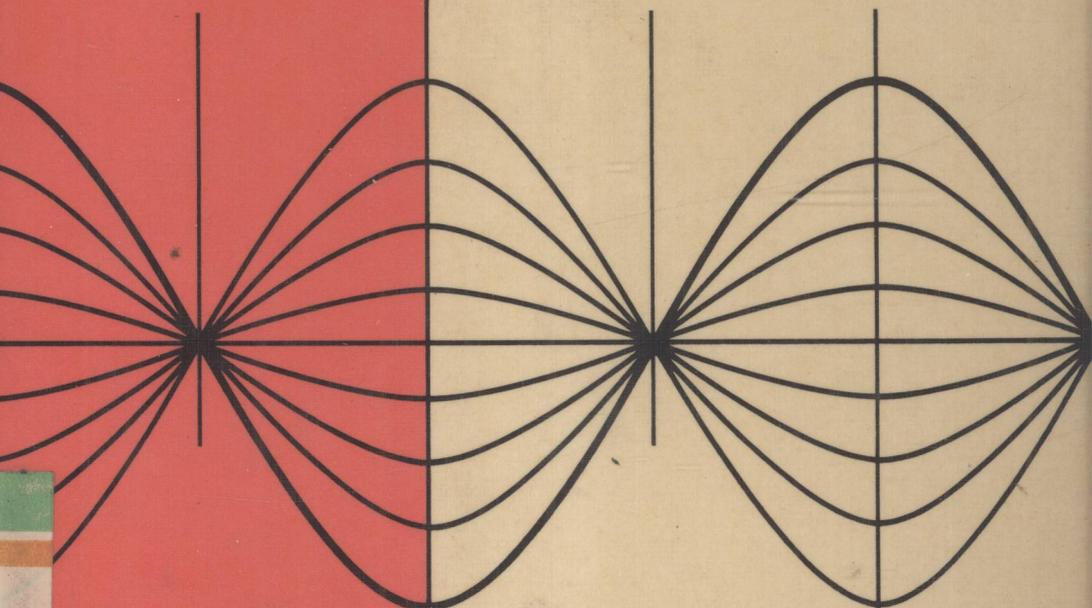


Schröder / Rommel

Band 2

Elektrische Nachrichtentechnik

Signaländerungen auf dem
Übertragungsweg.
Verzerrungen und Störungen.



Pflaum Verlag · München

Beim Studium und in der Praxis vieltausendfach bewährt

ELEKTRISCHE NACHRICHTENTECHNIK

Dr.-Ing. Heinrich Schröder/Prof. Dr.-Ing. Günther Rommel

Band 1 a: Eigenschaften und Darstellungen von Signalen

1978. 10., völlig neu bearbeitete Auflage. 412 Seiten mit 179 Abbildungen und Tabellen, Kst.-geb., DM 59,80. ISBN 3-8101-0045-5.

Der Band 1 des Werkes Elektrische Nachrichtentechnik mußte aufgrund der Innovationen in der Nachrichtentechnik völlig neu konzipiert werden. Er wird durch den Band 1 a mit dem Untertitel „Eigenschaften und Darstellungen von Signalen“ ersetzt, der die Kennfunktionen und Kenntnisse von periodischen sowie von einmaligen determinierten und stationären zufallsbedingten Signalen behandelt. Mit Hilfe der jetzt in die Neubearbeitung eingeführten Begriffe wie Spektralfunktion, Korrelationsfunktion und spektrale Leistungsdichte werden dann Signale betrachtet, die durch Modulation und Codierung umgewandelt werden. Die Eigenschaften schwingungsmodulierter Signale werden behandelt. Die bei den modernen Verfahren der digitalen Modulation auftretenden Probleme der Analog-Digital-Wandlung und der Codierung werden innerhalb dieses Werkes erstmals dargestellt. Ebenfalls neu aufgenommene Betrachtungen über den Nachrichtengehalt von gesendeten und empfangenen, bei der Übertragung gestörter Signale schließen die Überlegungen ab.

Dr.-Ing. Heinrich Schröder/Prof. Dr.-Ing. Günther Rommel

Band 1 b: Änderungen determinierter Signale auf linearen Übertragungswegen

1980. 10., völlig neu bearbeitete Auflage. Ca. 420 Seiten und zahlreichen Abbildungen und Tabellen, Kunststoffeinband, ca. DM 59,80. ISBN 3-7905-0317-7.

Nachdem im Band 1 a die Signale im Zeit- und Frequenzbereich analysiert und auf ihre Umwandlung und ihren Informationsgehalt untersucht wurden, wird im Band 1 b deren Übertragung behandelt. Hier ist beschrieben, wie und wo sogenannte determinierte und stochastische Signale erzeugt werden und wie die dazu benötigten Sender und Empfänger prinzipiell arbeiten. Lineare Übertragungssysteme spielen dabei die größte Rolle. Es werden determinierte Signale für die Untersuchung auf Übertragungseigenschaften gewählt. Die sogenannten Übertragungseigenschaften werden durch Kennfunktionen wie z. B. die Gewichtsfunktion oder Übergangsfunktion, das Übertragungsmaß oder Übertragungsfaktor definiert. Diese Werte stellen die Güte einer Nachrichtenübertragung dar.

Ein sehr aktuelles Thema, nämlich zeitdiskret arbeitende Übertragungssysteme, wie beispielsweise die sogenannten Pulsmodulationen werden außerdem in diesem Buch behandelt.

Der Band 1 b „Signaländerungen auf dem Übertragungsweg“ beinhaltet ausschließlich Änderungen determinierter Signale. Dieses Thema ist so umfangreich, daß alles nicht in diesem Band gezeigt werden konnte und die sogenannten stochastischen Signalübertragungen erst im Band 2 behandelt sind.



Pflaum Verlag · München

Fachliteratur zur Nachrichtentechnik

Hans Peschl

HF-Leitung als Übertragungsglied und Bauteil

1979. 200 Seiten, 132 Bilder und zahlreiche Übungsaufgaben, Kst.-geb., DM 39,80. ISBN 3-8101-0053-6.

Das Buch entstand aus Vorlesungen, die der Autor an der Hochschule für Technik in Bremen im Rahmen des Lehrgebietes „Grundlagen der elektrischen Nachrichtenübertragung“ hält. Vorausgesetzt werden elementare Kenntnisse der höheren Mathematik und der Berechnung von Wechselstromschaltungen. Die Texte sind so abgefaßt, daß sich das Buch auch auszeichnet für das Selbststudium eignet.

Vorrangig werden die verlustlose bzw. schwach gedämpfte Leitung, auf der sich TEM-Wellen ausbreiten, sowie die HF-Schaltungen, die sich damit aufbauen lassen, behandelt. Besonders hingewiesen sei, daß vorrangig auch die immer mehr verwendete Mikrowellentechnik berücksichtigt wird. Die zahlreichen eingestreuten Rechen- und Anwendungsbeispiele zeigen auf, wie die theoretisch gefundenen Zusammenhänge ingenieurmäßig sinnvoll in die fachpraktische Anwendung umgesetzt werden können. Sie zeigen weiter auf, daß ohne fundiertes Grundwissen, d.h. ohne fundierte Grundlagenkenntnisse es nicht möglich ist, technische Probleme in der elektronischen Nachrichtentechnik befriedigend zu lösen. Das Buch ist darüber hinaus eine vertiefende Ergänzung zu dem dreibändigen Lehrbuchwerk Schröder/Rommel: Elektrische Nachrichtentechnik.

Horst Schymura

Rauschen in der Nachrichtentechnik

1978. 124 Seiten mit 59 Abbildungen und 30 Übungsaufgaben, broschiert, DM 29,80. ISBN 3-8101-0050-1.

Unter „Rauschen“ versteht man entweder eine Störung, die in allen elektronischen Geräten und den entsprechenden Bauelementen der Nachrichtentechnik auftritt, oder es wird als Signal, besonders in der Meßtechnik, wie z. B. in der Stochastischergodischen Meßtechnik zur Vereinfachung des Rechenbedarfs und zur Steuerung vieler Vorgänge verwendet. Über das vielseitige Problem Rauschen findet man daher in den verschiedensten Werken theoretisches und spezielles Wissen vermittelt, wobei aber stets nur entsprechende Teilgebiete berücksichtigt werden. Es ist also sehr schwierig, Lösungen über einen kurzen Weg für einen speziellen Vorgang über das „Rauschen“, das man beseitigen oder benutzen möchte, in der Literatur zu finden.

Der Autor hat in einem bewußt knapp gehaltenen Rahmen alles notwendige Wissen mit einem Minimum an Theorie für den Praktiker und für das Studium zusammengefaßt.

Das Buch – eine Monographie des „Rauschens“ – ist daher eine echte Hilfe, sowohl für den in der Praxis stehenden Elektronik-Ingenieur als Nachschlagewerk wie für Studierende der Nachrichtentechnik als begleitendes Studienbuch mit 30 gelösten Aufgaben.



Pflaum Verlag · München

DR.-ING. HEINRICH SCHRÖDER
PROF. DR.-ING. GÜNTHER ROMMEL

Elektrische Nachrichtentechnik
Band 2
Signaländerungen auf dem Übertragungsweg
Verzerrungen und Störungen

8561028



~~TN 911~~
~~SS~~
v. 2

8261092

TN 911
SS
Bd. 2

DR.-ING. HEINRICH SCHRÖDER
PROF. DR.-ING. GÜNTHER ROMMEL

Elektrische Nachrichtentechnik

Signaländerungen auf dem Übertragungsweg
Verzerrungen und Störungen

Band 2

193 Bilder und zahlreiche Tabellen



Richard Pflaum Verlag KG · München

Professor Dr.-Ing. GÜNTHER ROMMEL, Jahrgang 1934, studierte Elektrotechnik und Nachrichtentechnik an der TH Stuttgart. Nach Abschluß der Diplomprüfung 1960 war er Assistent am Institut für Fernmeldeanlagen der TH Stuttgart. 1964 Promotion über ein Thema aus dem Gebiet der nichtlinearen Schwingungen. Von 1964–1966 war er Entwicklungsingenieur und leitete eine Laborgruppe, die auf dem Gebiet der Datenverarbeitung und der kommerziellen Nachrichtentechnik arbeitete. Seit 1966 ist er an der Hochschule für Technik Bremen auf dem Gebiet Nachrichtentechnik/Übertragungstechnik tätig. 1976 übernahm er die Leitung des Labors für Nachrichtenübertragung an der Hochschule. 1979 wurde er zum Professor auf Lebenszeit ernannt.

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Schröder, Heinrich:

Elektrische Nachrichtentechnik / Heinrich Schröder ; Günther Rommel. – München : Pflaum.

NE: Rommel, Günther:

Bd. 2. Signaländerungen auf dem Übertragungsweg, Verzerrungen und Störungen. – 1981.

ISBN 3-7905-0328-2

Es wird keine Gewähr übernommen, daß die in diesem Buch veröffentlichten Schaltungen frei von Patentrechten sind. Von den in diesem Buch zitierten VDE-Vorschriften und DIN-Normen und -Norm-Entwürfen haben stets nur die jeweils letzten Ausgaben verbindliche Gültigkeit.

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung vorbehalten.

Bei Vervielfältigungen für gewerbliche Zwecke ist gemäß § 54 UrhG eine Vergütung an den Verlag zu zahlen, deren Höhe mit dem Verlag zu vereinbaren ist.

1981 Richard Pflaum Verlag KG München

Alle Rechte vorbehalten, insbesondere die der Übersetzung

Printed in Germany

Gesamtherstellung: Schwetzingen Verlagsdruckerei GmbH, D-6830 Schwetzingen

Vorwort

Der vorliegende Band 2 setzt die Darstellung des Themas „Signaländerungen auf dem Übertragungsweg“ aus dem Band 1 b fort und schließt sie ab. Im Band 1 b wurde die Übertragung determinierter Signale durch lineare Systeme behandelt. Damit konnten für die wichtigste Gruppe von Übertragungssystemen Kennfunktionen und Kennwerte, die das Übertragungsverhalten beschreiben, angegeben werden. Der Band 2 behandelt zunächst die Übertragung zufallsbedingter Signale durch lineare Systeme. Das ist sinnvoll, weil determinierte Signale strenggenommen keine Nachrichten übertragen können, sondern nur zufallsbedingte. Die Überlegungen zur Übertragung zufallsbedingter Signale werden dann auf das Problem ausgedehnt, wie stark sich zufallsbedingte Störungen, die im Übertragungskanal durch rauschende Zwei- und Vierpole auftreten, im Empfangssignal auswirken.

Der 2. Abschnitt des Bandes 2 stellt dar, wie nichtlineare Funktionseinheiten determinierte und stochastische Signale verändern. Weil die hier nötigen Berechnungen im allgemeinen Fall sehr umfangreich und kompliziert sind, vereinfacht man die Probleme, indem man beispielsweise nur höchstens zwei Energiespeicher berücksichtigt oder von geringen Nichtlinearitäten ausgeht. Während die Übertragungseigenschaften der linearen Systeme durch Kennfunktionen wie Gewichtsfunktion oder Übertragungsfaktor beschrieben werden, lassen sich derartige geschlossene Lösungen bei nichtlinearen Systemen in der Regel nicht angeben. Man ist weitgehend auf numerische Lösungsverfahren angewiesen, deren Ansätze erläutert werden. Geringe Nichtlinearitäten führen bei harmonischen Schwingungen als Signale zu nichtlinearen Verzerrungen in Form von Oberschwingungen und Kombinationsschwingungen. Man betrachtet sie als Störsignale, die auf dem Übertragungsweg entstehen.

Um die Übertragungskapazität eines Systems besser auszunutzen, wandelt man bekanntlich die zu übertragenden Signale durch eine Schwingungs- oder Pulsmodulation um. Der 3. und letzte Abschnitt des Bandes 2 untersucht die Änderungen, die moduliert übertragene Signale infolge der linearen und nichtlinearen Verzerrungen und der unvermeidlichen Störungen auf dem Übertragungsweg erfahren. Ziel ist, den übertragenen Nachrichtenanteil der demodulierten Empfangssignale unter Berücksichtigung der Verzerrungen und Störungen zu ermitteln.

Auf die im vorliegenden Band 2 behandelten Themen ist im Band 1 a mehrfach hingewiesen worden. Wie im Vorwort zu Band 1 a erläutert ist, war geplant, sie geschlossen in einem Band 1 b darzustellen. Um aber dessen Umfang in Grenzen zu halten, wurde der Band 1 b in seinem ursprünglichen Entwurf auf die Bände 1 b und 2 aufgeteilt. Die Tabelle am Schluß dieses Bandes gibt an, auf welche Abschnitte der nun vorliegenden Bände 1 b und 2 sich die Hinweise in Band 1 a beziehen.

Der Verfasser dankt Herrn Dr. SCHRÖDER für seine Beratung und Unterstützung beim Korrekturlesen.

Stuhr, Herbst 1980

GÜNTHER ROMMEL

8561085

8261092

Inhalt

1.	Übertragung stochastischer Signale	9
1.1.	Darstellung der Übertragungseigenschaften für stochastische Signale durch Korrelationsfunktionen und spektrale Leistungsdichte	10
1.2.	Änderungen der Wahrscheinlichkeitsverteilungen und der Wahrscheinlichkeitsdichten durch die lineare Übertragung	60
1.3.	Rauschende Zweipole und Vierpole	76
1.4.	Zusammenfassung des Abschnitts 1.	115
2.	Übertragung durch nichtlineare Systeme	119
2.1.	Nichtlineare Netzwerke ohne Energiespeicher	121
2.2.	Selbsterregte Schwingungen in Systemen mit nichtlinearen speicherfreien Zwei- und Vierpolen	152
2.3.	Systeme mit relativ kleinen nichtlinearen Verzerrungen	196
2.4.	Erzwungene Schwingungen in nichtlinearen Systemen	239
2.5.	Zusammenfassung des Abschnitts 2.	269
3.	Verzerrungen und Störungen bei der Übertragung modulierter Signale	272
3.1.	Lineare und nichtlineare Verzerrungen bei modulierten Signalen	272
3.1.1.	Verändern schwingungsmodulierter Signale durch lineare und nichtlineare Verzerrungen	272
3.1.2.	Verändern pulsmodulierter Signale durch lineare und nichtlineare Verzerrungen	311
3.2.	Ändern des Nachrichtengehalts übertragener Signale durch Störungen	320
3.2.1.	Einfluß determinierter Störsignale	321
3.2.2.	Einfluß zufallsbedingter Störungen	359
3.3.	Zusammenfassung des Abschnitts 3.	410
4.	Literatur	414
5.	Bezüge aus Band 1 a	416
6.	Verzeichnis wichtiger, wiederholt verwendeter Symbole	417
7.	Sachwörterverzeichnis	420



E8261092

8581085

Weil die Anforderungen an die Kenntnisse und das Verständnis des Lesers bei den einzelnen Abschnitten des Buches sich stark unterscheiden können und andererseits auch der Leser entsprechend seinem Verständnis sich nicht für alle Abschnitte in gleichem Maße interessieren wird, ist es sinnvoll, den Inhalt des Bandes beispielsweise in 2 Durchgängen zu erarbeiten.

1. Durchgang:
 - Abschnitt 1.1
 - 1.2
 - 2.1
 - 2.3
 - 3.1
2. Durchgang:
 - Abschnitt 1.3
 - 2.2
 - 2.4
 - 3.2

1. ÜBERTRAGUNG STOCHASTISCHER SIGNALLE

Um zunächst die Eigenschaften des Übertragungssystems möglichst genau und umfassend zu beschreiben, sind im vorangegangenen Band 1b determinierte Eingangssignale vorausgesetzt worden. Wie in Band 1a ausgeführt wurde, sind nachrichtentragende Signale aber stets zufallsbedingt. Auch die Störungen, die sich am Ende des Übertragungswegs bemerkbar machen, sind in vielen Fällen zufallsbedingte Größen. Die folgenden Überlegungen sollen nun zeigen, wie man von den Kennwerten und Kennfunktionen des Übertragungskanal, die seine Übertragungseigenschaften für determinierte Signale angeben, auf die Übertragung zufallsbedingter bzw. stochastischer Signale schließen kann. Damit gelingt es, die Übertragungseigenschaften linearer Systeme für die ganze Vielfalt von möglichen Signalen darzustellen.

Im Abschnitt 2.2. des Bandes 1a sind bereits wichtige Begriffe zur Beschreibung der stochastischen Signale dargestellt worden. Man vergleiche auch die zusammenfassende Übersicht in [Z 1], Arbeitsblatt 1-8. Die Werte dieser Signale sind zufallsbedingt. Man kann sie nur mit Hilfe von Verteilungsfunktionen bzw. den daraus abgeleiteten Erwartungswerten und den Korrelationsfunktionen, d. h. letztlich statistischen Kennwerten und Kennfunktionen, beschreiben. Hierbei ist noch vorausgesetzt, daß die Signale stationär und ergodisch sind. Bei normalverteilten, analogen Signalen hängen Verteilungsfunktion und Autokorrelationsfunktion im einzelnen nicht miteinander zusammen. Beide Kennfunktionen enthalten zwar den Mittelwert und den Effektivwert als gemeinsame Parameter, sind darüber hinaus aber völlig unabhängig voneinander. Ein normalverteiltes Signal ist durch seine Verteilungsfunktion und durch seine Autokorrelationsfunktion vollständig angegeben. Bei digitalen Signalen, denen ein MARKOFF-Prozeß zugrundeliegt, stellt man dagegen einen komplizierteren Zusammenhang zwischen den Auftretis- und Übergangswahrscheinlichkeiten der digitalen Signalwerte einerseits und ihrer Autokorrelationsfunktion andererseits fest. Statt der Autokorrelationsfunktion, die wichtige Signaleigenschaften letztlich im Zeitbereich kennzeichnet, benutzt man gern die spektrale Leistungsdichte, die diese Signale im Frequenzbereich darstellt. Das geschieht, weil die spektrale Leistungsdichte sich leichter messen läßt. Nach dem WIENER-CHINCHINE-Theorem ist die spektrale Leistungsdichte die FOURIER-Transformierte der Autokorrelationsfunktion, siehe Gl. (2.110) im Abschnitt 2.2.2.2. des Bandes 1a.

$$S_L(2\pi f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{s}_{11}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \qquad \bar{s}_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_L(2\pi f) e^{j2\pi f\tau} df$$

Weil ein lineares, zeitinvariantes und stabiles System jedem Eingangssignal eindeutig ein Ausgangssignal zuordnet, ist es sicher sinnvoll, die Zusammenhänge zwischen stochastischen Ein- und Ausgangssignalen mit Hilfe von Korrelationsfunktionen zu untersuchen, denn in ihnen muß sich ja die Verknüpfung von Eingangs- und Ausgangssignalen durch das Übertragungssystem ausdrücken. Während aber die bisherigen Betrachtungen der linearen Übertragungssysteme davon ausgingen, daß sie selber keine Signalquellen enthalten, muß man bei der Untersuchung der übertragenen stochastischen Signale berücksichtigen, daß die Übertragungssysteme Rauschsignalquellen enthalten, deren Signale sowohl in den Eingangs- wie auch in den Ausgangssignalen beim Betrieb des Übertragungssystems auftreten und die übertragenen Nutzsignale stören.

1.1. DARSTELLUNG DER ÜBERTRAGUNGSEIGENSCHAFTEN FÜR STOCHASTISCHE SIGNALE DURCH KORRELATIONSFUNKTIONEN UND SPEKTRALE LEISTUNGSDICHTE

Ziel der folgenden Überlegungen soll es sein, unter Verwendung der Gewichtsfunktion $g(t)$ oder des Übertragungsfaktors $\underline{A}(j\omega)$ des Systems die Autokorrelationsfunktion des Ausgangssignals sowie die Kreuzkorrelationsfunktion des stochastischen Ausgangssignals mit dem stochastischen Eingangssignal zu bestimmen. Die betrachteten stochastischen Prozesse sollen stationär sein. Es soll also für das Ausgangssignal nach dem Einschalten des Eingangssignals ein eingeschwungener Zustand erreicht sein. Das Eingangssignal selbst muß daher vom Einschaltzeitpunkt an auch stationär sein, d. h. es darf seine statistischen Kennfunktionen wie Verteilungsfunktion und Autokorrelationsfunktion im Laufe der Zeit nicht ändern. Damit das Ausgangssignal den eingeschwungenen Zustand erreichen kann, muß der Einschaltzeitpunkt des Eingangssignals genügend weit zurückliegen. Diese stationären stochastischen Signale und eingeschwungenen Zustände betrachtet man aber sicher zweckmäßig im Frequenzbereich, so daß man zunächst die Verknüpfung der spektralen Leistungsdichte des Eingangssignals mit der des Ausgangssignals durch den Übertragungsfaktor $\underline{A}(j\omega)$ untersucht.

Gl. (2.107 b) im Abschnitt 2.2.2.2. des Bandes 1 a gibt an, wie man aus der Spektralfunktion $|\underline{S}(j\omega)|$ eines beliebig langen Ausschnitts aus dem stationären stochastischen Signal die spektrale Leistungsdichte $S_L(\omega)$ als erwartungstreuen Schätzwert ermitteln kann.

$$S_L(2\pi f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|\underline{S}(j2\pi f)|^2}{T} \quad (1.1)$$

Für das stationäre stochastische Eingangssignal folgt damit

$$S_{L1}(2\pi f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|\underline{S}_1(j2\pi f)|^2}{T}$$

Für das stationäre stochastische Ausgangssignal gilt entsprechend

$$S_{L2}(2\pi f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|\underline{S}_2(j2\pi f)|^2}{T}$$

Zwischen den Spektralfunktionen von Eingangs- und Ausgangssignal gilt aber nach Gl. (1.137) des Bandes 1 b, Seite 146, mit dem Übertragungsfaktor $\underline{A}(j\omega)$ für den eingeschwungenen Zustand

$$\underline{S}_2(j\omega) = \underline{A}(j\omega) \cdot \underline{S}_1(j\omega),$$

so daß man

$$\begin{aligned}
 S_{L2}(2\pi f) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|\underline{S}_1(j\omega)|^2 \cdot |\underline{A}(j\omega)|^2}{T} \\
 &= |\underline{A}(j\omega)|^2 \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|\underline{S}_1(j\omega)|^2}{T} \\
 &= |\underline{A}(j\omega)|^2 \cdot S_{L1}(2\pi f)
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

erhält. $|\underline{A}(j\omega)|^2$ ist der *Leistungsübertragungsfaktor* $A_L(\omega)$ des Systems.

$$\begin{aligned}
 A_L(\omega) &= |\underline{A}(j\omega)|^2 = \underline{A}(j\omega) \cdot \underline{A}^*(j\omega) \\
 &= \underline{A}(j\omega) \cdot \underline{A}(-j\omega)
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

$A_L(\omega)$ ist eine gerade, reelle Funktion der Frequenz. Als Betragsquadrat des Übertragungsfaktors kann sie sehr einfach gemessen werden.

Weißes Rauschen als Eingangssignal, dessen spektrale Leistungsdichte konstant ist, wie im Abschnitt 2.2.2.2. des Bandes 1 a erläutert wurde, wird durch die Übertragung in farbiges Rauschen umgewandelt. Das Übertragungssystem mit dem Leistungsübertragungsfaktor $A_L(\omega)$ wirkt als *Formfilter* für das weiße Rauschen. Dem Leistungsübertragungsfaktor $A_L(\omega)$ für stochastische Signale entspricht der Übertragungsfaktor $\underline{A}(j\omega)$ für determinierte Signale. Den spektralen Leistungsdichten der stochastischen Signale an Eingang und Ausgang entsprechen die Spektralfunktionen der determinierten Eingangs- und Ausgangssignale. Weil die spektrale Leistungsdichte die FOURIER-Transformierte der Autokorrelationsfunktion des stochastischen Signals ist, so wie die Spektralfunktion die FOURIER-Transformierte des determinierten Signals darstellt, entspricht die Autokorrelationsfunktion des stochastischen Signals der Zeitfunktion des determinierten Signals. Der Leistungsübertragungsfaktor $A_L(\omega)$ kann daher als Übertragungsfaktor der Autokorrelationsfunktion im Sinne eines Operators angesehen werden. Nach der grundlegenden Korrespondenz Gl. (1.137) auf Seite 146 des Bandes 1 b muß sich deshalb die Autokorrelationsfunktion $\bar{s}_{22}(\tau)$ des Ausgangssignals als Faltung der Autokorrelationsfunktion $\bar{s}_{11}(\tau)$ des Eingangssignals und der dem Leistungsübertragungsfaktor zugeordneten Autokorrelationsfunktion $\bar{g}_{gg}(\tau)$ ermitteln lassen. Letztere soll als *Autokorrelationsfunktion der Gewichtsfunktion* des Übertragungssystems bezeichnet werden, [Z1]. Hier tritt nun das Problem auf, wie man diese Autokorrelationsfunktion aus der Gewichtsfunktion $g(t)$ des Systems bestimmt.

Man wird versuchen, diese Frage an Hand der Gl. (1.3) zu beantworten, die ja den Leistungsübertragungsfaktor auf den Übertragungsfaktor zurückführt. Weil $g(t)$ als Einheitsstoßantwort ein determiniertes einmaliges, also kein stationäres stochastisches Signal ist, stellt $A_L(\omega)$ die spektrale Energiedichte der Einheitsstoßantwort dar. Sie ist die FOURIER-Transformierte der auf die Beobachtungsfrequenz $1/T$ normierten Autokorrelationsfunktion der Einheitsstoßantwort, die oben als $\bar{g}_{gg}(\tau)$ eingeführt wurde.

$$\bar{g}_{gg}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \cdot g(t + \tau) dt \tag{1.4}$$

nach Gl. (2.109 c) im Abschnitt 2.2.2.2. des Bandes 1 a. Man vergleiche hierzu S. 142 und 143 des Bandes 1 a. Die dort angestellten Überlegungen werden auf einmalige Signale

endlicher Energie erweitert, die aber nicht zeitbegrenzt zu sein brauchen. Die Gewichtsfunktion $g(t)$ eines Systems enthält mit Sicherheit nur eine begrenzte Energie, weil ihm durch den Stoß am Eingang auch nur eine begrenzte Energie zugeführt werden kann. Zum Beweis der Gl. (1.4) bildet man nun ihre FOURIER-Transformierte. Sie muß dann das Produkt $\underline{A}(j\omega)\underline{A}(-j\omega)$ ergeben. Über die Gewichtsfunktion $g(t)$ sei vorausgesetzt, daß sie für große Zeitwerte verschwindet und deshalb ihre FOURIER-Transformierte existiert, sowie daß sie die Stoßantwort eines kausalen Systems ist. $g(t)$ muß für Zeitwerte $t < 0$ also Null sein. Hiermit folgt nun

$$A_L(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_0^{\infty} g(u)g(u + \tau) du \right] e^{-j\omega\tau} d\tau,$$

weil τ Werte im Bereich $-\infty < \tau < +\infty$ annehmen kann.

$$A_L(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(u) \int_{-\infty}^{+\infty} g(v) e^{-j\omega v} dv e^{j\omega u} du,$$

wenn man zunächst die Reihenfolge der Integrationen vertauscht und dann für das erhaltene innere Integral die neue Veränderliche

$$v = u + \tau$$

einführt und weiter berücksichtigt, daß die Gewichtsfunktion für negative Argumente Null ist. Dieses Zweifachintegral läßt sich in das Produkt zweier Integrale zerlegen.

$$\begin{aligned} A_L(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} g(v) e^{-j\omega v} dv \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} g(u) e^{-(-j\omega)u} du \\ &= \underline{A}(j\omega) \cdot \underline{A}(-j\omega) \end{aligned}$$

Leistungsübertragungsfaktor $A_L(\omega)$ und Autokorrelationsfunktion $\bar{g}_{gg}(\tau)$ der Gewichtsfunktion sind einander über die FOURIER-Transformation zugeordnet.

$$\bar{g}_{gg}(\tau) = \int_0^{\infty} g(t)g(t + \tau) dt \quad \circ \text{---} \bullet \quad A_L(\omega) = \underline{A}(j\omega)\underline{A}(-j\omega)$$

mit

$$g(t) \quad \circ \text{---} \bullet \quad \underline{A}(j\omega) \quad (1.5)$$

Im Integral der Korrespondenz Gl. (1.5) ist für positive τ die untere Grenze $t = 0$, wenn $g(t)$ die Gewichtsfunktion eines kausalen Systems ist. Dagegen ist für die untere Grenze $t = -\tau$ einzusetzen, wenn τ negativ ist. Zur näheren Erläuterung dessen sei die Autokorrelationsfunktion eines RC-Tiefpasses nach Bild 1.1 b betrachtet.

$$\begin{aligned} g(t) &= \frac{1}{RC} e^{-t/RC} && \text{für } t > 0 \\ &= 0 && \text{für } t < 0 \end{aligned}$$

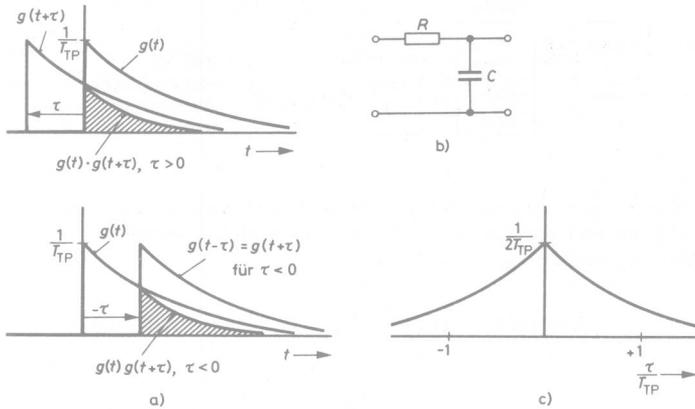


Bild 1.1

- a) Zur Bestimmung der Autokorrelationsfunktion $\bar{g}_{gg}(\tau)$ eines kausalen Systems
- b) RC-Tiefpaß als Beispiel für ein kausales System
- c) $\bar{g}_{gg}(\tau)$ eines RC-Tiefpasses, $RC = T_{TP}$

$$\begin{aligned} \bar{g}_{gg}(\tau) &= \int_0^{\infty} \frac{1}{(RC)^2} \cdot e^{-t/RC} e^{-(t+\tau)/RC} dt \\ &= \frac{1}{2RC} \cdot e^{-\tau/RC} \quad \text{für } \tau > 0 \\ \bar{g}_{gg}(\tau) &= \int_{-\tau}^{\infty} \frac{1}{(RC)^2} \cdot e^{-t/RC} e^{-(t+\tau)/RC} dt \\ &= \frac{1}{2RC} \cdot e^{+\tau/RC} \quad \text{für } \tau < 0 \end{aligned}$$

Bild 1.1 a zeigt, wie in beiden Fällen die Autokorrelationsfunktion $\bar{g}_{gg}(\tau)$ gebildet wird. Beide Teillösungen lassen sich zusammenfassen.

$$\bar{g}_{gg}(\tau) = \frac{1}{2RC} \cdot e^{-|\tau|/RC}, \tag{1.6}$$

siehe Bild 1.1c. Die Autokorrelationsfunktion $\bar{g}_{gg}(\tau)$ ist also eine gerade Funktion, genau wie die Autokorrelationsfunktion eines stochastischen Signals. Gemessen werden kann $\bar{g}_{gg}(\tau)$ in der Anordnung, die Bild 1.2 zeigt. Die Gewichtsfunktion $g(t)$ wird zunächst von einem Speicher wie z. B. einem Magnetband aufgenommen.

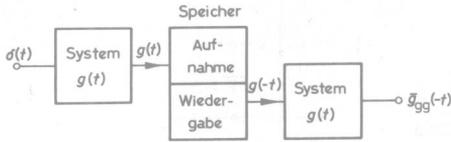


Bild 1.2
Meßanordnung zur Bestimmung der Autokorrelationsfunktion der Gewichtsfunktion

Dann werden die gespeicherten Werte in der umgekehrten Reihenfolge, mit der sie aufgenommen wurden, wieder abgegeben und als Eingangssignal für das System benutzt. Dessen Ausgangssignal lautet

$$\begin{aligned} \int_0^t g(-x)g(t-x) dx &= \int_0^t g(y)g(y-t) dy \quad \text{mit } t-x=y \\ &= \bar{g}_{gg}(-t) \\ &= \bar{g}_{gg}(t), \end{aligned}$$

da die Autokorrelationsfunktion eine gerade Funktion ist. Weil die Speicherkapazität und die Meßzeit begrenzt sind, kommt das Verfahren nur für Gewichtsfunktionen in Frage, die wenigstens näherungsweise zeitbegrenzt sind. Der Aufwand ist zunächst beträchtlich, erscheint aber in einem anderen Licht, wenn man neben anderen Benutzern über einen Digitalrechner zur Speicherung von $g(t)$ und zur anschließenden Berechnung der Faltung verfügen kann. Die Methode hat den Vorteil, daß nur determinierte Signale verwendet werden. Im folgenden wird noch ein anderes Verfahren beschrieben, das mit stochastischen Signalen arbeitet, jedoch als Meßgerät einen Korrelator erfordert.

Gl. (1.3) gibt an, wie die spektrale Leistungsdichte des Eingangssignals von den Eigenschaften des Systems bei der Übertragung beeinflußt und in die spektrale Leistungsdichte des Ausgangssignals umgewandelt wird. Die folgenden weiter ausholenden Überlegungen sollen nun zeigen, wie man die Autokorrelationsfunktion $\bar{s}_{22}(\tau)$ des Ausgangssignals aus der des Eingangssignals und der der Gewichtsfunktion bestimmen kann. Nach Gl. (1.85 b) im Abschnitt 2.2.2.2. des Bandes 1a lautet die Autokorrelationsfunktion des Ausgangssignals

$$\bar{s}_{22}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} s_2(t)s_2(t+\tau) dt = E\{s_2(t)s_2(t+\tau)\}.$$

Das Symbol E bedeutet, daß der Erwartungswert oder Mittelwert der in den geschweiften Klammern auftretenden Zufallsgrößen zu bilden ist. $s_2(t)$ soll hierin durch die Faltung des stochastischen Eingangssignals mit der Gewichtsfunktion des Systems berechnet werden.

$$s_2(t) = \int_0^{\infty} g(x) \cdot s_1(t-x) dx$$

nach Gl. (1.17 b) auf Seite 26 des Bandes 1 b. Die obere Grenze im Faltungsintegral ist nach $+\infty$ verlegt, weil $s_1(t)$ ein stationäres stochastisches Eingangssignal sein soll, das für