

物理学最前線

9

大槻義彦 編

アハラノフ-ボーム効果

大貫義郎

電荷密度波

鹿児島誠一

原子衝突における電荷移行

戸嶋信幸

共立出版株式会社

物理学最前線

9

大槻義彦 編

アハラノフ-ボーム効果

大貫義郎

電荷密度波

鹿児島誠一

原子衝突における電荷移行

戸嶋信幸

共立出版株式会社

著者略歴

大貫 義郎 (おおぬき よしお)

1953年 名古屋大学理学部物理学科卒業

専攻 素粒子論

現在 名古屋大学理学部教授 理学博士

鹿児島誠一 (かごしま せいいち)

1973年 東京大学大学院博士課程修了

専攻 物性実験

現在 東京大学教養学部助教授 理学博士

戸嶋 信幸 (としま のぶゆき)

1976年 東京大学大学院博士課程修了

専攻 原子衝突理論

現在 筑波大学理工学系講師 理学博士

物理学最前線 9

定価 1800 円

1985年 1 月 20 日 初版 1刷発行

編者 大槻義彦 © 1985

発行 共立出版株式会社 / 南條正男

東京都文京区小日向 4-6-19

電話東京 947 局 2511 番 (代表)

郵便番号 112 / 振替口座東京 1-57035 番

印刷 横山印刷株式会社

製本 中条製本

検印廃止

NDC 420

ISBN4-320-03191-1



社団法人
自然科学書協会
会員

Printed in Japan

本書の全部あるいは一部を断わりなく転載または
複写（コピー）することは、著作権・出版権の侵
害となる場合がありますのでご注意ください。

刊行にあたって

20 世紀の物理学の進歩はめざましい。1 年間になされる研究の発展は、19 世紀物理学の発展の 10 年分にも 20 年分にも匹敵するとさえいわれる。そしてまた、物理学の進歩は間髪を入れず産業に応用され、技術を革新し、市民の生活に大きな影響を与え、それがさらに物理学そのものを発展させる原動力にもなっている。

かくして、たった 1 年間の物理学の発展にすら、物理学自身追いついてゆけないという悲喜劇が生まれる。物理学会誌にのる多くの解説は、自分の専門とする分野以外さっぱり理解できないというのが現状であろう。もはや物理学者にすら理解できなくなった物理学など、文化として、人類の共通の遺産として、はたして存在価値のあるものであろうか。

もちろん、情報過多の今日、この進歩しすぎる難解な物理学を、やさしく解説しようという試みは山とある。とくに “*Physics Today*” や “*Scientific American*” (邦訳『サイエンス』), 『自然』などはきわめてユニークで意欲的で、それなりに成功しているといえるであろう。しかし、これらはあくまでも雑誌であり、たかだか数ページの内容であるから、最先端の物理学を紹介するには不十分である。一方、最先端の専門書など難解をきわめ、しかもたいてい英文である。

そこで，“物理学の最前線”をとりあげ，十分な分量でやさしく解説する刊行物が望まれる．つまるところ，シリーズ『物理学最前線』は科学雑誌がもつやさしいトピックス解説の手法と，単行本がもつゆとりと専門性をミックスさせ，わが国科学文化に寄与しようというものである．これによって“専門バカ”を生む物理学の体質を改善し，大学・高校などの教員，および専門研究者・エンジニアに最先端の物理学を広め，専門間の交流をうながし，物理学をふたたび豊かな文化の一員に復帰させようというものである．

大槻 義彦

目 次

アハラノフ-ボーム効果＝大貫義郎

1 章	はじめに	3
1・1	近接作用	3
1・2	電子波の干渉	5
1・3	問題の是非	7
2 章	多重連結空間とゲージ変換	9
2・1	非ストークス型ベクトル・ポテンシャル	9
2・2	特異点の扱い	12
2・3	多価のゲージ変換	15
3 章	多価の波動関数は許されるか？	17
3・1	普遍的な被覆空間	17
3・2	物理的な空間	21
3・3	群の多価表現	23
4 章	ベクトル・ポテンシャルの見かけの消失	32
4・1	ハイゼンベルク表示での記述	33
4・2	流体力学的な記述	36
5 章	モデル計算	38
5・1	散乱問題	39
5・2	エネルギー固有値	42
6 章	経路積分の方法	44
6・1	経路積分表示	44
6・2	虚数時間の手法	49
6・3	多重連結空間での経路積分	51
6・4	A-B 効果	53
7 章	おわりに	57

7.1 最近の実験	57
7.2 ゲージ場	60

電荷密度波＝鹿兒島誠一

1 章 はじめに	67
1.1 電荷密度波とは	68
1.2 研究の背景	69
2 章 電荷密度波の発見とその特徴	71
2.1 周期的格子ひずみ	71
2.2 金属-絶縁体転移	75
2.3 電荷密度波による電気伝導	78
2.4 さまざまな低次元伝導体の電荷密度波	84
3 章 電荷密度波の起因	92
3.1 分極関数	92
3.2 フェルミ面のネスティング	95
3.3 電子-格子相互作用とコーン異常	99
3.4 低次元系のゆらぎと現実のパイエルス転移	102
3.5 鎖間相互作用	104
4 章 電荷密度波のダイナミクス	107
4.1 フェーズン	107
4.2 ピン止め	110
4.3 ピン止めとパイエルス転移	112
4.4 位相ソリトン	114
5 章 整合-不整合転移とディスコメンシュレーション	118

5・1 整合性エネルギー.....	118
5・2 ディスコメンシユレーション.....	120
6 章 $4k_F$ 電荷密度波	122
まとめ.....	125

原子衝突における電荷移行＝戸嶋信幸

1 章 はじめに	135
2 章 組み替え衝突の理論	140
2・1 遷移行列.....	140
2・2 摂動展開.....	143
2・3 境界条件と解の一意性.....	144
3 章 電荷移行理論の歴史	147
3・1 電荷移行断面積.....	147
3・2 ボルン近似と核間相互作用.....	149
3・3 衝突径数法.....	150
3・4 直交性の問題.....	151
3・5 運動量移行の効果と ETF	154
4 章 2次ボルンと高エネルギー極限	158
4・1 トーマスの古典論.....	158
4・2 ドリスコの2次ボルン.....	159
4・3 高次の摂動項と収束性の問題.....	162
4・4 2次ボルンの数値積分.....	163
4・5 二重散乱過程を含む近似法.....	165
4・6 トーマスピークの測定.....	172
4・7 相対論的效果.....	174
5 章 関連する諸問題	176

5・1	対称な系における核間相互作用.....	176
5・2	輻射を伴う電荷移行.....	178
5・3	連続状態への電荷移行.....	183
5-4	分子基底と ETF	187
	おわりに.....	191

アハラノフ-ボーム効果

大貫義郎

1.1 近接作用

電磁気学は 19 世紀の後半にマクスウェル (Maxwell) によって完成されたが、それ以来この舞台で長いこと主役を演じてきたのはいうまでもなく電場と磁場である。その振舞いはマクスウェルの方程式によって記述され、また荷電粒子間の相互作用はそれらを媒介とした近接作用によって表されることがよく知られている。

電荷 e の粒子が電場 $\mathbf{E}$ 、磁場 $\mathbf{B}$ の中におかれていたとしよう。このとき粒子の受ける力は、時刻 t において

$$\mathbf{F} = e\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + (e/c)[\mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)] \quad (1.1)$$

で与えられる。 $\mathbf{x}$, $\mathbf{v}(=\dot{\mathbf{x}})$ はそれぞれ時刻 t での粒子の位置と速度を表すベクトルであって、式 (1.1) の第 1 項は電気力、第 2 項はローレンツ力とよばれている。 $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ は粒子が存在する点での電場、磁場であるから、電場も磁場もないところでは、粒子には何の影響もおよばないことは明らかであって、これは電磁気学の常識といってもよいはずである。

ところが、量子力学に従うような粒子、例えば電子などの場合には、話は全く異なってくる可能性のあることが、1959 年にアハラノフ (Aharonov) とボーム (Bohm) によって指摘された¹⁾。それによれば、磁場のないところにある電子に、離れた磁場の影響が現れるというのである。一体これは、電磁気学の近接作用の考えが、量子力学では破綻することを意味するものであろうか。

近接作用の概念はファラデー (Farady), マクスウェルなどによって築かれてきたものであるが、相対性理論の出現によって、それは不可欠といってよい

ほどの重要性をもつようになった。すべての作用は光速を超えて伝わることはないという原理は、空間に近接作用の担い手としての場が存在し、それを通じて作用が伝えられると考えることによって、現実性をもちうるからである。量子力学でもこの観点はもちろん保持されねばならない。アハラノフとボームによれば、ここではベクトル・ポテンシャルやスカラー・ポテンシャルといった場の量が、実は近接作用の基本的な役割を担っているというわけである。

これらの量は、すでに前世紀の終わりごろには用いられていた。ベクトル、スカラーのポテンシャルをそれぞれ $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$, $V(\mathbf{x}, t)$ と書くことにすると、これらは電場や磁場と

$$\begin{cases} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = -\nabla V(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) \end{cases} \quad (1.2)$$

という関係で結ばれる量として定義される。この式からわかるように、 $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ が与えられていても $\mathbf{A}$, V は一意的には決まらない。実際、 $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$ を $\mathbf{x}$, t の任意の関数として

$$\begin{cases} \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) \rightarrow \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) + \nabla \Lambda(\mathbf{x}, t) \\ V(\mathbf{x}, t) \rightarrow V(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \Lambda(\mathbf{x}, t) \end{cases} \quad (1.3)$$

という書き換えを行っても $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ は変更を受けないことがわかる。この変換はゲージ変換とよばれている。

$\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ を用いずに $\mathbf{A}$, V によって理論を記述するときに、電磁波が横波であることの保証は、実はゲージ変換のもとですべての観測可能量が不変であるという事情によることが知られている。したがって $\mathbf{A}$, V に着目して理論を考えていく場合には、この変換のもとでの不変性は極めて重要であって、量子力学に移行してもこれはそのまま成立していると考えなければならない。

実際、光が横波であることは、実験で極度により精度で調べられている。しかし、 $\mathbf{A}$ や V は、 $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ とは異なってゲージ変換を行えば変わってしまう量である。変換をする、しないは全くの人為的な記述上の操作であるから、 $\mathbf{A}$, V それ自身が直接観測されるということはいえない。したがって、補助的

に用いられることはあっても、これらはいわば影の存在であって場としての物理的な意味をもつものはむしろ $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ であると考えられてきた。しかしアハラノフとボームによれば、量子力学での主役はこれとは異なるという。

1.2 電子波の干渉

話を単純にするために、以下では、特に断りがない限り場はすべて静的、つまり t を含まないものとしよう。このときゲージ変換の A も $\mathbf{x}$ のみの関数と見なしてよい。

ところで、アハラノフとボームの考えの出発点はおよそ次のようなものであった¹⁾。図 1.1 のような、紙面に垂直な無限に長いソレノイドを考え、磁場はこの中に完全に閉じ込められていて、外には洩れていないものとしよう。電子は上方から入射する。そして A 点のスリットで二つに分けられ、それぞれがソレノイドの右、左を回ってスクリーン面上の F 点で再会したとき、その干渉を考えることにする。ただし、ソレノイドには適当な遮蔽が設けられていて、電子は磁場のあるところには侵入できないようになっている。

さて、A 点での電子の波動関数を

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 \quad (1.4)$$

と書こう。ここで ψ_1 , ψ_2 はそれぞれ右、左回りで F 点に向かう成分であって、半古典的に考えたとき、図 1.1 に示された径路 ABF, ACF を通るものとしよう。

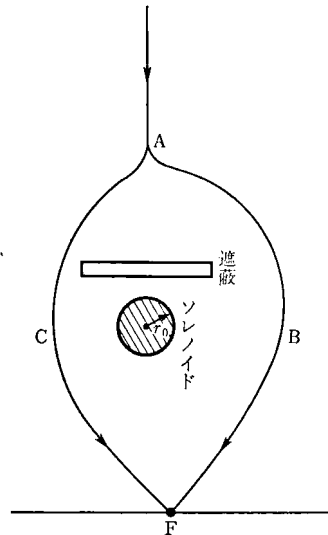


図 1.1 ソレノイド内に閉じ込められた磁場とその外を通る電子

量子力学では電子の速度を表す演算子 $\hat{\mathbf{v}}$ は、ベクトル・ポテンシャルを用いて

$$\hat{v} = \left\{ -i\hbar\nabla - \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{x}) \right\} / \mu \quad (1.5)$$

で与えられることが知られている。 μ は電子の質量である。いま径路に沿っての電子の速度が十分小さい場合には、径路上において波動関数は

$$\mathbf{t} \left\{ i\hbar\nabla + \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{x}) \right\} \psi \simeq 0 \quad (1.6)$$

を満足すると考えてよい。ここで $\mathbf{t}$ は単位長さの径路への接線ベクトルである。

この式を径路 ABF に沿って積分すると、A点での ψ の成分 ψ_1 は、F点に達したとき値 $\psi_1' \simeq \exp \left[i \frac{e}{\hbar c} \int_{ABF} \mathbf{A}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \right] \cdot \psi_1$ をとることがわかる。同様に、もう一つの成分 ψ_2 は、径路 ACF に沿っての積分の結果、F点では $\psi_2' \simeq \exp \left[i \frac{e}{\hbar c} \int_{ACF} \mathbf{A}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \right] \cdot \psi_2$ となり、結局、式 (1.4) から、全波動関数の F 点での値はこれらの合成として次のように書くことができる。

$$\psi' \simeq \exp \left[i \frac{e}{\hbar c} \int_{ABF} \mathbf{A}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \right] \cdot \psi_1 + \exp \left[i \frac{e}{\hbar c} \int_{FCA} \mathbf{A}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \right] \cdot \psi_2 \quad (1.7)$$

それ故

$$|\psi'|^2 \simeq |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + 2\text{Re} \left(\exp \left[i \frac{e}{\hbar c} \oint_{ACFBA} \mathbf{A}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \right] \cdot \psi_1^* \psi_2 \right) \quad (1.8)$$

ここで $\text{Re}(\dots)$ は $(\dots)$ の実数部分を示す。

上式で、 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ であることを考慮すれば、 $\oint_{ACFBA} \mathbf{A} d\mathbf{x}$ はストークスの定理によりソレノイドの中を貫通する全磁束（以下 Φ と書く）である。すなわち、電子は磁場の存在しない領域を通ってきたのにもかかわらず、 $|\psi'|^2$ つまり干渉の様子はソレノイド内の磁場の強さに依存して変わることになる。ここでの近接作用の担い手は明らかにベクトル・ポテンシャルであると見なさなければならない。この現象は、アハラノフ-ボーム効果、または略して A-B 効果とよばれている*。

* これより前 (1949)、エーレンブルグ (Ehrenburg) とシデー (Siday)²⁾ も類似の現象についてふれているが、問題の重要性を強調して詳しい計算を行ったのはアハラノフとボームが最初である。

1.3 問題の是非

もっとも上の議論は、半古典的なイメージにもとづく定性的な話なので、これだけでは十分信用できないという人があるかもしれない。そればかりでなく、実はあとで述べるように、アハラノフとボームは理想化された模型を用いて精密な議論をも行ったのであるが、これをも信用しないという人は現在でもまだ後を絶たないようである。特に、ミラノ大学のボッチェリ (Bocchieri) やロインガー (Loinger) ら³⁾ は、A-B 効果に対する最も強硬な否定論者であって、絶えず論争の種を播いてきた。

彼らによれば、アハラノフとボームの導いた結論は、非現実的な模型を用いての数学的なトリックだというのである。恐らく、このような立場は、これまでに確立してきた電磁気学の常識が、簡単に崩れ去るなどということは、到底ありえないという信念にもとづくものであろう。彼らは種々の理由をあげて A-B 効果の存在しえないことを主張している。これについては、あとでまた触れることになるが、それよりもまず A-B 効果について実験をしてみたらどうなるであろうか。

その試みはすぐいくつか現れた⁴⁻⁷⁾。その一つ、メーレンシュテット (Mollenstedt) ら⁷⁾ による実験は、次のようなものである。それは、図 1.1 のスクリーンのところにフィルムを水平に置いて干渉縞を撮影するものであるが、ただし撮影中フィルムはソレノイドの軸の向きと平行の方向にゆっくりと移動するようにしておく。こうすれば、ソレノイド内の磁場の強さを変えながら実験を行うとき、もし A-B 効果が実在するのならば、フィルムの移動とともに干渉縞が変化していくのが見い出されるはずである。そうして実験の結果は、平行に並んだ干渉縞が確かに磁場の変化に応じてはっきりと途中から曲げられていることを示したのであった。

これこそ A-B 効果の直接の証明のように思えたが、しかし反論が現れた。この実験ではソレノイドの長さが有限であるために、電子の通過する場所に磁場が洩れており、ソレノイド内部の磁場の変化に伴ってこれが変化したために、その影響が干渉縞の変化として現れたのではないかということである。確