

GPS 卫星导航与精密定位

GPS卫星导航与精密定位

许 其 凤

解放军出版社出版发行

(北京平安里三号)

新华书店经销

一二〇一工厂印刷

787×1092毫米 16开本 14印张 349千字
1989年6月第1版 1989年6月(北京)第1次印刷
印数1—2500

• ISBN 7-5065-0855-9/P·4

定价: 6.65元

前 言

全球定位系统(GPS)是美国国防部研制的全球、全天候、连续的无线电定位、导航和时间传递系统。由于该系统具有广泛的应用价值和发展潜力,因而引起军事部门和民间用户的关注,尽管GPS系统要到1990年才能正式投入运转,而各有关部门对这一系统的各项技术业已进行了大量的研究工作。

GPS系统涉及天文、通讯、测量等许多学科,本书着重对伪随机噪声码、伪距测量技术、伪距导航及精度分析、相位测量的数据处理和精度分析作了较全面、系统的讨论,鉴于美国政府对GPS系统采取的限制政策,及为今后发展我国自己的卫星导航系统,本书还详细地讨论了在局部地区(我国境内)测定卫星轨道和精密轨道计算等问题。

为了适应不同专业的读者,本书对必要的基础知识也作了简明的介绍。



30251254

665802

目 录

第一章 全球定位系统概况与参考系	(1)
§1-1 全球定位系统	(1)
§1-1-1 卫星导航的简短回顾	(1)
§1-1-2 全球定位系统概况	(2)
§1-1-3 GPS伪距导航原理	(5)
§1-2 GPS导航与定位中所使用的坐标系	(6)
§1-2-1 空间直角坐标系及其等价坐标系	(7)
§1-2-2 卫星测量中常用坐标系	(10)
§1-2-3 卫星测量中常用时间系统	(16)
第二章 卫星的运动	(19)
§2-1 二体问题的运动方程	(19)
§2-1-1 二体问题的微分方程	(20)
§2-1-2 微分方程的解(1)——轨道平面参数与面积速度	(22)
§2-1-3 微分方程的解(2)——轨道椭圆参数	(24)
§2-1-4 速度公式与平均角速度公式	(30)
§2-1-5 微分方程的解(3)——过近地点的时刻参数	(31)
§2-2 二体问题的卫星星历计算	(34)
§2-2-1 三种近点角的关系与克普方程的迭代解法	(35)
§2-2-2 卫星位置与速度的计算	(36)
§2-3 卫星的受摄运动	(38)
§2-3-1 直角坐标表示的受摄运动方程	(38)
§2-3-2 拉格朗日行星运动方程及原则解法	(39)
§2-3-3 牛顿受摄运动方程	(43)
§2-4 卫星的运动规律	(44)
第三章 伪随机码与伪随码测距	(48)
§3-1 伪随机码	(48)
§3-1-1 移位寄存器与模2运算	(48)
§3-1-2 最长线性移位寄存器序列	(52)
§3-1-3 m序列的统计特性与相关特性	(56)
§3-2 截短码与复合码	(61)
§3-2-1 截短码序列	(61)

§3-2-2 复合码序列	(63)
§3-2-3 戈尔德序列及其相关函数	(65)
§3-3 GPS卫星发播信号结构与伪随机码测距	(68)
§3-3-1 伪随机码测距原理	(68)
§3-3-2 GPS卫星发播的信号结构	(71)
§3-3-3 导航接收机工作原理	(74)

第四章 GPS卫星导航 (80)

§4-1 GPS卫星的导航电文和卫星位置计算	(80)
§4-1-1 数据块-1与卫星钟校正	(80)
§4-1-2 数据块-2与卫星位置计算	(82)
§4-1-3 电文块与数据块-3	(84)
§4-2 GPS导航解和精度分析	(86)
§4-2-1 伪距导航(定位)解算	(86)
§4-2-2 伪距导航(定位)的主要误差源	(88)
§4-2-3 导航定位的精度及最佳选星	(91)
§4-2-4 航速测定微分定位与时间测定	(94)
§4-3 导航接收机	(100)

第五章 GPS精密定位 (104)

§5-1 美国政府关于GPS的政策	(104)
§5-2 非码相位测量	(104)
§5-2-1 载波相位测量	(106)
§5-2-2 载波相位测量的数学模型	(108)
§5-3 载波相位测量测定基线	(110)
§5-3-1 单差观测量及其基线解	(110)
§5-3-2 双差、三差观测量及其基线解	(115)
§5-3-3 大气传播延迟改正与卫星星历误差对基线测定的影响	(120)
§5-3-4 模糊参数整数特性的应用与周跳的修正	(126)
§5-4 GPS相位测量接收机	(128)

第六章 卫星受摄运动方程的数值解 (134)

§6-1 有限差分与插值	(135)
§6-1-1 有限差分	(135)
§6-1-2 插值	(137)
§6-2 单步法与多步法解受摄运动方程	(141)
§6-2-1 微分方程的龙格——库塔解法	(143)
§6-2-2 微分方程的阿达姆斯解法	(148)
§6-2-3 科威尔公式解卫星受摄运动方程	(158)

§6-2-4 阶数与步长的选取	(162)
§6-3 卫星所受作用力的计算	(168)
§6-3-1 地球引	(169)
§6-3-2 其他摄动力	(174)
第七章 GPS卫星的轨道测定	(181)
§7-1 GPS卫星定轨的精度要求与局部地区定轨	(181)
§7-1-1 伪距导航与精密定位对卫星轨道的精度要求	(181)
§7-1-2 局部地区测定GPS卫星轨道的有利条件	(183)
§7-2 卫星轨道根数的改进	(186)
§7-2-1 轨道改进的数学模型	(187)
§7-2-2 三类偏导数	(191)
§7-2-3 自由项的计算与模型参数的改进	(202)
§7-2-4 模糊参数整数特性在轨道改进中的应用	(206)
§7-3 轨道改进在定位中的应用	(208)
§7-3-1 测轨跟踪站地心坐标的改进	(208)
§7-3-2 轨道改进定位	(211)
参考资料	(213)

第一章 全球定位系统概况与参考系

§1-1 全球定位系统

§1-1-1 卫星导航的简短回顾

全球定位系统(Global Positioning System, 缩写GPS)是美国第二代卫星导航系统。早在1964年,美国第一代卫星导航系统——子午仪卫星导航系统投入使用不久,美国空军与海军就已着手进行新一代卫星导航系统的研究工作,并分别提出“621B”计划和“TIMATION”计划。

子午仪卫星导航系统投入使用,充分地显示了人造地球卫星用于导航的优越性。子午仪卫星导航系统是由三部分组成,即空间部分,地面监控部分,用户部分。空间部分由六颗高度约1000公里的卫星组成,它们分布在六个轨道平面内,其轨道面相对地球赤道的倾角约为 90° ,轨道形状近于圆形,运行周期约为120分钟。卫星发播400MHz及150MHz两种频率的截波,供用户及监控站对卫星进行观测。在400MHz的截波上还调制有导航电文,它向用户提供卫星的位置及时间信息,用于用户位置解算。地面监控部分包括卫星跟踪站、计算中心和注入站。跟踪站不断地观测卫星,并将观测结果传输至计算中心。计算中心按跟踪站的观测计算卫星的轨道,并以便于用户进行卫星位置计算的形式形成对应不同时间的一系列导航电文,以便由注入站注入至卫星的存储器,由卫星按时间提供给用户。用户接收机接收卫星发播的无线电信号,测量因卫星相对接收机不断运动而产生的多普勒频移,并提取卫星发播的导航电文,计算卫星位置。由于多普勒频移反映了卫星与接收机相对运动速度,它包含了卫星与接收机相对位置的信息,根据卫星位置就可以计算接收的位置。

由于卫星轨道面倾角为 90° ,卫星几乎是沿地球上的经圈运动的,故在解中经度与高程相关,只有在已知接收机高程的情况下才能得到经、纬度的导航解。也就是说,子午仪卫星导航系统只能提供二维导航解。取得一次导航解需对一颗卫星观测8~10分钟,精度一般优于40米。由于子午仪卫星高度较低,地面覆盖面积较小,卫星数目不够多,故平均间隔约1.5小时才能进行一次定位。可以说子午仪系统就是一种“单星、低轨、测速”体制的卫星导航系统,正是这种体制决定了它不能实现实时导航,只能断续地提供二维导航,其导航精度对有些用户而言还不够高。

作为第一代卫星导航系统,子午仪系统实现了全球范围内的核潜艇、导弹测量船、各种军用、民用舰船的全天候导航,并在大地测量、高精度授时、监测地球自转等方面得到了广泛的应用,显示了卫星导航系统的优越性。但是子午仪系统的单星、低轨、测速体制限制了它在陆地、空中(不知高程)和高动态(要求实时定位)用户的应用。就是对海上用户

而言, 由于它在时间上的不连续(间隔约1.5小时的断续定位), 也需和惯性导航系统结合, 而不能作为一种独立的导航手段。正是由于这些原因, 尽管子午仪卫星导航系统在作用范围(全球)和导航精度(优于40M)上都较已有的导航系统(如罗兰C, 欧米茄等)优越, 美国空军和海军还是在它投入使用后不久就开始研究取代它的第二代卫星导航系统。

为了克服子午仪系统的局限性, 就需改变单星、低轨、测速体制。美国空军的“621B”计划和海军的“TIMATION”计划都采用了“多星、高轨、测距”体制。这里的多星, 是指进行一次导航解算需观测多颗卫星。为了适应高动态用户的需要, 导航解必须是瞬时取得的, 这就导致以测距体制代替测速体制(后者必须经过一段时间才能取得观测量)。为了能瞬时取得三维解, 必须同时观测多颗卫星(例如四颗卫星)。为了实现全球范围, 不间断的导航能力, 要求卫星的分布使得全球任何地区, 任何时间都能观测四颗以上的卫星。由于卫星的覆盖范围(可观测这颗卫星的地面范围)取决于卫星的高度, 采用高轨道的卫星是最经济的, 即使用数量最少的卫星满足全球范围不间断导航的要求。此外高轨道卫星受大气阻力的影响甚小, 有利于提高卫星轨道测定的精度, 从而有利于提高导航的精度。

美国空军研究的“621B”计划拟采用3~4个卫星星座覆盖全球, 每个星座由4~5颗卫星组成, 中间一颗为地球同步卫星, 其余几颗为轨道面倾斜一定角度(相对赤道)的周期为24小时的卫星。每个星座分别覆盖地球的一部分地区。这一卫星分布对两极地区覆盖不好, 且要求卫星监测跟踪站的分布范围广。海军的“TIMAION”计划则拟采用12~18颗高度为一万公里的卫星覆盖全球。两个计划都采用60年代才进入实际应用阶段的伪随机码测距技术。1973年美国国防部正式批准陆海空三军共同研制国防卫星导航系统——全球定位系统。全球定位系统由24颗高度为2万公里的卫星形成空间部分——卫星星座, 后因经费问题改为18颗卫星。这样的卫星星座, 连同设在美国本土的地面监测部分和采用伪随机码测距技术的接收机基本上满足了全球范围、时间连续、全天候、实时, 三维导航的要求。按目前的进度、预计1990年全球定位系统将投入使用。届时美国将逐步关闭目前使用的罗兰C、欧米加、子午仪等导航系统。

§1-1-2 全球定位系统概况

全球定位系统(GPS)是在子午仪卫星导航系统的基础上发展起来的, 它采纳了子午仪系统的成功经验。和子午仪系统一样, 全球定位系统由空间部分、地面监控部分和用户接收机三大部分组成。

按目前的方案, 全球定位系统的空间部分使用18颗高度约20200KM的卫星组成卫星星座。18颗卫星分布在六个等间隔的轨道面上, 轨道面相对赤道面的夹角为 55° 。每个轨道面有三颗卫星, 卫星间隔为 120° 。相邻轨道面的邻近卫星的相位相差 40° , 即任一卫星较其东面相邻轨道面的最近卫星向北沿其轨道超前 40° (参见图1-1)。GPS卫星轨道为近圆形, 运行周期约为11小时58分。这样的卫星分布, 除个别地区有不长的时间外, 可保证全球任何地区, 任何时刻都有不少于四颗卫星可供观测。这就提供了在时间上连续的全球导航能力。

试验的GPS卫星重464公斤, 主体呈柱形, 直径为1.5米; 星体两侧装有对日定向的太阳电池帆板, 电池帆板总面积约为 5米^2 , 所提供的功率大于410W。卫星进入地球阴影区时由三组15安培小时的镉镍蓄电池供电。卫星的姿态控制采用三轴稳定系统; 同时还采用对

日定向系统使太阳电池帆板始终对正太阳。卫星还装有肼推进系统，通过速度控制提供轨道保持能力。在卫星的底部装有多波束定向天线，发射L波段的导航信号。此外卫星还装有遥控遥测天线。GPS导航卫星星体可参见图1-2。

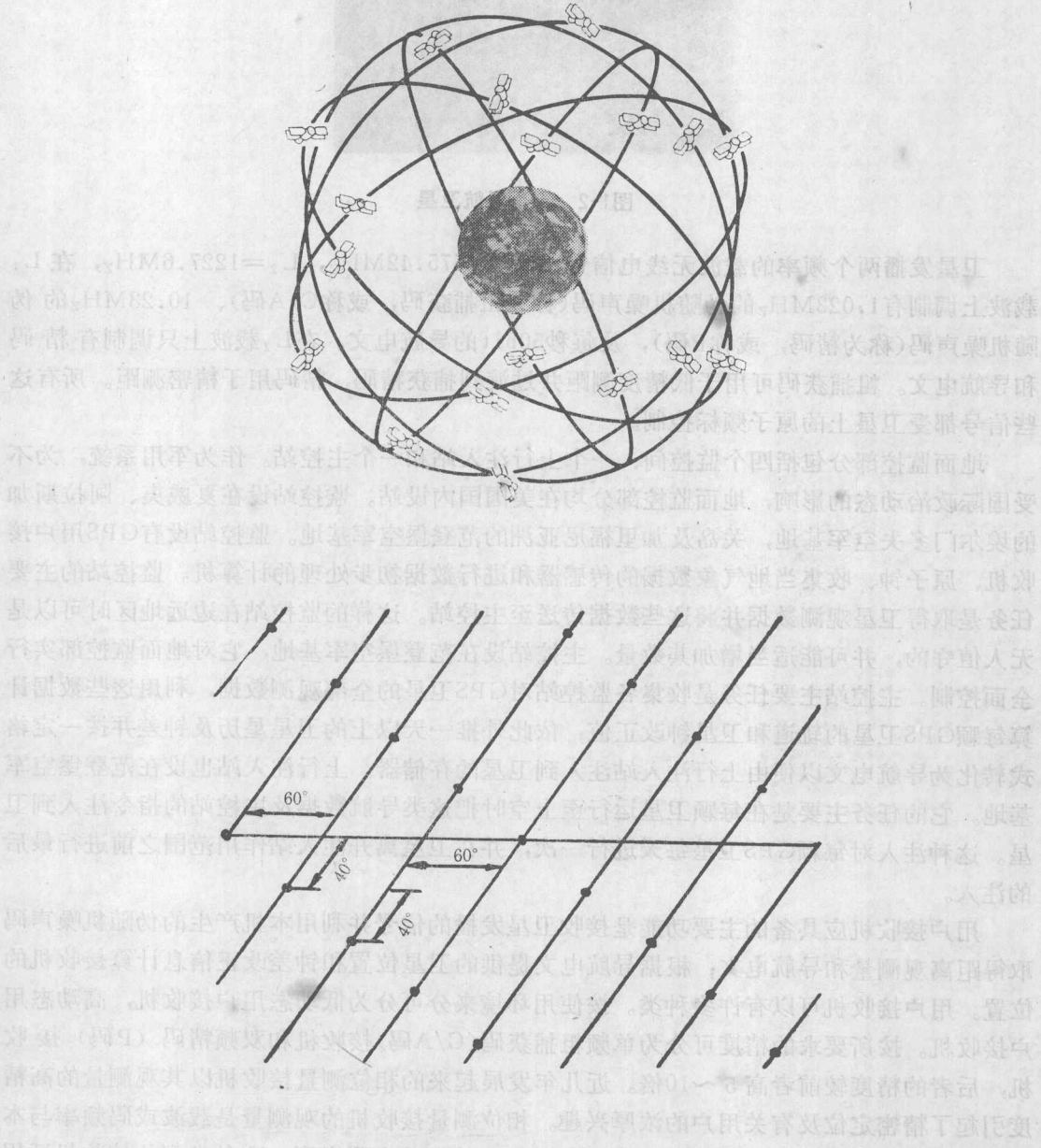


图1-1 18颗GPS卫星分布示意

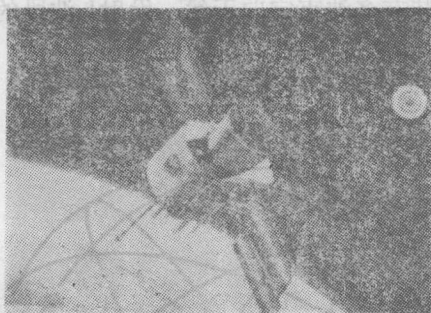


图1-2 GPS导航卫星

卫星发播两个频率的载波无线电信号, $L_1=1575.42\text{MHz}$, $L_2=1227.6\text{MHz}$, 在 L_1 载波上调制有 1.023MHz 的伪随机噪声码(称为粗捕获码, 或称C/A码)、 10.23MHz 的伪随机噪声码(称为精码, 或称P码), 及每秒 50bit 的导航电文。在 L_2 载波上只调制有精码和导航电文。粗捕获码可用于低精度测距并过渡到捕获精码, 精码用于精密测距。所有这些信号都受卫星上的原子频标控制。

地面监控部分包括四个监控间、一个上行注入站和一个主控站。作为军用系统, 为不受国际政治动态的影响, 地面监控部分均在美国国内设站。监控站设在夏威夷、阿拉斯加的埃尔门多夫空军基地, 关岛及加利福尼亚州的范登堡空军基地。监控站设有GPS用户接收机、原子钟、收集当地气象数据的传感器和进行数据初步处理的计算机。监控站的主要任务是取得卫星观测数据并将这些数据传送至主控站。这样的监控站在边远地区时可以是无人值守的, 并可能适当增加其数量。主控站设在范登堡空军基地, 它对地面监控部实行全面控制。主控站主要任务是收集各监控站对GPS卫星的全部观测数据, 利用这些数据计算每颗GPS卫星的轨道和卫星钟改正值, 依此外推一天以上的卫星星历及钟差并按一定格式转化为导航电文以便由上行注入站注入到卫星的存储器。上行注入站也设在范登堡空军基地。它的任务主要是在每颗卫星运行至上空时把这类导航数据及主控站的指令注入到卫星。这种注入对每颗GPS卫星每天进行一次, 并在卫星离开注入站作用范围之前进行最后的注入。

用户接收机应具备的主要功能是接收卫星发播的信号并利用本机产生的伪随机噪声码取得距离观测量和导航电文; 根据导航电文提供的卫星位置和钟差改正信息计算接收机的位置。用户接收机可以有许多种类。按使用环境来分可分为低动态用户接收机, 高动态用户接收机。按所要求的精度可分为单频粗捕获码(C/A码)接收机和双频精码(P码)接收机, 后者的精度较前者高 $5\sim 10$ 倍。近几年发展起来的相位测量接收机以其观测量的高精度引起了精密定位及有关用户的浓厚兴趣。相位测量接收机的观测量是载波或码频率与本机振荡器的相位差。从本质上讲, 它不需已知伪随机噪声码序列。这种类型的接收机适用于事后处理的相对定位。尽管相位测量接收机本来不是全球定位系统总体设计序列, 由于它可以取得很高的解算精度又不需已知保密的精码码序列, 因而需要高精度的民用部门及美国以外的用户对此十分重视。

目前已有七颗试验型GPS卫星提供进行各种试验。试验型卫星与正式工作卫星的轨道

面倾角稍有不同,为 63° ,六颗卫星分布在三个轨道平面上。这样一个试验卫星星座每天可提供3小时左右典型的四星可见的实验观测时间。

从已经进行的实验情况来看,结果是好的。使用P码(精码)的GPS接收机实时定位精度好于10米(这里及本节中的精度指均方根值)。C/A码(粗捕获码)接收机的实时定位精度在25米左右(按美国政府政策,正式工作卫星投入使用后,将使其下降至百米左右)。并可用于卫星、导弹、飞机、车船等高动态用户。使用相位接收机于事后处理的相对定位(基线的三维测定)精度约为百万分之一左右(坐标分量),基线长度可以从公里到千公里。典型地,15公里基线的三个坐标差可达1.5厘米的精度。

从以上情况来看,全球定位系统具有性能好、精度高、应用广的特点,是迄今最好的导航定位系统。因此,它已引起各国军事部门、民用部门的关注。

§1-1-3 GPS伪距导航原理

全球定位系统采用多星高轨测距体制,以距离作为基本观测量。通过对四颗卫星同时进行伪距离测量即可归算出接收机的位置。由于测距可在极短的时间内完成,即定位是在极短的时间内完成的,故可用于动态用户。

现代的测距方法多使用无线电信号测量所测距离上的传播延迟(传播时间)来推算距离,可以测量往返传播延迟,也可以测量单程传播延迟;所使用无线电波的频率从几十千赫的甚低频直到 10^{14} 赫的光波。测量往返传播延迟的工作方式是主站(例如卫星或用户)发播无线电信号,付站(例如用户或卫星)转发所接到的信号并为主站所接收。这就要求卫星与用户都需具备收发能力。对用户来说,不论从仪器的复杂程度还是从隐蔽性来看都是不利的。尤其是后一因素,因发射信号易造成暴露,为军用用户之一忌。单程测距则在很大程度上避免了这一缺点。进行单程测距时主站(卫星)按预定时刻发播信号,副站(用户)接收该信号并记录时刻从而得到单程距离观测量。单程测距方式不要求卫星与用户都具备收发能力,但是却要求卫星与用户接收机的时钟同步。如果两个时钟不同步,那么在所测量的传播延迟时间中(接收时刻与发播时刻之差)除了因卫星至用户接收机之间距离所引起的传播延迟之外还包含了两个时钟间的钟差。这一要求在实际工作中很难作到,但可通过适当的方法解决。

全球定位系统采用统一的原子时系统,以 t 表示。所观测的第 j 卫星时钟的钟面时以 t_j 表示,接收机时钟的钟面以 t_R 表示。由于卫星钟与接收机钟与GPS原子时不同步,其钟差分别为

$$\Delta t_j = t_j - t$$

$$\Delta t_R = t_R - t$$

这里钟差的定义与天文中的定义反号,这样只是为了使用方便。

或定义为:

$$t_j = t + \Delta t_j$$

$$t_R = t + \Delta t_R \quad (1-1)$$

设某一信号事件自 j 卫星发播的时刻为 t^s ,为接收机所接收的时刻为 t^r 。显然可自信号传播延迟

$$\tau = t^r - t^s$$

算得卫星至接收机的距离,

$$\rho = C(t^r - t^s) \quad (1-2)$$

式中C为光速。

但实际上我们只能得到该信号事件发播时刻卫星钟的钟面时 t_j^s 和接收时刻接收机的钟面时 t_R^r 。所得的观测量为:

$$\tau' = t_R^r - t_j^s$$

代入(1-1), (1-2)式

$$\tau' = t^r + \Delta t_R - t^s - \Delta t_j$$

$$C\tau' + C\Delta t_j = C(t^r - t^s) + C\Delta t_R$$

式中 Δt_j 是卫星钟钟差,可由地面监控系统测定并通过卫星发播的导航电文提供给用户,可以认为它是已知值。于是上式可写为

$$\rho' = \rho + C\Delta t_R \quad (1-3)$$

ρ' 是我们实际上可以得到的观测量(已加入卫星钟差改正),它等于卫星至接收机的距离与接收机钟差改正之和,通常称伪距离或伪距。

一般用户很难(也没有必要)以足够的精度测定接收机的钟差,可以把它作为一个待定参数与接收机的位置一并解出。

(1-3)式可写为

$$C\tau' + C\Delta t_j = \sqrt{(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2 + (z-z_j)^2} + C\Delta t_R \quad (1-4)$$

式中 x, y, z 表示接收机在所采用的地球坐标系中的三维坐标值。 x_j, y_j, z_j 为 j 卫星在同一坐标系中的坐标,它们可自卫星发播导航电文中卫星位置信息经归算得到。这样(1-4)式中除去直接观测量 τ' 和已知的卫星钟钟差 Δt_j 、卫星位置 (x_j, y_j, z_j) 外,尚有四个待定参数,它们是接收机位置 (x, y, z) 和接收机钟差 Δt_R 。只须对四颗卫星进行观测

$$C\tau'_j + C\Delta t_j = \sqrt{(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2 + (z-z_j)^2} + C\Delta t_R \quad (1-5)$$

$$j=1\sim 4$$

即可解出接收机钟差等四个参数。

以上即是GPS伪距法定位的基本原理。应该说明的是,实际上GPS卫星并不是于某一约定时刻发播一个单一的信号,而是在卫星钟的控制下按时间连续发播伪随机噪声码序列,其码频率达到每秒一兆赫(C/A码)或十兆赫(P码)。关于如何利用伪随机噪声码测量伪距离将在以后的有关章节中讨论。此外,在解(1-5)式时,需要已知所测卫星的位置,这将涉及卫星运动理论及卫星轨道计算问题。

§1-2 GPS导航与定位中所使用的坐标系

前一节所导出的伪距定位的基本关系式(1-4)

$$C\tau' + C\Delta t_j = \sqrt{(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2 + (z-z_j)^2} + C\Delta t_R$$

其中卫星坐标 (x_j, y_j, z_j) 与接收机坐标 (x, y, z) 必须是同一坐标系中的坐标值。接收机的位置显然应在地球坐标系中表示。但卫星不随地球自转,它只是在地球的引力作用下绕地球旋转,在地球坐标系内表示它的运动方程(从而给出它的位置)将会十分复杂,故卫星位置通常是在不随地球运动的天球坐标系中给定的。这样就需将卫星的天球坐标转换为

地球坐标系坐标值。在GPS应用技术中还有另一种情况，当地面监控部分应用监控站对卫星的观测资料计算卫星轨道时同样要求将监控站位置与卫星位置统一在一个坐标系内表示。这就需将监站的地球坐标转换为天球坐标。

§1-2-1 空间直角坐标系及其等价坐标系

从便于进行坐标转换来看，采用空间直角坐标系也许是最适宜的形式。它可以通过平移和旋转从一个坐标系方便地转换至另一坐标系。空间直角坐标系用位置矢量在三个坐标轴上的投影作为表示空间点位置的一组参数 (x, y, z) 。完全定义一个空间直角坐标系必须明确：(1)坐标原点的位置。它有三个自由度。(2)三个坐标轴的指向。它有三个自由度。其中第一轴(如Z轴)指向有两个自由度；第二轴(如x)须满足与第一轴垂直这一约束条件，有一个自由度；第三轴须满足与前两轴垂直(两个约束条件)，无自由度，只有正负两种取向。通常以左手坐标系或右手坐标系予以规定。(3)长度单位。

还可以有其他形式的坐标系，它们选择的参数不同，例如球面坐标系，大地坐标系等。不管采用什么形式，在一个坐标系中，一组具体的参数值(坐标值)只表示唯一的空间点位，一个空间点位也对应唯一的一组参数值(坐标值)。经常使用的球面坐标系和大地坐标系与空间直角坐标系存在着明确、唯一的转换关系，在使用中它们是等价的。

1、球面坐标系

在一些问题中采用球面坐标系是方便的。在已定义的右手直角坐标系中，可按如下方式定义一个等价的球面坐标系。

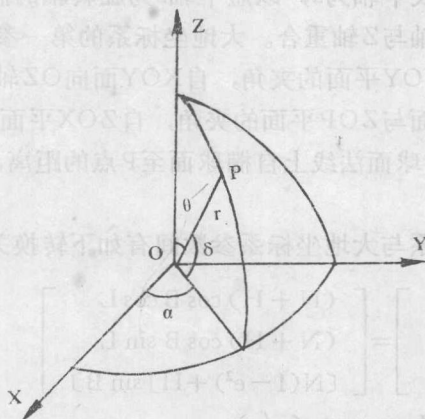


图1-3 球面坐标系与直角坐标系

球面坐标系原点与直角坐标系原点重合，以原点O至所论空间点P的距离 r 作为第一参数；第二参数 θ 为OP与OZ轴的夹角取小于 π 的值；第三参数 α 为ZOX平面与ZOP平面的夹角，自ZOX平面起算右旋为正。在实际工作中常以 $\delta = 90^\circ - \theta$ 代替 θ 作为第二参数。

对同一空间点，直角坐标系与其等效的球面坐标系参数间有如下转换关系：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos \alpha \cos \delta \\ r \sin \alpha \cos \delta \\ r \sin \delta \end{bmatrix} \quad (1-6)$$

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \alpha &= \arctg(y/x) \\ \delta &= \arctg(z/\sqrt{x^2 + y^2}) \end{aligned} \quad (1-7)$$

2、大地坐标系

在大地测量中使用大地坐标系，它是通过一个辅助面(参考椭球面)定义的。在已定义的右手直角坐标系中，可按如下方式定义一个等价的大地坐标系。

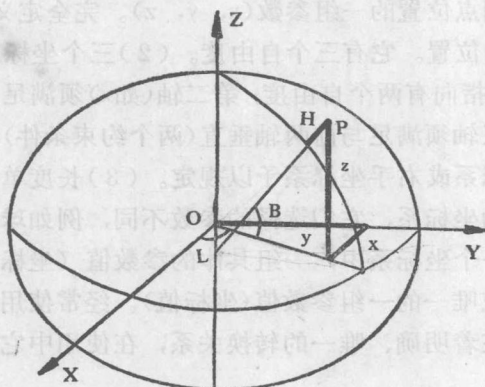


图1-4 大地坐标系与直角坐标系

大地坐标系中的参考面是长半轴为 a ，以短半轴 b 为旋转轴的椭球面。椭球面几何中心与直角坐标系原点重合；短半轴与 Z 轴重合。大地坐标系的第一参数——大地纬度 B 为过所论空间点 P 的椭球面法线与 XOY 平面的夹角，自 XOY 面向 OZ 轴方向量取为正。其第二参数——大地经度 L 为 ZOX 平面与 ZOP 平面的夹角，自 ZOX 平面起算右旋为正。第三参数——大地高程 H 为过 P 点的椭球面法线上自椭球面至 P 点的距离，以远离椭球面中心方向为正。

对同一空间点，直角坐标系与大地坐标系参数间有如下转换关系：

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N + H) \cos B \cos L \\ (N + H) \cos B \sin L \\ [N(1 - e^2) + H] \sin B \end{bmatrix} \quad (1-8)$$

$$L = \arctg(y/x)$$

$$B = \arctg \left\{ \frac{Z(N + H)}{\sqrt{x^2 + y^2} [N(1 - e^2) + H]} \right\} \quad (1-9)$$

$$H = \frac{Z}{\sin B} - N(1 - e^2)$$

式中

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

可以用迭代法解(1-9)式，由于 e 远小于1，是小因子，故收敛速度很快。

3、不同定义的坐标系间的坐标变换

既然一些常用坐标系(球面坐标系、大地坐标系)与直角坐标系可以看作是等价的(只是参数的选择不同),下面可只就直角坐标系这一种形式讨论。这里所讲的不同定义的坐标系是指其原点,三轴指向,长度单位定义不同的坐标系。所谓坐标变换是指同一空间点位在不同定义的坐标系中参数之间的变换关系。也就是已知任一空间点位在某一坐标系中的坐标如何求得同一点位在另一坐标系中的坐标这样的问题。

如果已知两个不同定义的坐标系的原点,三轴指向及长度单位间的关系,就可以通过旋转变换、平移变换及比例变换建立二坐标系间的关系。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\text{II}} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + KR \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\text{I}} \quad (1-10)$$

式中 $(x_0 \ y_0 \ z_0)^T$ 是I坐标系原点在II坐标系中的坐标值, K为二坐标系长度单位的比值

$$K = \frac{(\text{长度单位})_{\text{II}}}{(\text{长度单位})_{\text{I}}} \quad (1-11)$$

R为旋转矩阵。I坐标系可绕其轴进行若干次旋转(不多于三次),使I坐标系的三轴指向平行II坐标系的三个相应坐标轴。例如先绕x右旋 θ_x 角,后绕y轴右旋 θ_y 角,再绕z轴右旋 θ_z 角。对于右手坐标系,其旋转矩阵为

$$R = R_z(\theta_z)R_y(\theta_y)R_x(\theta_x) \quad (1-12)$$

$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

实际的旋转顺序和次数视具体问题而定,按实际顺序自右向左写出旋转矩阵。旋转角 θ 的量取,对右手坐标系右旋为正,对左手坐标系左旋为正。

图1-5中的I II两个坐标系可作为旋转变换的例子。两个坐标系的坐标轴在单位球上的交点分别为 X_I 、 X_I' 、 X_I'' 和 X_{II} 、 Y_{II} 、 Z_{II} 。已知其间的关系: $X_I O Z_I$ 与 $Z_I O Z_{II}$ 平面夹角为 α , $Z_I Z_{II}$ 角距为 θ , $X_I X_{II}$ 角距为 β 。先绕 Z_I 轴右旋 α ,此时 X_I 转至 X_I' , Y_I 转至 Y_I' 。后绕 Y_I' 轴右旋 θ ,此时 Z_I'' 轴与 Z_{II} 轴重合, X_I' 转至 X_I'' 。再绕 Z_{II} 轴(此时已与 Z_I'' 重合)左旋 $\psi = X_{II} X_I''$ 角。其旋转矩阵

$$R = R_z(-\psi)R_y(\theta)R_z(\alpha)$$

其中 ψ 可自直球面三角形 $X_I Z_{II} X_I'$ 和 $X_I Z_{II} X_{II}$ 利用已知的 θ 和 β 计算而得。

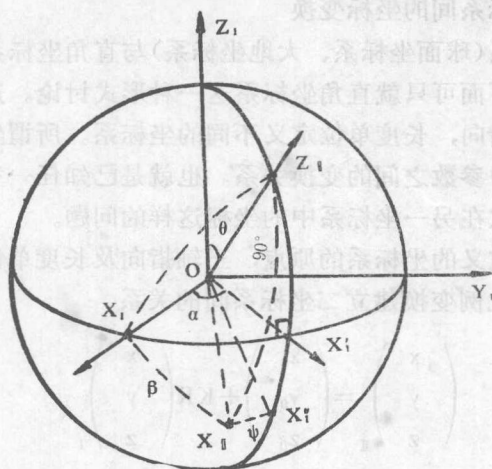


图1-5 坐标系的旋转变换

§1-2-2 卫星测量中常用坐标系

按所取坐标系原点和三轴指向的不同,可以定义不同的坐标系,但实用的坐标系总是按使用方便的方式定义的,卫星测量中通常定义地球质心为坐标系原点,其三轴指向按其定义的方向可分为天球坐标系和地球坐标系,前者指向天球上的参考点(或方向),后者指向地球上的参考点(或方向)。地球坐标系随地球自转而不断地相对天球坐标系旋转。显然,地面上的观测站使用地球坐标系表示其位置是方便的,而不随地球自转一齐运动的天体和人造卫星则使用天球坐标系表示位置更为方便。

1、瞬时极天球坐标系与地球坐标系

如前所述, GPS导航(定轨、定位)中,接收机的位置通常是在地球坐标系内表示的,而GPS卫星的位置通常在天球坐标系内表示。常需要把卫星与测站的几何位置统一在一个坐标系内,因此我们希望表示天体位置的天球坐标系与表示测站位置的地球坐标系之间是便于互相变换的。由于地球的自转,地球坐标系与天球坐标系之间存在相对运动,我们能作到的只是适当选择坐标系使其相对运动形式最简单。如果使两坐标系原点重合,取为地球质心,两坐标系Z轴重合取为瞬时地球自转轴,所定义的天球坐标系与地球坐标系具有最简便的变换关系。

瞬时极天球坐标系也称真天球(赤道)坐标系:原点位于地球质心, Z轴指向瞬时地球自转方向(真天极), X轴指向瞬时春分点(真春分点), Y轴按构成右手坐标系取向。

瞬时极地球坐标系:原点位于地球质心, z轴指向瞬时地球自转轴方向, x轴指向瞬时赤道面和包含瞬时地球自轴与平均天文台赤道参考点的子午面之交点, y轴按构成右手坐标系取向。

瞬时极地球坐标系与瞬时极天球坐标系的转换关系为:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{et} = R_z(\theta_G) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{ct} \quad (1-13)$$

下标 e 表示对应 t 时刻的瞬时极地球坐标系, c 表示对应 t 时刻的瞬时极天球坐标系。式中 θ_0 为对应平格林尼治子午面的真春分点时角。它可按下式计算

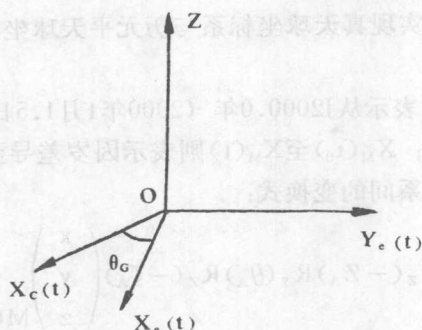


图1-6 瞬时天球与地球坐标系

$$\theta_0 = \bar{\theta}_0 + \frac{d\bar{\theta}_0}{dt} UT_1 + \Delta\psi \cos \varepsilon \quad (1-14)$$

式中 $\Delta\psi$ 与 ε 分别为黄经章动与黄道与赤道的平交角(平黄赤交角)。它们的计算方法将在以后给出。 $\bar{\theta}_0$ 与 $\frac{d\bar{\theta}_0}{dt}$ 为世界时0点的格林尼治平恒星时及其变率。

$$\bar{\theta}_0 = 6^h 41^m 50.^s 5481 + 8640184.^s 812866T + 0.^s 093104T^2 - 6.^s 2 \times 10^{-6}T^3$$

$$\frac{d\bar{\theta}_0}{dt} = 1.00273790935795 + 5.9006 \times 10^{-11}T - 5.9 \times 10^{-5}T^2$$

式中 $T = D_U/36525$, 而 D_U 是自2000年1月1日 UT_1 12^h算起的日数。 UT_1 为自观测得到的世界时。(有关时间的一些问题将在下节讨论)。

2、固定极天球坐标系——平天球坐标系

瞬时极天球坐标系, 即真天球坐标系可以方便地与地球坐标系相互变换, 但它在天球上是运动的坐标系。由于地球的非球形(一次近似为旋转椭球), 日、月对地球的引力产生力矩, 从而使地球自转轴在空间产生进动, 即地球自转轴的方向在天球上缓慢地移动。这种运动取决于日、月、地球三者的相关位置, 其结果使运动十分复杂。可以将运动分解为一个长周期变化和一系列短周期变化的叠加。长周期约25800年绕黄极一周, 由于所论时间相对其周期很短, 可以视为每年约50."2向春分点的长期变, 称为日月岁差。一系列短周期变中幅值最大的约为9", 周期为18.6年, 这些短周期项统称为章动。地球自转轴的变化引起与它垂直的赤道面的倾斜, 从而使春分点(黄道与赤道的交点)变化。春分点除因地球自转轴方向改变引起的变化外还因黄道的缓慢变化(行星引力对地球绕日运动轨道的摄动)而变化, 称为行星岁差。

瞬时极天球坐标系或真天球坐标系的坐标轴指向是不断变化的, 也就是说它是一个不断旋转的坐标系。一个旋转的坐标系不是惯性系统, 在这样的坐标系中不能直接使用牛顿第二定律, 这对研究卫星的运动是很不方便的。因此需要建立一个三轴指向不变的天球坐标系, 以便在这个坐标系内研究人造卫星的运动(计算卫星的位置)。而这个坐标系中所得到的卫星位置又可以方便地变换为真天球坐标系中的值, 以便与地球坐标系进行坐标变换。

历元平天球坐标系(常简称平天球坐标系)就是这样的坐标系。选择一个历元时刻