

自考

突破

公共课程

高等数学(一)

上册

全国高等教育自学考试课程同步辅导

姚孟臣 / 编著

全国高等教育自学考试办公室
自学指导中心

组 编

中国人民大学出版社

2021年10月全国高等教育自学考试

自考

突破

2021年10月全国高等教育自学考试

高等数学(一)

全国高等教育自学考试指定教材

2021年10月

中国高等教育自学考试办公室
命题组

中国人民大学出版社

全国高等教育自学考试课程同步辅导

自考突破 高等数学(一)

(上册)

全国高等教育自学考试办公室
自学指导中心 组编

姚孟臣 编著

全国高等教育自学考试教材编写组 编

48.00元 本书定价18.00元

中国人民大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学. 1. 上册/姚孟臣编著

全国高等教育自学考试办公室自学指导中心组编

北京:中国人民大学出版社,2000.6

(自考突破:全国高等教育自学考试课程同步辅导)

ISBN 7-300-03522-1/G·688

I. 高…

I. ① 姚… ② 全…

Ⅱ. 高等数学-高等教育-自学考试-自学参考资料

N. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 30343 号

全国高等教育自学考试课程同步辅导

自考突破

高等数学(一)

(上册)

全国高等教育自学考试办公室 组编

自学指导中心

姚孟臣 编著

出版发行:中国人民大学出版社

(北京海淀路 157 号 邮编 100080)

发行部:62514146 门市部:62511369

总编室:62511242 出版部:62511239

E-mail:rendafx@public3. bta. net. cn

经 销:新华书店

印 刷:三河市新世纪印刷厂

开本:850×1168 毫米 1/32 印张:8.25

2000 年 6 月第 1 版 2000 年 6 月第 1 次印刷

字数:201 000

总定价(4 册):48.00 元 本册定价:12.00 元

(图书出现印装问题,本社负责调换)

出 版 说 明

为了解决广大自考生在学习中的实际困难，我们本着认真负责的态度，组织全国一流的专家学者编写了这套大型丛书——《全国高等教育自学考试课程同步辅导·自考突破》。与众多的自考辅导书相比，该套丛书具有以下特点：

一、具有很高的权威性。丛书是由全国高等教育自学考试办公室自学指导中心组织相关专业委员会的专家及课程大纲、统编教材的主创人员编写的。这些专家拥有丰富的自考教学经验和一流的编写水平。

二、实用性和针对性强。本套丛书是由学科专家们严格按照自考课程大纲的要求而编写的，主要内容与教材相配套，按章（节）设计。考生在学完教材每章的内容以后，可以按照专家归纳的重点和常考的知识点有针对性地复习。每章中设计的练习题与实际考试的题型完全一致，而且覆盖了教材后面的所有习题，并给出了参考答案。

三、这套大型丛书的主要内容已纳入教育部全国高等教育自考办的“自学考试答疑网络”。有上网条件的考生，在学习的同时还可以通过该辅导书封面上的网址接受“自考答疑网络”的辅导。

总之，有了这样一套辅导书，等于把每门课程最权威的辅导老师请到了身边。希望它能给广大考生以实实在在的帮助，使考生在学习和应试能力上都有所突破，以顺利地通过考试。

全国高等教育自学考试办公室自学指导中心

中国人民大学出版社

2000年5月

《全国高等教育自学考试课程同步辅导·自考突破》

总 序

教育部高等教育自学考试办公室主任 杨克庆

新世纪的竞争,是人才的竞争,是国民素质的竞争。要提升我国的国际竞争力,振兴中华民族,培养大量的、一批又一批高质量的各类人才是最重要的。作为“没有围墙的大学”的高等教育自学考试经过了20年的发展,逐渐壮大,现已成为我国人才培养的一条重要途径以及广大有志青年的成才之路之一。

高等教育自学考试向全社会敞开着大门。作为国家主管高等教育自学考试的机构——教育部高等教育自学考试办公室,我们有责任和义务对散布于社会各个角落的自考学生的学习进行指导和帮助。为此,我们开通了“全国高等教育自学考试答疑网络”,聘请高等院校的学科专家撰写课件、上网答疑,通过互联网络对学生自学进行指导和帮助。对于那些暂时还不能够上网学习的考生,我们将网络的教学课件编辑成书出版,使他们同样得到学习机会。

经过细致、周密的组织和准备工作,教育部高等教育自学考试办公室自学指导中心和中国人民大学出版社共同策划、出版了这套《全国高等教育自学考试课程同步辅导·自考突破》丛书。整套丛书大约100本,涉及公共政治课、经管类共同课及财经、政法、中文、英语、计算机等专业。丛书由著名高等学校的学科专家执笔,我认为它在数量繁多的同类出版物中属于佼佼者,希望它能成为考生的好帮手。

2000年5月于北京

前 言

为了帮助参加全国高等教育自学考试的广大考生能够全面、系统地复习,根据全国高等教育自学考试指导委员会颁发的《高等数学(一)自学考试大纲》、《高等数学(二)自学考试大纲》,结合作者长期从事高等数学自考教学的经验体会,针对参加自学考试考生的特点,我们编写了这几本书。鉴于目前“高等数学(一)”是经济管理专业专科学历规定的一门必修课程,而“高等数学(二)”是经济管理专业本科学历规定的一门必修课程,我们分别冠以**自考突破《高等数学(一)(上册)》、《高等数学(一)(下册)》、《高等数学(二)(上册)》、《高等数学(二)(下册)》**分四册出版。

本册是自考突破《高等数学(二)(上册)》。

本书按照考试大纲的要求分为九章,每一章由以下四部分组成。

一、基本要求——编写这部分的目的是使广大考生明确每一章考的基本内容是什么,掌握到什么程度就可以了。在编写过程中,根据我们多年来参加有关命题的经验把考试大纲的要求加以细化、归纳和总结,使广大考生能够正确把握考试要求。

二、知识点——这部分根据考试大纲的要求将知识点一一列出来,使得考生能够明确本章有哪些知识点是要求的,便于考生针对重点、难点、热点问题进行复习,全面、系统地掌握所需要的知识,在考试时能够拿得出、用得上。

三、内容提要、题型示例——这部分是编者根据自学考试大纲的要求将每一节的内容给予概括,并总结了各种题型解题的方法和技巧,开阔了考生的解题思路,使所学知识能够融会贯通,并

迅速提高考生的综合解题能力。

四、练习题及答案——我们深入研究了历年自考试卷的结构、知识点及难度的分布,并紧密结合我们在阅卷过程中常见的问题及在全国各大城市“自考辅导班”辅导的经验来编好每一道题。因此,在每一章里都从不同角度选择了具有多种风格的题目,基本上涵盖了全部命题思路,能够达到实际考试效果。这样有利于广大考生检验自己复习的效果,更加全面系统地掌握所需知识,迅速提高综合解题能力。全部习题在每一章的后面都有答案与提示。

为了方便考生了解近几年有关数学考试的题目类型、知识点及难度的分布情况,我们在下册中给出了1997—2000年全国高等教育自学考试试题及解答,仅供参考。

我们相信考生通过本书的学习,不仅有助于熟悉和掌握高等数学自学考试大纲的内容和要求,同时通过一定数量题目的练习,一定会更好地理解 and 掌握有关的基本概念及解题方法,还能够培养和提高逻辑推理能力以及综合运用所学的知识分析和解决实际问题的能力,并使得自己在这个过程中不断地增加对考试的适应能力和通过考试的自信心。

由于编者水平有限,加之时间比较仓促,书中难免有错误和疏漏之处,恳请读者批评指正。

编著者

2000年5月

于北京大学中关村

目 录

第一章 函数及其图形	(1)
一、基本要求	(1)
二、考核知识点	(1)
三、内容提要、题型示例、练习题	(2)
§ 1.1 集合	(2)
§ 1.2 映射	(5)
§ 1.3 函数	(5)
§ 1.4 经济学中的常用函数	(31)
四、练习题答案与提示	(32)
第二章 极限与连续	(35)
一、基本要求	(35)
二、考核知识点	(35)
三、内容提要、题型示例、练习题	(36)
§ 2.1 数列的极限	(36)
§ 2.2 函数的极限	(38)
§ 2.3 极限的运算法则	(46)
§ 2.4 两个重要的极限	(53)
§ 2.5 函数的连续性	(61)
§ 2.6 无穷大量和无穷小量	(70)
四、练习题答案与提示	(75)
第三章 导数与微分	(80)
一、基本要求	(80)

二、考核知识点	(80)
三、内容提要、题型示例、练习题	(81)
§ 3.1 导数概念	(81)
§ 3.2 求导法则和基本求导公式	(92)
§ 3.3 高阶导数	(104)
§ 3.4 微分	(111)
§ 3.5 导数在经济分析中的应用	(118)
四、练习题答案与提示	(121)
第四章 中值定理与导数的应用	(128)
一、基本要求	(128)
二、考核知识点	(128)
三、内容提要、题型示例、练习题	(129)
§ 4.1 中值定理	(129)
§ 4.2 导数的应用	(136)
§ 4.3 凸性、拐点和渐近线	(152)
§ 4.4 函数极值在经济管理中的应用举例	(155)
四、练习题答案与提示	(162)
第五章 积分	(171)
一、基本要求	(171)
二、考核知识点	(171)
三、内容提要、题型示例、练习题	(172)
§ 5.1 不定积分	(172)
§ 5.2 定积分	(197)
§ 5.3 广义积分	(219)
§ 5.4 定积分的应用	(224)
四、练习题答案与提示	(235)

第一章 函数及其图形

一、基本要求

了解集合的概念,掌握集合的运算;理解绝对值、区间、邻域等概念,能解带绝对值的不等式;了解映射的概念,深刻理解函数的概念;掌握函数定义中的两个要素——定义域和对应法则,会求函数的定义域和函数值域;理解函数的单调性、有界性、奇偶性和周期性;熟记基本初等函数的表达式、定义域、图形和性质;深刻理解反函数的概念,会求给定函数的反函数,并能根据 $y=f(x)$ 求出反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的定义域;深刻理解复合函数的概念,会正确地分析复合函数的复合过程;理解初等函数的概念,能区别分段函数与初等函数。

二、考核知识点

1. 集合及其运算;
2. 绝对值、区间、邻域;
3. 映射及函数概念;
4. 函数的性质;
5. 反函数;
6. 复合函数;
7. 基本初等函数和初等函数;
8. 分段函数和绝对值函数;

9. 经济学中的一些常用函数;

10. 建立函数关系式.

三、内容提要、题型示例、练习题

§ 1.1 集 合

(一) 内容提要

1. 集合的概念及其运算;
2. 实数与数轴;
3. 区间和邻域.

(二) 题型示例

例 1 设 $A = \{x | -3 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | 0 \leq x \leq 5\}$, 则有 ().

- (A) $A \subset B$; (B) $A \supset B$;
(C) $A \cap B \supset B$; (D) $A \cap B \subset B$.

答案是: D.

分析 易见(A),(B)均不成立. 考虑到

$$A \cap B = \{x | 0 \leq x \leq 3\},$$

于是有 $A \cap B \subset B$.

故选择 D.

例 2 设 $M = \{x | x^2 - x - 6 > 0\}$, $R = \{x | x - 1 \leq 0\}$, 则 $M \cap R =$ ().

- (A) $\{x | x > 3\}$; (B) $\{x | x < -2\}$;
(C) $\{x | -2 < x \leq 1\}$; (D) $\{x | x \leq 1\}$.

答案是: B.

分析 由 $x^2 - x - 6 > 0$, 有

$$(x-3)(x+2) > 0,$$

即 $\begin{cases} x > 3, \\ x > -2, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x < 3, \\ x < -2, \end{cases}$

亦即

$$x > 3 \text{ 或 } x < -2.$$

于是

$$M \cap R = \{x | x < -2\} \cap \{x | x \leq 1\} = \{x | x < -2\}.$$

故选择 B.

例 3 下列集合中为空集的是().

(A) $\{x | x < 1, \text{ 且 } x \geq 0\};$

(B) $\{x | x + 1 = 0\};$

(C) $\{x | x^2 + 1 = 0, x \text{ 为实数}\};$

(D) $\{x | x > 0, \text{ 且 } x < 1\}.$

答案是: C.

分析 易见 $x^2 + 1 = 0$ 无实数解.

故选择 C.

例 4 用区间表示满足不等式 $|x| > |x - 2|$ 所有 x 的集合是().

(A) $(-1, 1);$

(B) $(1, +\infty);$

(C) $(-\infty, 1);$

(D) $(-\infty, +\infty).$

答案是: B.

分析 由 $|x| > |x - 2|$ 有

$$x^2 > (x - 2)^2,$$

即

$$4x > 4.$$

因此

$$x > 1.$$

故选择 B.

注意 对于实数集合的运算,可以在数轴上标出有关集合.以迅速得到正确结果.

(三) 练习题

选择题

1. 设有集合 $E = \{x | -1 < x \leq 10\}, F = \{-1, 0, 1, 10\}$, 则 $E \cap F =$ ().

(A) $\emptyset;$

(B) $\{-1, 10\};$

(C) $\{0, 1, 10\};$

(D) $\{-1, 0, 1, 10\}.$

2. 对任意一个非空集合 A , 恒有(B).

(A) $A \cup \emptyset = \emptyset$; (B) $A \cap \emptyset = \emptyset$;

(C) $A \cup A = \emptyset$; (D) $A \cap A = \emptyset$.

3. 下列集合运算结果为空集的是(B).

(A) $\{0, 1, 2\} \cap \{0, 3, 4\}$; (B) $\{1, 2, 3\} \cap \{4, 5, 6\}$;

(C) $\{0, 2, 3, 5\} \cap \{0, 5, 6\}$; (D) $\{1, 2, 3\} \cap \{1, 5, 6\}$.

4. 如果集合 $A = \{x | x(x^2 - 1) = 0\}$, 下列集合中集合与 A 相等的是(B).

(A) $\{x | x(x+1) = 0\}$; (B) $\{x | x^2(x^2 - 1) = 0\}$;

(C) $\{x | (x-1)(x^2 - 1) = 0\}$; (D) $\{x | e^x(x^2 - 1) = 0\}$.

5. 设有集合 $E = \{x | -1 \leq x < 2\}$, $F = \{x | 0 < x \leq 4\}$, 则 $E \cap F =$ (B).

(A) $\{x | -1 \leq x < 0\}$; (B) $\{x | 0 < x < 2\}$;

(C) $\{x | -1 \leq x \leq 4\}$; (D) $\{x | 2 < x \leq 4\}$.

6. 下列集合中为空集的是(C).

(A) $\{x | x < 1, \text{且 } x \geq 0\}$; (B) $\{x | x+1 = 0\}$;

(C) $\{x | x^2 + 1 = 0, x \text{ 为实数}\}$; (D) $\{x | x > 0, \text{且 } x < 1\}$.

7. 设 $M = \{a, b, c, d\}$, $N = \{c, d, e\}$, $R = \{d, e, f\}$, 则 $(M \cap N) \cup (M \cap R) =$ (A).

(A) $\{c, d\}$; (B) $\{c, d, e\}$;

(C) $\{c, d, e, f\}$; (D) $\{c, b, e, d, e, f\}$.

8. 用区间表示不等式 $|ax - x_0| < \delta$ ($a > 0, \delta > 0$) 为(A).

(A) $\left(\frac{x_0}{a} - \frac{\delta}{a}, \frac{x_0}{a} + \frac{\delta}{a}\right)$; (B) $\left(x_0 - \frac{\delta}{a}, x_0 + \frac{\delta}{a}\right)$;

(C) $\left(\frac{x_0}{a} - \delta, \frac{x_0}{a} + \delta\right)$; (D) $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$.

9. 下列式子正确的是(C).

(A) $|a+b| = |a| + |b|$; (B) $|a-b| = |a| - |b|$;

(C) $|a-b| \geq ||a| - |b||$; (D) $|a+b| \geq |a|$.

10. 点 x_0 的 δ 邻域 ($\delta > 0$) 是区间 (D).

(A) $[x_0 - \delta, x_0 + \delta]$; (B) $[x_0 - \delta, x_0 + \delta)$;

(C) $(x_0 - \delta, x_0 + \delta]$; (D) $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$.

11. 关于绝对值的下列性质中正确的是 (D).

(A) $|-x| = x$; (B) $|x| = x$;

(C) $|x| > -x$; (D) $x \leq |x|$.

§ 1.2 映 射

(一) 内容提要

映射是指两个集合之间的一种对应关系.

(二) 题型示例

例 设 f 是集合 X 到集合 Y 的一个映射, 则下列说法中正确的是 (D).

(A) f 的定义域是集合 X , 值域一定是 Y ;

(B) f 的定义域是集合 X , 值域是 Y 或 Y 的一个子集;

(C) f 的定义域是 X 的一个子集, 值域是整个 Y ;

(D) f 的定义域是 X 的一个子集, 值域是 Y 或 Y 的一个子集.

答案是: B.

§ 1.3 函 数

(一) 内容提要

1. 函数的定义, 函数的表示法, 函数定义域的求法;
2. 函数的四个简单性质: 奇偶性、单调性、周期性、有界性;
3. 反函数和复合函数;
4. 基本初等函数的图形及其主要性质, 初等函数的定义, 分段函数.

(二) 题型示例

例 1 若函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $[1, 2]$, 则函数 $f(1-\ln x)$ 的定义域是().

(A) $(0, 1]$; (B) $[1-\ln 2, 1]$;

(C) $[1/e, 1]$; (D) $[1, e]$.

答案是:C.

分析 $f(1-\ln x)$ 的定义域应满足: $1 \leq 1-\ln x \leq 2$, 即

$$\begin{cases} \ln x \leq 0, \\ \ln x \geq -1, \end{cases} \quad \text{亦即} \quad \begin{cases} x \geq 1/e, \\ 0 < x \leq 1, \end{cases}$$

因此

$$1/e \leq x \leq 1.$$

故选择 C.

例 2 函数 $y = \sqrt{\lg \left(\frac{5x-x^2}{4} \right)}$ 的定义域为().

(A) $(0, 5)$; (B) $[1, 4]$;

(C) $(1, 4]$; (D) $[1, 4]$.

答案是:D.

分析 要使函数有意义, 必须满足以下两个条件

$$\begin{cases} 5x-x^2 > 0, \\ \lg \frac{5x-x^2}{4} \geq 0, \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} x^2-5x < 0, \\ 5x-x^2 \geq 4, \end{cases}$$

因此

$$\begin{cases} 0 < x < 5, \\ 1 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

故选择 D.

例 3 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有定义, 下列函数中必为偶函数的是().

(A) $y=f^2(x)$; (B) $y=x^2 f(x)$;

(C) $y=f(|x|)$; (D) $y=f[(x+1)^2]$.

答案是:C.

分析 $f^2(-x)$ 不一定等于 $f^2(x)$; $(-x)^2 f(-x) = x^2 f(-x)$

不一定等于 $x^2 f(x)$; 而 $f(|-x|) = f(|x|)$, 根据偶函数定义, 它是偶函数.

故选择 C.

例 4 下列函数中, 为周期函数的是().

- (A) $x \cos x$; (B) $\sin x^2$; (C) $\sin \frac{1}{x}$; (D) $\sin^2 x$.

答案是: D.

分析 由于 x 不是周期函数, $x \cos x$ 也不是周期函数, $\sin x^2$ 不是周期函数, 如果 $y = \sin x^2$ 是周期函数, 根据周期函数的定义, 就必然存在一个常数 $T > 0$, 使得 $\sin(x+T)^2 = \sin x^2$, 即

$$\sin(x^2 + 2xT + T^2) = \sin x^2.$$

但是, 这一等式当且仅当 $T = 0$ 时, 对于一切 x 成立. 因此, $\sin x^2$ 不是周期函数. 因为 $\frac{1}{x}$ 不是周期函数, 所以 $\sin \frac{1}{x}$ 也不是周期函数. 因为 $y = \sin^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$, 显然 $\cos 2x$ 的周期为 π , 所以

$$\begin{aligned}\sin^2(x+\pi) &= \frac{1}{2}[1 + \cos 2(x+\pi)] \\ &= \frac{1}{2}(1 + \cos 2x) = \sin^2 x.\end{aligned}$$

故选择 D.

例 5 函数 $f(x) = |x^2 - 1|$ 的单调、有界区间是().

- (A) $[-1, 1]$; (B) $(1, +\infty)$;
(C) $[-2, 0]$; (D) $[-2, -1]$.

答案是: D.

分析 因为 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上满足 $|f(x)| \leq 1$, 且 $f(-1) = f(1)$, 所以 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上有界, 但不是单调的; $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 内虽单调, 但无界; 又因为 $f(x)$ 在 $[-2, 0]$ 上满足 $f(0) = f(-\sqrt{2})$, 所以 $f(x)$ 在 $[-2, 0]$ 上虽有界, 但不是单调的; $f(x)$ 在 $[-2, -1]$ 上单调、有界.