Karl Bosch

Aufgaben und Lösungen zur angewandten Statistik

vieweg studium

Basiswissen

Karl Bosch

Aufgaben und Lösungen zur angewandten Statistik

V

Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig/Wiesbaden

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Bosch, Karl:
Aufgaben und Lösungen zur angewandten Statistik /
Karl Bosch. – Braunschweig; Wiesbaden: Vieweg, 1983.
(Vieweg-Studium; 57: Basiswissen)
Erg. zu: Bosch, Karl: Elementare Einführung in die
angewandte Statistik
ISBN 3-528-07257-1

NE: Bosch, Karl: Elementare Einführung in die
angewandte Statistik; GT

Dr. rer. nat. Karl Bosch ist o. Professor am Institut für Angewandte Mathematik und Statistik der Universität Hohenheim, 7000 Stuttgart 70

1983

Druck und buchbinderische Verarbeitung: W. Langelüddecke, Braunschweig
Printed in Germany

ISBN 3-528-07257-1 (Paperback)

Vorwort

Der vorliegende Band stellt eine Ergänzung zu meinem Buch "Elementare Einführung in die angewandte Statistik" (vieweg studium - Basiswissen, Bd. 27) dar. In dem Statistik-Band konnten aus Platzgründen keine Übungsaufgaben aufgenommen werden. Da jedoch im Fach Statistik das Rechnen von Übungsaufgaben unumgänglich ist, erfülle ich hiermit die vielen Wünsche aus dem Leserkreis nach geeigneten Übungsaufgaben.

Die Gliederung wurde nach dem Statistik-Buch vorgenommen. Zu jeder der 140 Aufgaben ist ein fast vollständiger Lösungsweg angegeben. Dabei wird großer Wert auf die Modellvoraussetzungen und die Interpretation der Ergebnisse gelegt.

Frl. S. Reichelt danke ich für das sorgfältige Schreiben der Druckvorlage. Schließlich danke ich für kritische Bemerkungen und Verbesserungsvorschläge aus dem Leserkreis.

Stuttgart-Hohenheim, im März 1983

Karl Bosch

Inhaltsverzeichnis

1. Beschreibende Statistik

- AUFGABE 1

Bei einem Eignungstest war ein Eignungsgrad von 0 bis 10 zu erreichen. Dabei ergaben sich folgende Werte:

Eignungsgrad	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Häufigkeit	1	5	8	12	15	17	14	12	7	5	4

Bestimmen Sie folgende Größen der Stichprobe

a) den Mittelwert;

b) den Median;

c) die Standardabweichung;

d) die mittlere Abweichung bezüglich des Mittelwerts;

e) die mittlere Abweichung bezüglich des Medians.

- AUFGABE 2

Bestimmen Sie mit Hilfe einer geeigneten Transformation Mittelwert, Median und Streuung der folgenden Stichprobe

x_k^*	100	350	600	850	1100	1350	1600	1850	2100	2350
h_k	1	3	5	6	8	10	7	5	3	2

- AUFGABE 3

Die Verkaufspreise (in DM) eines bestimmten Artikels betragen in 7 Kaufhäusern 190, 210, 195, 209, 199, 189, 215.

a) Berechnen Sie den Mittelwert und den Median der Stichprobe.

b) Wie ändern sich Mittelwert und Median, falls in einem achten Kaufhaus der Artikel zu 149 DM angeboten wird?

- AUFGABE 4

Von einer Stichprobe vom Umfang $n=30$ wurde der Mittelwert $\bar{y}=15{,}8$ und die Streuung $s_y=3{,}5$ berechnet. Nachträglich stellte sich heraus, daß die beiden Stichprobenwerte $x_{31}=16{,}5$ und $x_{32}=18{,}3$ bei der Rechnung vergessen wurden. Wie lautet $\bar{x}$ und s_x für die gesamte Stichprobe vom Umfang $n=32$?

● AUFGABE 5

In einer Stichprobe x sollen nur die Merkmalswerte $x_1^*=0$ und $x_2^*=1$ vorkommen, wobei die Häufigkeiten h_1 und h_2 nicht bekannt sind. Man kennt jedoch die Parameter $\bar{x}=0,5$ und $s_x^2=1/3$. Berechnen Sie hieraus die beiden Häufigkeiten.

● AUFGBABE 6

Ein Unternehmen besteht aus 8 Betrieben. Die Anzahl der Beschäftigten und deren monatliche Durchschnittseinkommen seien in der folgenden Tabelle zusammengestellt

Betrieb	Anzahl der Beschäftigten	monatlicher Durchschnittsverdienst
1	150	2150
2	235	2345
3	780	2574
4	578	2830
5	148	3115
6	640	2640
7	374	2960
8	295	3250

Berechnen Sie daraus

a) die gesamte Lohnsumme, die das Unternehmen pro Monat bezahlen muß;

b) den monatlichen Durchschnittsverdienst aller im Unternehmen Beschäftigten.

● AUFGABE 7

In einer Automobilfabrik wurden die Höchstgeschwindigkeiten von 400 Kraftfahrzeugen eines bestimmten Typs gemessen. Dabei ergaben sich folgende Meßergebnisse

Höchstgeschwindigkeit (km/h)	absolute Häufigkeit
$135 < x \leq 140$	18
$140 < x \leq 142$	38
$142 < x \leq 144$	82
$144 < x \leq 146$	105
$146 < x \leq 148$	89
$148 < x \leq 150$	46
$150 < x \leq 155$	22

a) Zeichnen Sie ein Histogramm.

b) Geben Sie einen Bereich an, in dem der Mittelwert $\bar{x}$ der

Stichprobe liegt. Bestimmen Sie Näherungswerte für den Mittelwert $\bar{x}$ und den Median $\tilde{x}$.

• AUFGABE 8

Bei der Messung von 250 Widerständen ergaben sich folgende Werte

Widerstand	Häufigkeit
(94;95]	2
(95;96]	4
(96;97]	15
(97;98]	23
(98;99]	33
(99;100]	41
(100;101]	49
(101;102]	42
(102;103]	20
(103;104]	10
(104;105]	7
(105;106]	4

a) Zeichnen Sie ein Histogramm.

b) Geben Sie Schätzwerte für Mittelwert, Median und Streuung der Stichprobe an.

c) Geben Sie Ober-und Untergrenzen für den Mittelwert und den Median der Stichprobe an.

• AUFGABE 9

Die Altersverteilung derjenigen Personen, die im Jahre 1980 in der Bundesrepublik Deutschland gestorben sind, ist in der nachfolgenden Tabelle nach Geschlecht getrennt dargestellt (Quelle: Stat. Jahrbuch 1982)

Alter	männlich	weiblich
0 - 1	4 455	3 366
1 - 5	801	647
5 - 10	677	404
10 - 15	830	487
15 - 20	3 114	1 147
20 - 25	3 562	1 058
25 - 30	2 848	1 218
30 - 35	2 963	1 472
35 - 40	4 732	2 376
40 - 45	8 564	4 011
45 - 50	10 903	5 237
50 - 55	16 020	8 181
55 - 60	20 380	13 810
60 - 65	19 751	14 182
65 - 70	43 560	32 834
70 - 75	61 700	53 893
75 - 80	66 049	71 968
80 - 85	44 658	74 262
85 - 90	22 487	51 312
90 und mehr ..	9 961	24 237
Insgesamt	348 015	366 102

a) Zeichnen Sie die entsprechenden Histogramme.

b) Berechnen Sie Näherungswerte für die jeweiligen Mittelwerte und Streuungen. Als Mittelwert der obersten Klasse setze man 95.

c) Um wieviel ändern sich die Mittelwerte, wenn man als Klassenmitte der obersten Klasse 92,5 wählt?

● AUFGABE 10

Die Altersverteilung derjenigen Personen, die in der Bundesrepublik Deutschland im Jahre 1980 als ledige geheiratet haben, ist in der nachfolgenden Tabelle nach Geschlecht getrennt dargestellt (Quelle: Stat. Jahrbuch 1982)

Männer

unter 18	165
18 - 19	2 885
19 - 20	10 364
20 - 21	16 834
21 - 22	22 301
22 - 23	28 348
23 - 24	31 406
24 - 25	31 124
25 - 26	28 928
26 - 27	24 991
27 - 28	20 849
28 - 29	16 660
29 - 30	12 913
30 - 31	10 425
31 - 32	7 970
32 - 33	5 667
33 - 34	4 325
34 - 35	2 759
35 - 40	10 193
40 - 45	4 377
45 - 50	1 221
50 - 55	510
55 - 60	206
60 - 65	108
65 - 70	99
70 und mehr .	106
Insgesamt	295 734

Frauen

unter 16	112
16 - 17	1 910
17 - 18	5 420
18 - 19	25 007
19 - 20	31 750
20 - 21	38 684
21 - 22	38 260
22 - 23	34 126
23 - 24	28 276
24 - 25	22 633
25 - 26	17 622
26 - 27	13 114
27 - 28	9 607
28 - 29	7 035
29 - 30	5 305
30 - 31	3 987
31 - 32	2 861
32 - 33	1 921
33 - 34	1 490
34 - 35	974
35 - 40	3 681
40 - 45	2 112
45 - 50	1 208
50 - 55	952
55 - 60	728
60 - 65	260
65 - 70	164
70 und mehr .	71
Insgesamt	299 270

Zeichnen Sie jeweils ein Histogramm und bestimmen Sie Näherungswerte für das mittlere Erstheiratsalter der Männer bzw. Frauen und für die entsprechenden Standardabweichungen.

● AUFGABE 11

Gegeben ist die Stichprobe
$x = (3;1;4;5;2;6;3;4;1;5)$.

a) Zeichnen Sie die (empirische) Verteilungsfunktion der Stichprobe.
b) Bestimmen Sie graphisch den Median der Stichprobe.

● AUFGABE 12

Bei einem Landwirt ferkelten im Jahr 25 Säue. Die Anzahl der Ferkel pro Wurf sei in der nachfolgenden Tabelle zusammengestellt

x_k^*	h_k
5	1
7	3
8	6
9	7
10	5
11	2
14	1

a) Zeichnen Sie die (empirische) Verteilungsfunktion der Stichprobe.
b) Berechnen Sie Mittelwert und Streuung der Stichprobe.
c) Bestimmen Sie aus der Verteilungsfunktion graphisch den Median der Stichprobe.

● AUFGABE 13

Lassen sich aus der (empirischen) Verteilungsfunktion $\tilde{F}(x)$ die absoluten Häufigkeiten der Merkmalswerte berechnen?

● AUFGABE 14

$x = (x_1,x_2,...,x_n)$ sei eine beliebige Stichprobe. Zeigen Sie, daß für $c=\bar{x}$ die Quadratsumme

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - c)^2$$

am kleinsten ist.

2. Zufallsstichproben

• AUFGABE 1

Die Teilnehmer an der Fernsehsendung Pro und Contra werden aus dem Telefonbuch der Stadt Stuttgart zufällig ausgewählt. Handelt es sich bei diesem Auswahlverfahren um eine repräsentative Stichprobe der Stuttgarter Bevölkerung?

• AUFGABE 2

In einer Schule soll für eine bestimmte Reise ein Schüler zufällig ausgewählt werden. Das Auswahlverfahren wird folgendermaßen durchgeführt: Zunächst wird eine Klasse zufällig ausgewählt und daraus anschließend ein Schüler. Ist dieses Auswahlverfahren gerecht, d.h. hat jeder Schüler der Schule die gleiche Chance, ausgewählt zu werden?

• AUFGABE 3

Nach dem statistischen Jahrbuch 1982 lebten im Jahre 1980 in der Bundesrepublik Deutschland durchschnittlich 29,417 Mio Männer und 32,149 Mio Frauen. Kann daraus geschlossen werden, daß allgemein mehr Frauen als Männer geboren werden?

• AUFGABE 4

Bei einer Meinungsumfrage über den Koalitionswechsel einer bestimmten Partei kritisierten 41% der befragten Personen diesen Wechsel. Können daraus Schlüsse für den Stimmenanteil dieser Partei bei der nächsten Wahl gezogen werden?

• AUFGABE 5

An einem Auslosungsverfahren für 1 000 Studienplätze für Medizin nahmen sechs Abiturienten der gleichen Schule teil. Sie erhielten die Platznummern 601, 610, 623, 680, 910, 941. Die Chancengleichheit der Auslosung wurde von ihnen angezweifelt mit dem Hinweis, daß 4 bzw. 2 von ihnen in der gleichen Hundertergruppe sind. Sie meinten, bei einer gleichwahrscheinlichen Auslosung müßten die 6 Zahlen gleichmäßiger verteilt sein. Ist dieser Einwand richtig?

3. Parameterschätzung

● AUFGABE 1

Zur Schätzung einer unbekannten Wahrscheinlichkeit $p=P(A)$ werde ein Bernoulli-Experiment vom Umfang n durchgeführt. Bestimmen Sie den minimalen Stichprobenumfang n so, daß für die Zufallsvariable der relativen Häufigkeit $R_n(A)$ des Ereignisses A gilt

$$P(|R_n(A) - p| > 0{,}01) \leq 0{,}05 \quad ,$$

a) falls über p nichts bekannt ist,

b) falls $p \leq 0{,}25$ bekannt ist.

Interpretieren Sie die Ergebnisse!

● AUFGABE 2

Von einer Zufallsvariablen X sei der Erwartungswert μ_0 bekannt, nicht jedoch die Varianz σ^2. Zeigen Sie, daß im Falle unabhängiger Wiederholungen X_i die Schätzfunktion

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu_0)^2 \quad \text{erwartungstreu für } \sigma^2 \text{ ist.}$$

● AUFGABE 3

Ein Betrieb besteht aus zwei Werken mit 1450 bzw. 2550 Beschäftigten. Einige Tage vor einer geplanten Urabstimmung über einen möglichen Streik möchte die Betriebsleitung den relativen Anteil p der Streikwilligen im gesamten Betrieb schätzen. Dazu werden im Werk 1 n_1 und im Werk 2 n_2 Personen zufällig ausgewählt. Die Zufallsvariablen $\bar{X}_1$ bzw. $\bar{X}_2$ beschreiben die relativen Anteile der Streikwilligen in den beiden Stichproben.

a) Bestimmen Sie die Konstanten c_1 und c_2 so, daß $c_1 \cdot \bar{X} + c_2 \cdot \bar{X}_2$ eine erwartungstreue Schätzfunktion für p ist.

b) Schätzen Sie p aus $\bar{x}_1=0{,}28$ und $\bar{x}_2=0{,}51$.

c) Wann ist $\frac{1}{2}(\bar{X}_1+\bar{X}_2)$ erwartungstreu für p?

● AUFGABE 4

Die (stoch.) unabhängigen Zufallsvariablen X und Y seien $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ - bzw. $N(\mu_2,\sigma_2^2)$-verteilt, wobei die Varianzen bekannt sind.

Zur Schätzung von μ_1 bzw. μ_2 werden aus zwei unabhängigen Stichproben vom Umfang n_1 bzw. n_2 die Mittelwerte

$$\bar{x} = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1} x_i \quad \text{bzw.} \quad \bar{y} = \frac{1}{n_2}\sum_{k=1}^{n_2} y_k$$

benutzt, wobei die Gesamtzahl $n=n_1+n_2$ fest vorgegeben ist. Wie müssen n_1 und n_2 gewählt werden, damit die Schätzfunktion $\bar{X}-\bar{Y}$ die kleinste Varianz besitzt?

Zahlenbeispiel: $\sigma_2^2 = 4\sigma_1^2$, $n = 300$.

● AUFGABE 5

a) Welche Bedingungen müssen die Koeffizienten α_i erfüllen, damit bei unabhängigen Wiederholungen X_i

$$T = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i X_i$$

eine erwartungstreue Schätzfunktion für den Erwartungswert $\mu = E(X_i)$ ist?

b) Wann hat die erwartungstreue Schätzfunktion T minimale Varianz?

● AUFGABE 6

Eine geometrisch verteilte Zufallsvariable X besitze die unabhängige Stichprobe $(k_1,k_2,...,k_n)$. Bestimmen Sie hieraus für den unbekannten Parameter p dieser geometrischen Verteilung die Maximum-Likelihood-Schätzung.

● AUFGABE 7

Die Dichte einer Zufallsvariablen besitze die Gestalt

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{c^2} & \text{für } 0 \le x \le c\sqrt{2} \; ; \\ 0 & \text{sonst} \; , \end{cases}$$

wobei die Konstante c nicht bekannt ist. Bestimmen Sie aus der Stichprobe $(x_1,x_2,...,x_n)$ die Maximum-Likelihood-Schätzung für den unbekannten Parameter c.

- AUFGABE 8

Eine Grundgesamtheit sei im Intervall [a,b] gleichmäßig verteilt, wobei die Parameter a und b nicht bekannt sind.

a) Bestimmen Sie für diese Parameter die Maximum-Likelihood-Schätzungen.
b) Zeigen Sie, daß diese Schätzungen konsistent und asymptotisch erwartungstreu sind.

- AUFGABE 9

Die Zufallsvariable X sei im Intervall $[\mu-1/2;\mu+1/2]$ gleichmäßig verteilt. Zeigen Sie, daß bei einer Stichprobe vom Umfang n die Zufallsvariable $\frac{1}{2}(X_{min}+X_{max})$ eine erwartungstreue Schätzfunktion für den Parameter μ ist.

- AUFGABE 10

Gegeben sei eine normalverteilte Grundgesamtheit mit bekanntem Erwartungswert μ_0 und unbekannter Varianz σ^2.

a) Bestimmen Sie die Maximum-Likelihood-Schätzung für σ^2.
b) Leiten Sie in Abhängigkeit des Stichprobenumfangs n ein Konfidenzintervall für σ^2 zur Konfidenzzahl γ ab. Benutzen Sie dabei die Eigenschaft, daß die Quadratsumme von n unabhängigen N(0;1)-verteilten Zufallsvariablen Chi-Quadrat-verteilt ist mit n Freiheitsgraden.
c) Bestimmen Sie das Konfidenzintervall für $\gamma=0{,}95$; $\mu_0=50$ aus einer Stichprobe vom Umfang $n=10$ mit $\bar{x}=49{,}5$ und $s^2=4$.
d) Bestimmen Sie aus den Angaben aus c) das Konfidenzintervall für σ^2, falls der Erwartungswert μ nicht bekannt ist. Interpretieren Sie die gewonnenen Ergebnisse.

- AUFGABE 11

Die Durchmesser der von einer bestimmten Maschine gefertigten Stahlkugeln für Kugellager seien ungefähr normalverteilt. Bei einer Stichprobe vom Umfang $n=30$ erhält man einen mittleren Durchmesser $\bar{x}=10{,}2$ mm und eine Streuung $s=0{,}62$ mm. Bestimmen Sie hieraus Konfidenzintervalle für den Erwartungswert μ und die Varianz σ^2 für $\gamma=0{,}95$.

• AUFGABE 12

Bei einer Repräsentativumfrage kurz vor einer Wahl geben von den Befragten, die zur Wahl gehen wollen, 51,5% an, sie werden die Partei A wählen. Daraus schließt die Partei sofort, daß sie bei der bevorstehenden Wahl mindestens 50% der Wählerstimmen erhalten werde. Welche Bedingung muß erfüllt sein, damit die Aussage der Partei mit 95%-iger Sicherheit richtig ist?

• AUFGABE 13

Herr Schlau kandidiert für den Gemeinderat. In der Gemeinde sind nur 955 Personen stimmberechtigt. Um eine Prognose über den Stimmenanteil für den Kandidaten zu geben, sollen n Personen für eine Repräsentativumfrage ausgewählt werden.
Wie groß muß n mindestens sein, damit das Ergebnis mit dem Sicherheitsgrad 95% auf 3 Prozentpunkte genau ist?
Benutzen Sie dabei einmal zur Approximation die Binomialverteilung und zum anderen - um n möglichst gering zu halten - die Varianz der hypergeometrischen Verteilung (endliche Grundgesamtheit!).

• AUFGABE 14

Bei einer Meinungsumfrage über den Bekanntheitsgrad eines bestimmten Artikels wurde festgestellt, daß 65% der zufällig ausgewählten befragten Personen den Artikel kennen. Berechnen Sie ein Konfidenzintervall für den Bekanntheitsgrad (in Prozent) für $\gamma=0,99$, falls
a) n=1 000 , b) n=10 000 , c) n=100 000 , d) n=1 000 000
Personen befragt wurden.

• AUFGABE 15

Die Zufallsvariable, welche die Leistung von Automotoren beschreibt, sei ungefähr normalverteilt. Die Überprüfung von 10 zufällig ausgewählten Motoren ergab eine mittlere Leistung von 40,9 PS bei einer Standardabweichung von 3,1 PS. Bestimmen Sie hieraus Konfidenzintervalle für die Parameter der Normalverteilung zu $\gamma=0,95$.

● AUFGABE 16

Ein Anthropologe untersucht einen bestimmten Volksstamm. Er vermutet, daß die Männer dieses Stammes aufgrund der Zivilisationseinflüsse jetzt größer werden als früher. Ältere Untersuchungen ergaben, daß die Körpergröße annähernd normalverteilt ist mit $\sigma_0=15$ cm.

a) Berechnen Sie unter der Annahme, daß die Streuung gleich geblieben ist, wieviele Männer mindestens gemessen werden müssen, damit die Länge des 95%-Konfidenzintervalles für μ höchstens 2 cm ist.

b) 1 000 zufällig ausgewählte Männer besitzen eine mittlere Körpergröße von 172,5 cm. Berechnen Sie daraus ein 95%-Konfidenzintervall für μ.

● AUFGABE 17

Um die Anzahl der Fische in einem Teich zu schätzen, wird folgendes Verfahren gewählt: Es werden 250 Fische gefangen, gekennzeichnet und wieder in den Teich zurückgebracht. Nach einiger Zeit werden 150 Fische gefangen. Darunter befinden sich 22 gekennzeichnete. Bestimmen Sie hieraus einen Schätzwert sowie ein Konfidenzintervall für die Gesamtzahl der Fische im Teich zu $\gamma=0,95$.

● AUFGABE 18

Die Zufallsvariable X sei Poisson-verteilt. Leiten Sie mit Hilfe des zentralen Grenzwertsatzes ein (zweiseitiges) Konfidenzintervall für den Parameter λ her.

● AUFGABE 19

Die Anzahl der Anrufe pro Minute in einer Telefonzentrale während einer gewissen Tageszeit sei Poisson-verteilt mit dem Parameter λ. Während einer Stunde gingen 200 Anrufe ein. Bestimmen Sie mit Hilfe der Aufgabe 18 ein 95%-Konfidenzintervall für λ.

● AUFGABE 20

Die Zufallsvariable, welche die Anzahl der Tore pro Spiel in der Bundesliga beschreibt, sei ungefähr Poisson-verteilt mit dem Parameter λ. In der Saison 1981/82 bestand die Bundesliga aus 18 Mannschaften, wobei jede Mannschaft gegen jede zweimal spielte. Insgesamt wurden 1 081 Tore geschossen. Berechnen Sie hieraus mit Hilfe von Aufgabe 18 ein Konfidenzintervall für λ zur Konfidenzzahl $\gamma=0{,}95$.

● AUFGABE 21

Die Zufallsvariable X sei in [0;a] gleichmäßig verteilt. Berechnen Sie mit Hilfe der Testgröße X_{max} ein Konfidenzintervall für den Parameter a.
Zahlenbeispiel: $n = 100$; $x_{max} = 9{,}99$; $\gamma = 0{,}95$.

● AUFGABE 22

Die Zufallsvariable X sei in [0,a] gleichmäßig verteilt.

a) Zeigen Sie: Bei einem Stichprobenumfang n ist $\frac{n+1}{n}X_{max}$ eine erwartungstreue Schätzfunktion für den Parameter a mit $D^2(\frac{n+1}{n}\cdot X_{max}) = \frac{a^2}{n\cdot(n+2)}$.
b) $2\cdot\bar{X}$ ist ebenfalls eine erwartungstreue Schätzfunktion für a. Welche der beiden Schätzfunktionen ist wirksamer?

● AUFGABE 23

Die Zufallsvariable X sei in $[\mu-1/2;\mu+1/2]$ gleichmäßig verteilt. Zeigen Sie, daß $Z = X_{max} - \frac{1}{2} + \frac{1}{n+1}$ eine erwartungstreue Schätzfunktion für den Parameter μ ist mit $D^2(Z) = \frac{n}{(n+1)^2\cdot(n+2)}$.

● AUFGABE 24

Die Zufallsvariable X sei in [a,b] gleichmäßig verteilt. Dann ist $Y = \frac{X-a}{b-a}$ in [0,1] gleichmäßig verteilt.

1.) Zeigen Sie, daß bei einer Stichprobe vom Umfang n für $Z = Y_{min} + Y_{max}$ gilt: $E(Z) = 1$; $D^2(Z) = \frac{3}{(n+1)\cdot(n+2)}$.

2.) Bestimmen Sie hieraus den Erwartungswert und die Varianz der Schätzfunktion $W = \frac{1}{2}(X_{min} + X_{max})$.