

A. Weinmann

Regelungen

**Analyse und
technischer Entwurf**

**Band 2: Nichtlineare, abtastende
und komplexe Systeme;
modale, optimale
und stochastische Verfahren**



Springer-Verlag Wien New York

TN761
W424
Bd. 2

5
8560063

A. Weinmann

Regelungen

Analyse und
technischer Entwurf



Band 2:

*Nichtlineare, abtastende und
komplexe Systeme; modale, optimale
und stochastische Verfahren*



Springer-Verlag Wien New York

210.188
Dipl.-Ing. Dr. techn. Alexander Weinmann

Ordentlicher Universitätsprofessor
Vorstand des Instituts für elektrische Regelungstechnik
Technische Universität Wien, Österreich

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt.
Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung,
des Nachdruckes, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe
auf photomechanischem oder ähnlichem Wege
und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen,
bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten.

© 1984 by Springer-Verlag/Wien

Printed in Austria

Mit 102 Abbildungen und 20 Beispielen

ISBN 3-211-81827-8 Springer-Verlag Wien-New York
ISBN 0-387-81827-8 Springer-Verlag New York-Wien



Vorwort

Bei industriellen Aufgaben der Regelungstechnik wird nur selten ein einziges Teilgebiet systemtheoretischer Grundlagen angesprochen. Oft wird - von der Projektierung über den Entwurf und die Inbetriebnahme bis zu verschiedenen Verbesserungsmaßnahmen aus der betrieblichen Erfahrung - eine ganze Palette von systemtheoretischen Grundlagen benötigt. Die Erfordernisse des industriell tätigen Regelungstechnikers liegen dabei auf gut vorstellbaren, technisch-praktisch relevanten Ansätzen, auf Verflechtungen zwischen den angesprochenen Teilgebieten und auf anwendungsnahen Methoden.

Durch all diese Sachverhalte sind die Zielsetzungen des Buches vorgegeben worden. Insbesondere soll der Häufigkeit der praktisch-industriellen Anwendung regelungstechnischer Methoden möglichst entsprochen werden. Der physikalischen Einsicht, gewissen signifikanten Methoden und Betrachtungsweisen sowie technisch-innovativen Möglichkeiten wird der Vorrang vor mathematischen oder rein theoretischen Ausführungen eingeräumt.

Für prinzipielle Erörterungen, Herleitungen und formale Aussagen ist eine grundlegend breite, manchmal aber auch eine eher konzentrierte (d.h. um selbstverständliche Zwischenrechnungen gekürzte) Darstellungsform gewählt worden; vereinzelt wird auch nur das Ergebnis vorgestellt und diskutiert. Je nach Vorkenntnissen, Anwendungsfällen, Programm-Vorbereitungen usw. bleibt es dem Diplom-Ingenieur, dem Studenten wie dem Forscher ohnehin nicht erspart, manche Herleitung zur Vertiefung abzuwandeln, zu wiederholen oder um andere Ansätze der Zielvorstellungen zu erweitern. Hier würde auch eine sehr detaillierte Herleitung und Beweisführung kaum eine Erleichterung bedeuten.

Auch für den Studierenden ist eine kompakte Darstellung von Vorteil, wird doch ein optimales und nachhaltiges Lernergebnis nicht mit dem Lesen des Textes allein erreicht, sondern vor allem motorisch mit eigenem Schreiben, Ableiten, Entwerfen und Skizzieren erzielt.

Verweise auf die Spezialliteratur in Buch- und Zeitschriftenform sind stets ausführlich gehalten, ebenso das zweisprachige Sachverzeichnis.

In die Abhandlungen sind Erfahrungen aus verschiedensten Tätigkeiten eingeflossen: Aus vieljähriger Lehr- und Prüfungserfahrung an der Technischen Universität Wien; aus Diskussionen mit ambitionierten Studenten, Diplomanden, Dissertanten, Diplom-Ingenieuren der Industrie; ferner aus einer Tätigkeit bei der Fa. ELIN, Wien, bei der dem Autor in dankenswerter Weise die interessante Möglichkeit geboten wurde, bei anspruchsvollen automatisierungstechnischen Aufgabenstellungen mitzuarbeiten; schließlich aus etlichen Forschungsvorhaben und Gutachten.

Dank und Anerkennung gebührt gegenwärtigen und früheren Mitarbeitern am Institut für elektrische Regelungstechnik: Vorrangig den Herren Wiss. Oberrat Dr. R. Noisser, Univ.Ass. Dr. M. Haider und Dipl.-Ing. K. Helm für Anregungen aus einer abschließenden Lesung des Manuskripts, den Herren Universitätsassistenten Dipl.-Ing. R. Hainzl, Dipl.-Ing. H. Homole und Dipl.-Ing. H. Lederer für die unterstützende Mitwirkung bei Zahlenbeispielen, den Sekretärinnen Frau F. Dremml und Frau F. Vasina für mühevollen Schreibarbeiten des Textes sowie für viele organisatorische Leistungen, den Herren cand.ing. G. Silnusek und W. Fuchs für ihre große Sorgfalt und Umsicht in den datenverarbeitungstechnischen Angelegenheiten und Herrn Fachoberlehrer H. Bruckner bei Korrekturen des Textes und der Formeln.

Dem Springer-Verlag, Wien, insbesondere den Herren R. Dangl und F. Ch. May sei bestens gedankt; sie haben wie beim Band 1 größte Unterstützung in Ausstattungs- und Herstellungsfragen geboten.

Wien und Oberdrauburg, im März 1984

A. Weinmann

Regelungen

Analyse und technischer Entwurf

Band 1:

Lineare und linearisierte Systeme

Von **A. Weinmann**

1983. Mit 165 Abbildungen und 35 Beispielen. X, 230 Seiten.
Gebunden DM 54,-, öS 370,-. ISBN 3-211-81766-2

Preisänderungen vorbehalten

Im Band 1 werden – in sich abgeschlossen – solche regelungstechnische Methoden ausführlich behandelt, die häufig zur industriellen Anwendung kommen. Auf die enge Verflechtung von theoretisch-analytischen Verfahren mit synthetischen Methoden einerseits und mit den Erfordernissen der technisch-praktischen Realisierung andererseits wird großer Wert gelegt. Den Methoden des technischen Entwurfs zur Erreichung einer bestimmten dynamischen Qualität von Regelungen wird breiter Raum gewidmet. Zur Regler- und Stellgliedbemessung werden die gängigen Verfahren herangezogen, solche mit schneller Elektronik, Digitaltechnik und Mikroprozessoren jedoch betont. Um den praktischen Regelungstechniker bei allen betrieblichen Problemstellungen zu unterstützen, wird stets der anschauliche, technisch-physikalische Hintergrund gewahrt, für lineare und linearisierte Systeme vermittelt das Buch alle regelungstechnischen Fundamentalmethoden.

Das Buch wendet sich an Studierende der Elektrotechnik, der technischen Physik, des Maschinenbaus und der Verfahrenstechnik. Es bietet weiters praktisch tätigen Ingenieuren und Physikern praktische Methoden für den Regleraufbau, die Regelkreisbemessung und Hinweise zur Bewältigung aller damit verbundenen technischen Randfragen.

Springer-Verlag Wien New York



Inhaltsverzeichnis

1. Zustandsregelungen	1
1.1 Regelstrecke. Transitionsmatrix	1
1.2 Diagramm der Zustandsvariablen (Zustandsgrößen)	3
1.3 Eingrößenregelungen mit einer Ausgangsgröße in Regelungsnormalform	3
1.4 Mehrgrößenregelungen in Beobachtungsnormalform	7
1.5 Modale Form der Zustandsraum-Darstellung	7
1.6 Steuerbarkeit	8
1.7 Beobachtbarkeit	9
1.8 Störbarkeit	10
1.9 Entwurf von Mehrgrößenregelungen durch Polvorgabe	10
1.10 Zustandsregler mit Integratoren	10
1.11 Anwendungen der Zustandsraum-Verfahren	11
2. Abtastregelungen	13
2.1 Getastete Signale. z-Transformation	13
2.2 Spezielle abgetastete Signale	16
2.3 Übertragung eines getasteten Signals durch ein kontinuierliches System	17
2.4 Modifizierte z-Transformation	20
2.5 z-Rücktransformation	23
2.6 Rechenregeln und Zusammenhänge in Verbindung mit der z-Transformation	26
2.7 Einfache Abtastregelungen	28
2.8 Stabilität	30
2.8.1 Stabilitätskriterium nach Schur-Cohn	31
2.8.2 Stabilitätskriterium nach Nyquist	32
2.8.3 Stabilitätskriterium im Bode-Diagramm	33
2.9 Zustandsraum-Darstellung allgemein	35
2.10 Transitionsmatrix des Abtastsystems	36
2.11 Abtast-Zustandsregler	38
2.12 Entwurf von Abtastregelungen	39
2.12.1 Bode-Diagramm in der w-Ebene	40
2.12.2 Wurzelorte	40
2.12.3 Polvorgabe	41

2.12.4 Vorfilterbemessung	41
2.12.5 Entwurf nach dem Kriterium der kürzesten (endlichen) Ausregelzeit und der Nach- schwingfreiheit	41
3. Mehrgrößenregelungen	44
3.1 Mehrgrößenstrecken	45
3.2 Analyse von Mehrgrößen-Regelungen	49
3.3 Stabilität	51
3.4 Autonomisierung	52
3.5 Entwurf von Mehrgrößenregelungen	56
4. Modale Regelungen örtlich verteilter Systeme	60
4.1 Verteilte Regelstrecken	60
4.2 Verteilter Regler	66
5. Modale Regelungen konzentrierter Systeme	69
5.1 Modale Zerlegung konzentrierter Regelstrecken	69
5.2 Modale Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit	72
5.3 Modale Regler	73
5.3.1 Einzelmodus-Regelung. Eigenwertverschiebung	73
5.3.2 Ausmaß der Eigenwertverschiebung	75
5.3.3 Mehrmoden-Regelung. Mehrfache Eigenwert- verschiebung	76
5.3.4 Modaler Mehrmoden-Regler für Mehrfachstrecken	78
5.3.5 Alternative Entwurfsmöglichkeiten	78
6. Regelungen mit Zustandsbeobachtern	80
6.1 Beobachter-Ansatz	80
6.2 Analyse der Regelung mit Zustandsbeobachter	83
6.3 Separabilität von Beobachter- und Reglerentwurf	84
6.4 Beobachterentwurf	85
7. Modale Ordnungsreduzierung	87
7.1 Dominanzmaße	88
7.2 Wesentliche Zustandsgrößen	90
7.3 Umgruppierung. Reduktion im Modalbereich	91
7.4 Ordnungsreduziertes Modell	92

8. Optimierung technischer Prozesse	94
8.1 Statische Optimierungskriterien	94
8.2 Dynamische Optimierungskriterien	95
8.3 Berechnung der Gütekriterien	97
8.4 Extremisierung des Gütekriteriums	98
9. Optimale Regler fester Struktur	101
9.1 Optimaler Zustandsregler	101
9.2 Optimaler diskreter Zustandsregler auf der Grundlage stärkster Reduzierung der Ljapunov-Funktion	104
10. Optimale Regler bei freier Struktur	106
10.1 Gradientenverfahren. Prinzipielles	106
10.2 Adjungierte Variable	107
10.3 Einflußfunktion	108
10.4 Gradientenverfahren	110
10.5 Begrenzungen	110
10.6 Maximum-Prinzip nach Pontrjagin	112
10.7 Dynamisches Programmieren nach Bellman	115
10.8 Optimale Regler nach dem Dynamischen Programmieren	119
10.9 Deterministische Optimalregelung für diskrete lineare Regelstrecken	121
11. Regelungen unter stationär zufälligen Bewegungen	122
11.1 Korrelationsfunktion. Spektraldichte	123
11.2 Lineare Regelungen unter stationären Rauschsignalen	128
11.3 Identifikation eines einfachen Systems	130
12. Regelungen mit stochastisch optimaler Filterung und Vorhersage	132
12.1 Optimale Filterung für diskreten Prozeß	134
12.2 Optimale Vorhersage bei diskretem Prozeß	138
12.3 Optimale Filterung für kontinuierlichen Prozeß	138
12.4 Optimale Vorhersage für kontinuierlichen Prozeß	139
12.5 Stochastische Optimal-Regelung für diskrete lineare Regelstrecken	140

12.6 Stochastische Optimal-Regelung für kontinuierliche Prozesse	140
12.7 Folgerungen	141
13. Nichtlineare Regelungen. Allgemeine Aussagen für großen Arbeitsbereich	142
13.1 Kennlinien-Kompensation	143
13.2 Rückführungen zum nichtlinearen Element	144
13.3 Analyseverfahren der numerischen Analysis	145
13.4 z-Formen	145
13.5 Anpassung der Zustandsraum-Verfahren	146
13.6 Störungsmethode mit Reihenentwicklung der Nichtlinearität	147
14. Nichtlineare Regelungen in der Zustandsebene	149
14.1 Unstetige Regelung. Unstetige Ansteuerung der Regelstrecke	150
14.2 Ermittlung der Zustandskurven	154
14.3 Stückweise lineare Systeme	156
14.4 Nahtlinie. Resultierende Trajektorie	157
14.5 Bezifferung der Zustandskurven nach der Zeit	160
14.6 Zustandskurven bei allgemeinerer Nichtlinearität	161
14.7 Grenzyklen	163
15. Grenzyklennäherung durch Beschreibungsfunktion	166
15.1 Beschreibungsfunktion	167
15.2 Regelkreisanalyse mittels Beschreibungsfunktion	169
15.3 Stabilität. Stabiler/instabiler Grenzyklus	172
16. Frequenzkennlinien für unstetige Regelungen	174
16.1 Eigenschwingungen	175
16.2 Erzwungene Schwingungen	178
16.3 Qualitative Stabilitätsuntersuchung	180
16.4 Synthesebeziehungen	182
17. Stabilität nichtlinearer Regelungen	184
17.1 Verschiedene Stabilitätsformulierungen	184
17.2 Notwendige und hinreichende Stabilitäts- bedingungen	185

1. Zustandsregelungen

In Fortsetzung zu Abschnitt 2.6 des Bandes 1 sowie unter teilweiser geraffter Wiederholung der dort angegebenen elementaren Verfahren werden im vorliegenden Kapitel anwendungsrelevante Aufgabenstellungen der Regelungstechnik mit Methoden des Zustandsraums (Phasenraums) behandelt.

1.1 Regelstrecke. Transitionsmatrix

Für eine lineare Mehrfachregelstrecke seien bereits Gleichungen über das dynamische Verhalten innerhalb des funktionsmäßig abgegrenzten Bereichs zusammengestellt und auf ein System erster Ordnung reduziert worden. Dann gilt zwischen dem m -Vektor $\underline{u}(t)$ (oder \vec{u}) des Steuereingangs, dem n -Vektor $\underline{x}(t)$ der Zustandsgröße und dem r -Vektor $\underline{y}(t)$ des Ausgangs

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \underline{x}(t) + \underline{B} \underline{u}(t) \quad (1.1)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{C} \underline{x}(t) + \underline{D} \underline{u}(t). \quad (1.2)$$

In Abb.1.1 sind die Zusammenhänge veranschaulicht und mit den Dimensionsangaben versehen. Zumeist genügt die Formulierung mit $\underline{D} = \underline{0}$. $\underline{D} = \underline{0}$ gilt für nichtsprungfähige Systeme.

Die Transitionsmatrix $\underline{\phi}(t)$, die zur Lösung im Zeitbereich dient, kann aus der Kehrmatrix im Laplace-Bereich oder aus der Potenzreihenentwicklung aus \underline{A} nach Gl.(1.1) ermittelt werden.

$$\begin{aligned} \underline{\phi}(t) &= \mathcal{L}^{-1}(\underline{sI} - \underline{A})^{-1} = \\ &= \exp(\underline{A}t) = \underline{I} + \underline{A}t + \frac{1}{2} \underline{A}^2 t^2 + \frac{1}{3!} \underline{A}^3 t^3 + \dots \end{aligned} \quad (1.3)$$

Sind die n Eigenwerte \tilde{a}_i der Matrix \underline{A} gemäß $\det(\tilde{a}_i \underline{I} - \underline{A}) = 0$ berechnet worden (und voneinander verschieden), so kann die

Transitionsmatrix auch nach der Sylvester-Entwicklungsformel berechnet werden als

$$\underline{\Phi}(t) = \exp(\underline{A}t) = \sum_{i=1}^n \exp(a_i \tilde{t}) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\underline{A} - a_j \tilde{I}}{a_i - a_j} . \quad (1.4)$$

Für mehrfache Eigenwerte wird die Darstellung unhandlich¹. Mit der Transitionsmatrix $\underline{\Phi}(t)$ ergibt sich die Lösung für Gl.(1.1) zu

$$\underline{x}(t) = \underline{\Phi}(t) \underline{x}(0^+) + \int_0^t \underline{\Phi}(t-\tau) \underline{B} \underline{u}(\tau) d\tau . \quad (1.5)$$

Von diesen Beziehungen kann selbstverständlich auch dann Gebrauch gemacht werden, wenn an die Stelle der Koeffizientenmatrix \underline{A} der Regelstrecke die Koeffizientenmatrix eines Regelkreises tritt, statt $\underline{u}(t)$ ein mehrfacher Sollwert $\underline{w}(t)$ usw.

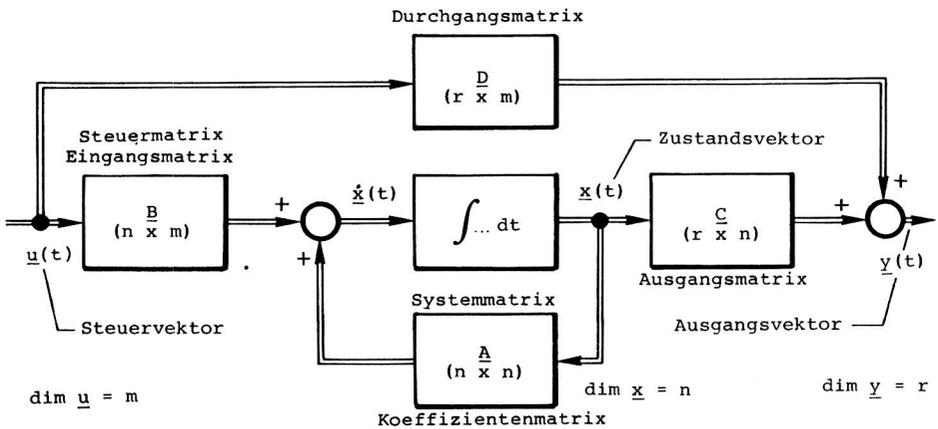


Abb. 1.1 Regelstrecke (dynamisches System) n -ter Ordnung in Zustandsraum-Formulierung mit Dimensionsangabe der Vektoren und Matrizen (z.B. $r \times n \hat{=}$ Zahl der Zeilen \times Zahl der Spalten)

1

Zadeh, L.A. und Desoer, Ch.A.: Linear System Theory. The State Space Approach. New York - San Francisco - Toronto - London: Mc Graw-Hill. 1963.

Gupta, S.C.: Transform and State Variable Methods in Linear Systems. New York - London - Sydney: Wiley. 1966.

1.2 Diagramm der Zustandsvariablen (Zustandsgrößen)

Das Diagramm der Zustandsvariablen dient der graphischen Veranschaulichung der gleichungsmäßig verankerten Zusammenhänge zwischen den Zustandsvariablen. Das Diagramm besitzt große Ähnlichkeit mit dem Koppelplan bei Analogrechner-Programmierung. Auf die Vorzeichenumkehr im Integrator wird mangels Parallelen zum Operationsverstärker allerdings verzichtet.

Die Zustandsraum-Formulierung nach Gl.(1.1) und Gl.(1.2) wird durch Zusammenstellung aller Differentialgleichungen aus dem Verband der Regelstrecke (des Prozesses, des Regelkreises, bei Bedarf in linearisierter Form) gewonnen. Durch Ansatz weiterer Variabler (Zustandsvariabler) zusätzlich zu den physikalischen Variablen besteht keine Schwierigkeit, auf ein System von linearen Differentialgleichungen erster Ordnung zu gelangen.

In der Wahl der Zustandsvariablen besitzt man mehrfache Freiheit, sodaß das Diagramm der Zustandsvariablen bei gleichen Ein/Ausgangsgrößen verschiedene Formen annehmen kann. Auch hinsichtlich der strukturellen Grundformen, der sogenannten kanonischen Formen, bestehen stets mehrere Varianten².

1.3 Eingrößenregelungen mit einer Ausgangsgröße in Regelungsnormalform

Die Regelungsnormalform (oder Frobenius-Form oder direkte kanonische Form) erweist sich bei Regelstrecken als günstig, deren resultierende Übertragungsfunktion $S(s)$ bereits vorliegt. Für einfache Stellgrößen $u(t)$ und für eine Ausgangsgröße, also $m = 1$ und $r = 1$, wird $S(s)$ in eine rationale Funktion mit dem Zählerpolynom $P(s^{-1})$ und dem Nennerpolynom $Q(s^{-1})+1$ nach Potenzen von s^{-1} umgeformt, also

$$S(s) = \frac{P_z(s)}{P_n(s)} = \frac{P_z(s) \cdot s^{-n}}{P_n(s) \cdot s^{-n}} = \frac{P(s^{-1})}{1+Q(s^{-1})} \quad (1.6)$$

2

Tou, J.T.: Modern Control Theory. New York - San Francisco - Toronto - London: Mc Graw-Hill. 1964.

Unbehauen, R.: Regelungstechnik II. München-Wiesbaden: Vieweg. 1983.

Föllinger, O. und Franke, D.: Einführung in die Zustandsbeschreibung dynamischer Systeme. München - Wien: Oldenbourg-Verlag. 1982.

$P_n(s)$ wird so eingerichtet, daß der Koeffizient von s^n eins wird. Der Gl.(1.6) entspricht die Abb.1.2. Sind $P(s^{-1})$ und $Q(s^{-1})$ nach fallenden Potenzen von s^{-1} gereiht worden, so können die Zähler- und Nennerausdrücke aus Gl.(1.6) weitergeführt werden auf

$$S(s) = \frac{P(s^{-1}) v(s)}{[Q(s^{-1})+1]v(s)} = \frac{(c_1 s^{-n} + c_2 s^{-n+1} + \dots + c_n s^{-1}) v(s)}{[q_{-n} s^{-n} + q_{-n+1} s^{-n+1} + \dots + q_{-1} s^{-1} + 1] v(s)} \quad (1.7)$$

Sie werden als Linearkombination von Signalen im Laplace-Bereich aufgefaßt, die aus einer von einem Hilfssignal $V(s)$ angesteuerten Integratorkette abgegriffen werden. Dies ist in der Abb.1.3 gezeigt.

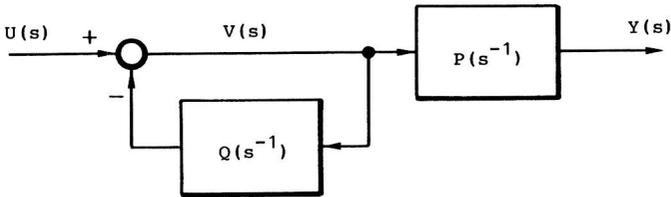


Abb. 1.2 Zerlegung der Strecke in Rückführungs- und Serienteil

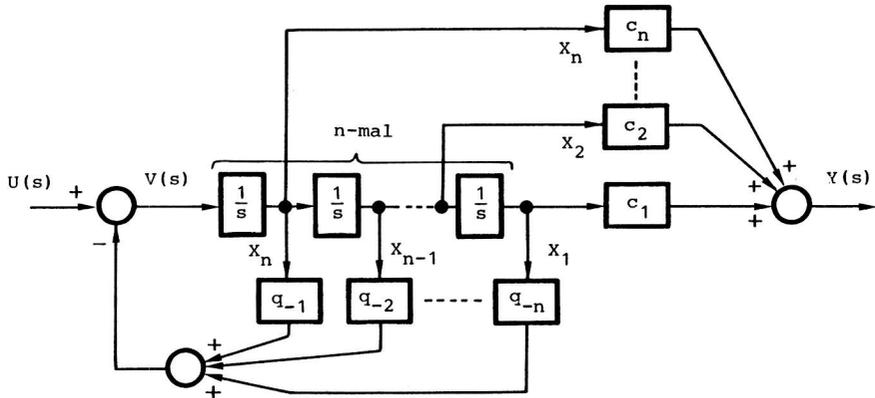


Abb. 1.3 Aufbau einer Integratorkette und Abgriff der Zustandsvariablen für den Rückführungs- und Serienteil

Im einzelnen folgt nach Gl.(1.7)

$$Y(s) = P(s^{-1}) V(s) \quad \text{sowie} \quad (1.8)$$

$$\left. \begin{aligned} U(s) &= [Q(s^{-1}) + 1] V(s) & \text{oder} \\ V(s) &= U(s) - Q(s^{-1}) V(s). \end{aligned} \right\} (1.9)$$

Werden nun die Zustandsvariablen $X_1(s), X_2(s) \dots X_n(s)$ eingeführt (Abb.1.3) und korrespondiert demnach $V(s)$ mit $\mathcal{L}\dot{x}_n(t)$, so lässt sich die Zustandsraumdarstellung folgendermaßen gewinnen:

Die laut Gl.(1.7) gewählten Koeffizienten in $P(s^{-1})$ sind direkt in die Koeffizienten der Ausgangsmatrix \underline{C} nach Abb.1.4 bzw. Gl.(1.8) zu übernehmen als

$$\underline{C} = (c_1 \quad c_2 \dots c_n). \quad (1.10)$$

c_1 ist der Koeffizient der höchsten Potenz von s^{-1} in $P(s^{-1})$ usw.

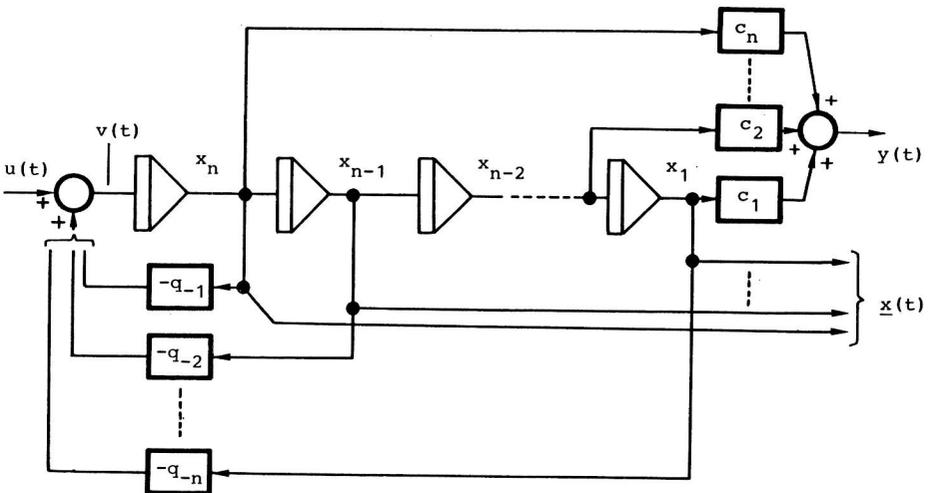


Abb. 1.4 Diagramm der Zustandsvariablen in direkter kanonischer Form

Die Koeffizientenmatrix \underline{A} enthält - als sogenannte Frobenius-Matrix - wegen der Integratorkette in Abb.1.4, d.h. wegen $\dot{x}_1 = x_2$, $\dot{x}_2 = x_3$ usw., in den ersten $n-1$ Zeilen Nullen bis auf eine "Diagonale" aus Einsen. Weiters erhält \underline{A} in der n -ten Zeile

(von links nach rechts gesehen) gemäß Gl.(1.7) und (1.9) die Koeffizienten des Polynoms $Q(s^{-1})$, geordnet nach fallenden Potenzen in s^{-1} .

Da nach der gewählten Umformung $u(t)$ nur auf x_n wirkt und dies nach Gl.(1.9) mit dem Beiwert 1, wird die Matrix \underline{B} zu

$$\underline{B} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T. \quad (1.11)$$

Die Ergebnisse sind in Abb.1.5 zur Übersicht zusammengestellt.

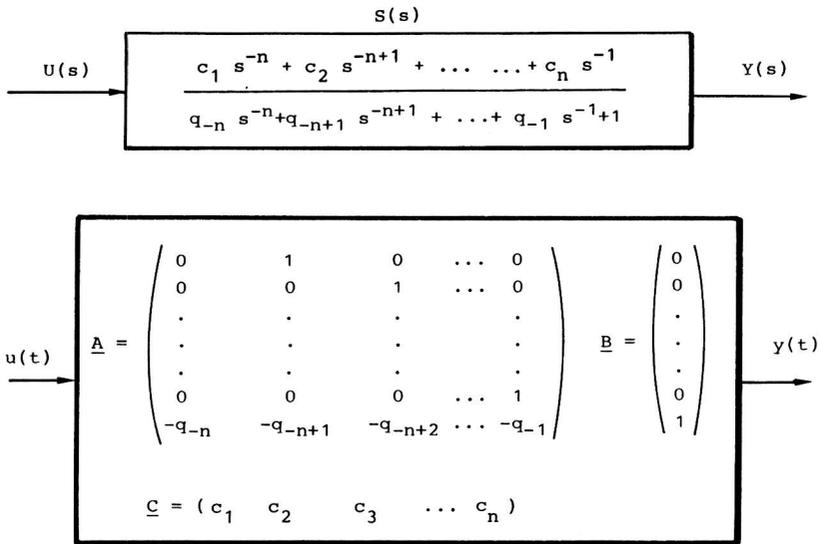


Abb. 1.5 Streckenübertragungsfunktion und ihre äquivalente direkte kanonische Form (Frobenius-Form)

Beispiel:

$$S(s) = \frac{s^2 + 50s + 2}{s^3 + 80s^2 + 1,8s + 0,1} = \frac{2s^{-3} + 50s^{-2} + s^{-1}}{0,1s^{-3} + 1,8s^{-2} + 80s^{-1} + 1}$$

$$n = 3$$

$$c_1 = 2$$

$$c_2 = 50$$

$$c_3 = 1$$

$$q_{-3} = 0,1$$

$$q_{-2} = 1,8$$

$$q_{-1} = 80$$

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0,1 & -1,8 & -80 \end{pmatrix}, \quad \underline{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{C} = (2 \ 50 \ 1) \quad (1.12)$$