、运载火箭的质量—能量关系

质量—能量关系将规定火箭各部件质量，发动机装置性能及有效载荷质量之间的数量关系。

显然，火箭各部件的质量性能及结构本身质量，燃料成份质量，发动机装置的质量有关，发动机装置的质量又与其能量性能有关。

对多级火箭质量—能量关系，其火箭的初始质量可表示

$$M_O = M_R + M_{nH} \quad (13)$$

其中 $M_R = \sum_{i=1}^N m_{oi}$ —火箭部件的初始质量； m_{oi} —第 i 级火箭一部件的初始质量，

N —级数， M_{nH} —最后一级有效载荷质量。

此时对于截面分离的多级飞行器第 i 级可写成下列质量关系。

$$M_{oi} = m_{oi} + M_{oi+1} \quad (14)$$

$$M_{Ki} = m_{Ki} + M_{oi+1} \quad (15)$$

其中 M_{oi} ， M_{Ki} 分别是第 i 级初始和末端质量； m_{oi} ， m_{Ki} 分别是第 i 级的火箭部件（装置）的初始和终端质量， M_{oi+1} 是次级的初始质量。

写出第 i 级相对终端质量的关系式：

$$\mu_{Ki} = \frac{M_{Ki}}{M_{oi}} = \frac{m_{Ki}}{M_{oi}} + \mu_{nHi} \quad (16)$$

其中 $\mu_{nHi} = M_{oi+1}/M_{oi}$ 是第 i 级有效载荷相对质量。飞行器相对有效载荷质量为

$$\mu_{nH} = \frac{M_{nH}}{M_{o1}} = \frac{M_{o2}}{M_{o1}} \frac{M_{o3}}{M_{o2}} \cdots \frac{M_{on}}{M_{on-1}} \frac{M_{nH}}{M_{on}}$$

$$\text{或 } \mu_{nH} = \prod_{i=1}^N \mu_{nHi} \quad (17)$$

飞行器有效载荷质量系指为保证把有效载荷送入飞行轨道和解决上述任务的所有装置和部件等质量的总和。

火箭运载器有效载荷的组成中包括宇宙飞行器，加速器和为把宇宙飞行器送入工作轨道上有关的，对于各段共同的，安装在被分离轨道器和运载火箭最末级上的控制系统。

各级火箭部件上的装置、组件、电源和电线等质量都包括在这些部件的结构质量之中。第 i 级火箭部件的末端质量可写成：

$$m_{Ki} = m_{TOi} + m_{Dyi} + m_{O_i} + m_{syi} \quad (18)$$

其中 m_{TOi} 是第 i 级火箭部件的燃料舱质量（发动机装置开车瞬间）， m_{Dyi} — 第 i 级火箭部件发动机装置质量， m_{O_i} 是与燃料装填、发动机装置工作与控制无关的第 i 级火箭部件其他结构元件的质量， m_{syi} 是第 i 级火箭部件中控制系统元件的质量。

第 i 级火箭部件发动机装置关车瞬间，燃料舱中总余有燃料或高压气体，所以 m_{TOi} 中还包括燃料箱中剩余燃料和气体。

$$m_{TOi} = m_{TOi}^K + m_{Ti}^O + m_{GHi} \quad (19)$$

其中 m_{GH} 是增压气体质量， m_{TOi}^K 是结构质量

$$m_{Ti}^O = m_{Ti}^{Gap} + m_{Ti}^{BEZ}$$

这里 m_{Ti}^{Gap} 是箱中燃料的保险贮存质量，是用来抵消第 i 级火箭部件实际性能离开其计算值的可能偏差的影响， m_{Ti}^{BEZ} 一是由于发动机装置关车前，发动机的工作可能受到破坏，致使不能从导管箱贮入的各燃料成份的质量。

对于所有一次使用的火箭部件来说，初始质量可写成

$$m_{O_i} = m_{Ki} + m_{Ti} \quad (20)$$

其中 $m_{Ti} = m_{Tzi} - \Delta m_{Ti}^{DT}$

第 i 级火箭部件的工作燃料贮存量的质量。这里 m_{Tzi} 是注入第 i 级火箭部件燃料箱中的燃料质量， $\Delta m_{Ti}^{DT} = \int_{-\Delta t}^0 \dot{m}(t) dt$ 是第 i 级起动前消耗的燃料质量。

初步地近似地认为，第 i 级火箭部件燃料箱的质量与第 i 级在其额定性能条件下飞行所需工作燃料贮量额定值成比例。

$$m_{TOi} = a_{TOi} m_{Ti} \quad (21)$$

考虑到 $m_{Ti} = M_{O_i} - M_{Ki} = M_{O_i} (1 - \mu_{Ki})$

有 $m_{TOi} = a_{TOi} (1 - \mu_{Ki}) M_{O_i}$ ， (22)

其中 $a_{TOi} = \frac{m_{TOi}}{m_{Ti}} = \frac{m_{TOi}^K}{m_{Ti}} + \frac{m_{Ti}^O}{m_{Ti}} + a_{GHi}$ ；

$$a_{TOi}^K = \frac{m_{TOi}^K}{m_{Ti}} = a_{BOi}^K \frac{m_{ORi}}{m_{Ti}} + a_{PGi}^K \frac{m_{Gi}}{m_{Ti}} + \Delta a_{TOi}^K$$

这里

$$a_{BOi}^K = \frac{m_{BOi}^K}{m_{ORi}}, \quad a_{PGi}^K = \frac{m_{PGi}^K}{m_{Gi}}$$

$$\Delta a_{TOi}^K = \frac{\Delta m_{TOi}^K}{m_{Ti}}$$

燃料各成分的质量

$$m_{ORi} = \frac{K_i}{1+K_i} m_{Ti} \quad (22)$$

$$m_{Gi} = \frac{1}{1+K_i} m_{Ti}$$

其中 $K_i = \dot{m}_{ORi} / \dot{m}_{Gi}$ 是各成份质量秒消耗比。 a_{TOi}^K 可按下式:

$$a_{TOi}^K = a_{BOi}^K \frac{K_i}{1+K_i} + a_{PGi}^K \frac{1}{1+K_i} + \Delta a_{TOi}^K \quad (24)$$

显然, a_{TOi}^K 与火管部件燃料舱的组成形式和结构力系有关; a_{Ti}^0 与发动机装置调节

系统的组成方案和性能有关; a_{GHi} 与箱增压系统的方案和性能有关。

对于 a_{TOi}^0 和 a_{GHi} 可写出类似的式子:

$$a_{TOi}^0 = \frac{m_{Ti}^0}{m_{Ti}} = a_{ORi}^0 \frac{K_i}{1+K_i} + a_{Gi}^0 \frac{1}{1+K_i}, \quad (25)$$

$$a_{GHi} = \frac{m_{GHi}}{m_{Ti}} = a_{ORi}^{GH} \frac{K_i}{1+K_i} + a_{Gi}^{GH} \frac{1}{1+K_i}, \quad (26)$$

其中 $a_{ORi}^0 = \frac{m_{ORi}^0}{m_{ORi}}, \quad a_{Gi}^0 = \frac{m_{Gi}^0}{m_{Gi}}$

$$a_{ORi}^{GH} = \frac{m_{ORi}^{GH} + m_{ORi}^{CH}}{m_{ORi}}, \quad a_{Gi}^{GH} = \frac{m_{Gi}^{GH} + m_{Gi}^{CH}}{m_{Gi}}$$

m_{ORi}^{GH} 、 m_{Gi}^{GH} 分别是氧气和燃料箱增压气体质量 m_{ORi}^{CH} 、 m_{Gi}^{CH} 分别是氧气和燃料箱增压系统元件的质量。

在其它条件相等的情况下，第 i 级火箭部件发动机装置的质量可近似地认为与发动机装置发射推力成正比例：

$$m_{Dyi} = \gamma_{Dyi} P_i / g_0 = \gamma_{Dyi} n_i M_{0i} \quad (27)$$

其中 $\gamma_{Dyi} = \frac{m_{Dyi} g_0}{P_i}$

是第 i 级火箭部件发动机装置相对质量（发动机装置质量与推力和 g_0 之比）；

$n_i = \frac{P_i}{M_{0i} g_0}$ 是第 i 级的初始过载。

初步近似地认为，第 i 级火箭部件的其它结构元件的质量与火箭一部件的初始质量成正比

$$\begin{aligned} m_{Bi} &= a_{Bi} m_{0i} = a_{Bi} (M_{0i} - M_{0i+1}) \\ &= a_{Bi} (1 - \mu_{nHi}) M_{0i} \end{aligned} \quad (28)$$

各火箭部件的控制系统元件的初始质量与所选控制机构方案和各级火箭部件初始质量有关。在其它相等条件下近似地认为

$$m_{syi} = a_{syi} m_{0i} = a_{syi} (1 - \mu_{nHi}) M_{0i} \quad (29)$$

此时从 (18) 式并考虑到 (22)、(27) — (29) 式，第 i 级火箭部件的末端质量。

$$\begin{aligned} m_{Ri} &= a_{T0i} (1 - \mu_{Ri}) M_{0i} + \gamma_{Dyi} n_i M_{0i} \\ &\quad + a_{Bi} (1 - \mu_{nHi}) M_{0i} + a_{syi} (1 - \mu_{nHi}) M_{0i} \end{aligned} \quad (30)$$

考虑到 (30) 式从 (16) 式得第 i 级相对末端质量

$$\mu_{Ri} = \frac{a_{T0i} + a_{Bi} + a_{syi}}{1 + a_{T0i}} + \frac{\gamma_{Dyi}}{1 + a_{T0i}} n_i + \frac{1 - a_{Bi} - a_{syi}}{1 + a_{T0i}} \mu_{nHi} \quad (31)$$

$$\text{令 } \alpha_i = \frac{a_{T o i} + a_{B i} + a_{s y i}}{1 + a_{T o i}}$$

$$\beta_i = \frac{\gamma_{D y i}}{1 + a_{T o i}}$$

$$\text{和考虑到 } 1 - \alpha_i = \frac{1 - a_{P i} - a_{s y i}}{1 + a_{T o i}}$$

得第 i 级相对末端质量

$$U_{R i} = \alpha_i + \mu_{n H i} (1 - \alpha_i) + \beta_i n_i \quad (32)$$

从上式得第 i 级有效载荷相对质量公式

$$\mu_{n H i} = \frac{\mu_{R i} - \alpha_i - \beta_i n_i}{1 - \alpha_i} \quad (33)$$

以上给出了一次使用多级液体运载火箭的关系式。

多次使用的多级运载火箭具有同样的形式

第 i 级的发射质量

$$M_{o i} = m_{o i} + M_{o i+1} \quad (34)$$

第 i 级的末端质量

$$M_{R i} = m_{R i} + M_{o i+1} \quad (35)$$

第 i 级末端的相对质量

$$\mu_{R i} = \frac{M_{R i}}{M_{o i}} = \frac{m_{R i}}{M_{o i}} + \mu_{n H i} \quad (36)$$

其中

$$\mu_{n H i} = \frac{M_{o i+1}}{M_{o i}}$$

而有效载荷的相对质量

$$\mu_{n H} = \frac{M_{n H}}{M_{o i}} = \prod_{i=1}^N \mu_{n H i} \quad (37)$$

但是对于这些飞行器，末端质量中还必须加进一个分量——保障多次使用的飞行器救生和着陆设备的质量，可近似地认为与火箭部件的末端质量成比例。

此时质量公式可写成：

—对于第 i 个部件的末端质量

$$m_{Ri} = m_{T0i} + m_{Dyi} + m_{Bi} + m_{syi} + m_{cpi} \quad (38)$$

—救生和着陆设备的质量：

$$m_{cpi} = a_{cpi} m_{Ri} = a_{cpi} (\mu_{Ri} - \mu_{nHi}) M_{0i} \quad (39)$$

可写成

$$\begin{aligned} m_{Ri} = & a_{T0i} (1 - \mu_{Ri}) M_{0i} + \gamma_{Dyi} n_i M_{0i} + a_{Bi} (1 - \mu_{nHi}) \\ & \times M_{0i} + a_{syi} (1 - \mu_{nHi}) M_{0i} + a_{cpi} (\mu_{Ri} - \mu_{nHi}) M_{0i} \end{aligned} \quad (40)$$

考虑到 (40) 和 (16) 两式，第 i 级末端相对质量等于

$$\begin{aligned} \mu_{Ri} = & \frac{a_{T0i} + a_{Bi} + a_{syi}}{1 + a_{T0i} - a_{cpi}} + \frac{\gamma_{Dyi}}{1 + a_{T0i} - a_{cpi}} n_i \\ & + \frac{1 - a_{Bi} - a_{syi} - a_{cpi}}{1 + a_{T0i} - a_{cpi}} \mu_{nHi} \end{aligned} \quad (41)$$

令

$$\bar{a}_i = \frac{a_{T0i} + a_{Bi} + a_{syi}}{1 + a_{T0i} - a_{cpi}} \quad \bar{\beta}_i = \frac{\gamma_{Dyi}}{1 + a_{T0i} - a_{cpi}}$$

考虑到

$$1 - \bar{a}_i = \frac{1 - a_{Bi} - a_{syi} - a_{cpi}}{1 + a_{T0i} - a_{cpi}}$$

得

$$\mu_{Ri} = \bar{a}_i + \mu_{nHi} (1 - \bar{a}_i) + \bar{\beta}_i n_i \quad (42)$$

$$\mu_{nHi} = \frac{\mu_{Ri} - \bar{a}_i - \bar{\beta}_i n_i}{1 - \bar{a}_i} \quad (43)$$

从 (42) 和 (43) 可以看出，它们的结构与一次使用多级火箭部件的 U_{Ri} 和 U_{nHi} 类似，但是 $\bar{a}_i$ 和 $\bar{\beta}_i$ 的含义不同。