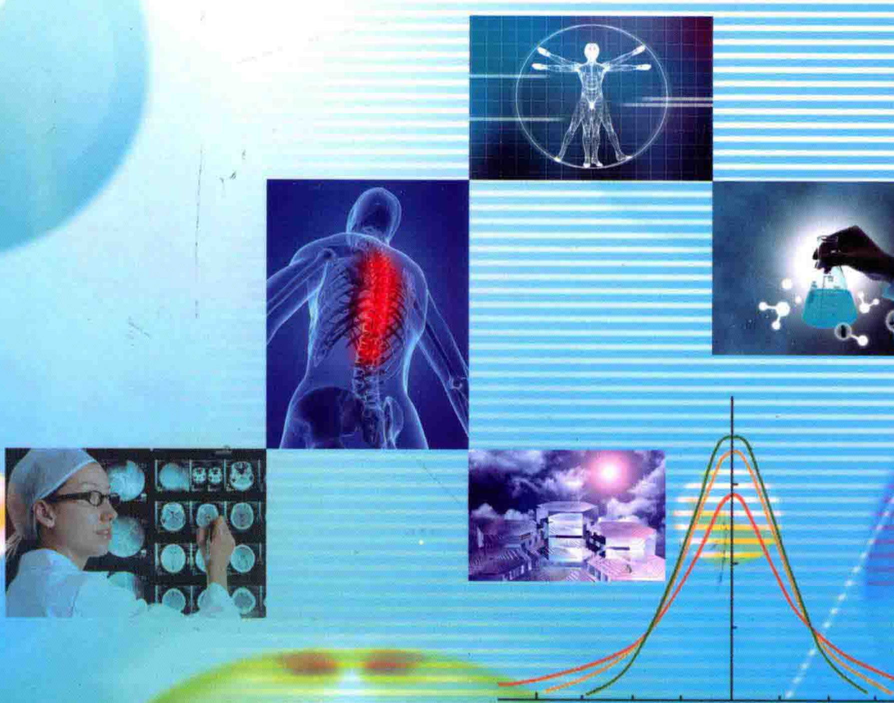
全国高等医药院校规划教材

医学物理学学习指导

（第2版）

主编　仇　惠　李义兵



科学出版社

全国高等医药院校规划教材

医学物理学学习指导

（第2版）

主　编　仇　惠　李义兵
副主编　王阿明　丁晓东　张　玲
编　者　（以姓氏笔画为序）

丁晓东	大连医科大学	王阿明	徐州医学院
仇　惠	牡丹江医学院	叶福丽	湖北科技学院
李义兵	湖北科技学院	李玉娟	沈阳药科大学
张　玲	湖北科技学院	陈艳霞	大连医科大学
周鸿锁	牡丹江医学院	赵　元	湖北科技学院
徐春环	牡丹江医学院	高　杨	牡丹江医学院
商清春	牡丹江医学院	梁寒冰	徐州医学院
董秀梅	湖北科技学院	程　阳	徐州医学院
鲍　艳	湖北科技学院		

科 学 出 版 社
北　京

·版权所有　侵权必究·
举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303(打假办)

内 容 简 介

本书是仇惠、王亚平主编的高等医药院校规划教材《医学物理学》(案例版)(第2版)的配套教材,它是理论教材的补充和扩展,全书内容共为16章,各章节内容包括教学基本要求、知识要点、典型例题、主干教材习题解答、自测题及解答等。本书力求知识准确,习题难易程度适中,覆盖面广,题解详细,其中案例分析题有分析过程及答案提示,并尽可能结合理论知识进行归纳和总结。

本书适用于高等医药院校临床、预防、基础、口腔、麻醉、影像、药学、检验、护理等专业教学使用,也可为医药院校其他专业的师生和研究工作者提供参考。

图书在版编目(CIP)数据

医学物理学学习指导 / 仇惠,李义兵主编 .—2版 .—北京:科学出版社,2014.1

全国高等医药院校规划教材

ISBN 978-7-03-039585-6

Ⅰ. 医…　Ⅱ. ①仇…②李…　Ⅲ. 医用物理学-医学院校-教学参考资料　Ⅳ. R312

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第011961号

责任编辑:李　植　周万灏 / 责任校对:韩　杨
责任印制:肖　兴 / 封面设计:范璧合

版权所有,违者必究。未经本社许可,数字图书馆不得使用

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717
http://www.sciencep.com
化学工业出版社印刷厂 印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2008年5月第　一　版　开本:787×1092　1/16
2014年1月第　二　版　印张:9 1/2
2014年1月第六次印刷　字数:214 000
定价:24.80元
(如有印装质量问题,我社负责调换)

第2版前言

医学物理学是高等医药院校中一门重要的基础课程。为推动医学教育及教学方法的改革和创新,进一步更好地服务教学、指导教学、规范教学,贯彻少而精的原则,让学生能用较少的时间掌握较多的现代医学所需的物理知识,培养学生的自学习惯,分析问题和解决问题的能力,我们根据医学物理学课程的基本要求和高等医药院校的实际情况,总结了长期教学工作的经验,编写了《医学物理学学习指导》(第2版)教材。

本教材是仇惠、王亚平主编的全国高等医药院校规划教材《医学物理学》(案例版)(第2版)的配套教材。第2版与第1版相比,教材的各章节均与理论教材(第2版)具有统一结构和风格,它是理论教材的补充和扩展。各章节内容包括教学基本要求、知识要点、典型例题、主干教材习题解答、自测题及解答等。本书力求知识准确,习题难易程度适中,覆盖面广,题解详细,其中案例分析题有分析过程及答案提示,并尽可能结合理论知识进行归纳和总结。另外,内容上的删减,使新版教材更加精练。

本学习指导是学习《医学物理学》内容的有力辅助工具,更是学生自主学习的好帮手。可以使学生快速准确地掌握教材中的重点、难点及需要了解的内容。使学生在动脑、动手、演算每一道习题的过程中,掌握物理学知识,做到学有所获。特点是以案例引导教学,培养具有创新能力的医学人才。

本书适用于高等医药院校临床、预防、基础、口腔、麻醉、影像、药学、检验、护理等专业教学使用,也可为医药院校其他专业的师生和研究工作者提供参考。第2版教材的编委会对前届编写老师的辛勤工作表示诚挚的谢意。

由于编者水平有限,经验不足,教材中难免存在不妥之处,恳切希望使用本学习指导的师生及同行给予批评指正。

编　者

2013年10月

第1版前言

医学物理学是医药院校一门重要的基础课程。为了适应医学教育的改革发展,全面推进素质教育,更好地贯彻少而精的原则,让学生能用较少的时间掌握更多的现代医学所需的物理学知识,培养学生自学习惯的形成,提高学生分析问题和解决问题的能力,我们根据教育部制定的医学物理学课程的基本要求和学生培养任务的实际需要,在各位编者总结了长期教学工作经验的基础上,编写了《医学物理学学习指导》这本教材。

本教材是仇惠、余大昆主编的全国高等医学院校规划教材《医学物理学》(案例版)的配套习题教材,本书的特点是按其配套理论教材的章节内容编排有"教学基本要求",以教学大纲为主,要求学生明确学习的重点和难点,分清掌握、熟悉和了解的内容;"知识要点",提示教学内容的要点,引导学生复习理解本章的基本内容和重点内容;"典型例题",帮助学生学习总结解题方法,讨论解题技巧;"主干教材习题解答",对配套的《医学物理学》(案例版)各章的习题给出详细的参考解答,供学生检查所做习题时使用;"自测题",通过选择题、填空题、名词解释、问答题、论述题、计算题的练习,强化学生对所学知识的掌握;"自测题解答",给出了解题过程和答案,供学生自学和老师教学参考使用。书后附有模拟试题及答案,以供学生自测。本书力求知识准确,习题难易程度适中,覆盖面广,题解详细,其中案例分析题有分析过程及答案提示,并尽可能结合理论知识进行归纳、总结。

本学习指导是复习《医学物理学》内容的有力工具,可以使学生掌握教材中的重点、难点及需要了解的内容,使学生在动脑、动手、演算每一道习题的过程中,掌握物理学知识,做到学有所获。

由于编者水平有限,经验不足,教材中难免存在缺点和错误,恳切希望使用本教材的师生及同行给予批评指正。

仇　惠

2007年12月

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

目　　录

第一章 力学基础

教学基本要求

(1) 掌握角位移、角速度、角加速度、转动惯量、角动量、应力、应变及弹性模量等概念；掌握转动定律及角动量守恒的应用；掌握应力与应变的关系。

(2) 理解人体静力平衡及其条件。

(3) 了解骨骼的力学特征，了解骨骼几种基本受力形式。

知识要点

力学是研究物体机械运动的规律及其应用的科学。在力的作用下，物体的运动状态发生改变的现象称为力的运动效应，物体的形状发生改变的现象称为力的形变效应。

1. 刚体的转动规律

(1) 刚体：是固体的理想化模型，是指在外力作用下，形状和大小均不会发生变化的物体。

(2) 角位移：转动平面内任意质点到固定点的的矢经在任意时间 t 内所扫过的角度，即 $\Delta\omega$。

(3) 角速度：描述刚体转动的快慢程度，即 $\omega = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = \dfrac{d\theta}{dt}$。

(4) 角加速度：描述刚体角速度变化的快慢程度，即 $\alpha = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$。

角位移 θ、角速度 ω 和角加速度 α 是以角度为基础描述刚体转动的物理量，称为角量。刚体作定轴转动时，其中任意各质点的线位移 $\vec{s}$、线速度 $\vec{v}$ 和线加速度 $\vec{a}$ 也是描述刚体转动的物理量，称为线量。线位移 $\vec{s}$ 与角位移 θ 的增量之间的关系有 $\Delta s = r\Delta\theta$；$v = \dfrac{ds}{dt} = r\dfrac{d\theta}{dt} = r\omega$；$a_t = \dfrac{dv}{dt} = r\dfrac{d\omega}{dt} = r\alpha$；$a_n = r\omega^2 = v\omega = \dfrac{v^2}{r}$。

(5) 力矩：$\vec{F}$ 力对刚体的转动效应，即 $\vec{M} = \vec{R}\times\vec{F}$。

将 $\vec{F}$ 沿平行和垂直于转轴分解为 F_y 和 F_{zx}，只有 F_{zx} 产生对 y 轴的转动效应，即 $M = M_y = F_{zx}d = F_{zx}R\sin\varphi$。

(6) 转动惯量：刚体转动惯性的度量，即 $J = \sum\limits_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = \int r^2 dm$。

(7) 转动定律：刚体相对于某一定轴所受的合外力矩的大小等于刚体对该定轴的转动惯量与在此合外力矩作用下获得的角加速度的乘积，即

$$\sum_{i=1}^{n} f_{it} r_i = \left(\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2\right)\alpha = J\alpha$$

(8) 转动动能：等于组成刚体的各个可视为质点的体积元所具有的动能之和，即 $E_k = \sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{1}{2}m_i r_i^2\omega^2 = \dfrac{1}{2}\left(\sum\limits_{i=1}^{n} m_i r_i^2\right)\omega^2 = \dfrac{1}{2}J\omega^2$，与质点运动动能 $E_k = \dfrac{1}{2}mv^2$ 相比较，可以看出刚体的转动惯量 J 与物体的质量 m 是相对应的。

(9) 角动量：质点矢经 $\vec{r}$ 与其动量 $m\vec{v}$ 的矢积，即 $\vec{L} = \vec{r}\times m\vec{v}$。

(10) 冲量矩：刚体所受合外力矩对时间 t 的累积效应，即 $\int_1^2 M dt$。

(11) 角动量定理：作定轴转动的刚体所受到的冲量矩等于刚体对该转轴的角动量的增量，即 $M dt = d(J\omega) = dL$；$\int_{t_1}^{t_2} M dt = \int_{t_1}^{t_2} dL = L_2 - L_1$。

(12) 角动量守恒定律：在定轴转动中，如果刚体所受到的外力对转轴产生的合力矩为零，即 $M = 0$；$\dfrac{dL}{dt} = 0$；$L = J\omega =$ 常量。

2. 物体的弹性

(1) 基本概念

1) 应力(全应力):作用与物体内单位面积上的弹性力,即 $\vec{P}=\lim\limits_{\Delta A\to 0}\dfrac{\Delta F}{\Delta A}$。

2) 正应力(张应力):全应力 $\vec{P}$ 的法向分量 σ。

3) 剪应力(切应力):全应力 $\vec{P}$ 的切向分量 τ。

4) 体应力:物体在法向外力 $\vec{F}_n$ 的作用下体积发生变化时对应的应力。

5) 应变:在外力的作用下,物体的线度、形状和体积的改变量与其原来的线度、形状和体积之比值。

6) 线应变:物体在受到外力的拉或压时发生的长度变化量 Δl 与物体原来的长度 l_0 的比值,即 $\varepsilon=\dfrac{l-l_0}{l_0}=\dfrac{\Delta l}{l_0}$。

7) 剪应变:物体在剪应力的作用下,上下表面的相对位移为 Δx 与两表面的垂直距离为 d_0 的比值,即 $\gamma=\dfrac{\Delta x}{d_0}\approx\tan\varphi$。

8) 体应变:在法向力的作用下(形状不变),物体体积的增加量 ΔV 与物体体积 V_0 的比值,即 $\theta=\dfrac{\Delta V}{V_0}$。

9) 弹性:在外力除去后物体具有能恢复原来形状的特性。

10) 塑性:外力除去后形变不能恢复原来形状的特性。

(2) 材料拉伸(压缩)的力学特性。整个拉伸(压缩)过程中应力-应变曲线分四个阶段:(Ⅰ)弹性阶段;(Ⅱ)屈服阶段;(Ⅲ)强化阶段;(Ⅳ)颈缩阶段(局部变形阶段)。

1) 比例极限 σ_p:弹性阶段内 σ 与 ε 成正比的最高应力值。

2) 弹性极限 σ_e:弹性阶段内的最高应力值。

3) 屈服极限 σ_s:屈服阶段的最低应力值。

4) 强度极限 σ_b:应力-应变曲线中应力最高值。

(3) 应力与应变的关系。在弹性范围内,物体的线应变与所受正应力成正比,即 $\sigma=E\varepsilon$。比例系数 E 称为该物体材料的弹性模量。

当物体受到切应力的作用时(在弹性限度内),切应力与相应的切应变成正比,即 $\tau=G\gamma$。比例系数 G 称为该物体材料的切变模量。

当物体受到体应力的作用时(在弹性限度内),体应力与相应的体应变成正比,即 $\omega=-K\theta$。比例系数 K 称为该物体材料的体变模量。

3. 骨骼的力学性质

(1) 骨的功能适应性:骨的形态及骨在人体上的分布与功能相适应,不同形态骨具有不同的力学性质。

(2) 骨的结构:骨组织是一种特殊的结缔组织,包含骨细胞、骨基质和骨纤维三种成分。成年人骨组织几乎为板层骨,依据骨板的排列方式和空间结构可分为密质骨和松质骨两类。

受拉伸与压缩载荷作用时,长骨表现为既抗拉又抗压。

受扭转载荷作用时,长骨横截面上主要是切应力的作用,在截面中心部位切应力最小,在边缘处切应力最大。

受弯曲载荷作用时,长骨横截面上主要是正应力的作用,在中性层正应力最小,在边缘处正应力最大。

(3) 骨的应力刺激:一定范围内的应力刺激,会影响骨的组织、结构和形态,从而影响骨的力学性质。

4. 人体关节和腰椎的受力分析

(1) 人体关节和腰椎的基本解剖结构和特性。

(2) 人体关节的受力分析步骤:确定要研究的对象;了解关节的瞬时旋转中心及肌肉力或外力作用下关节面;明确肌肉作用的起止点,即肌肉作用的大小和方向;建立研究对象力平衡方程和力矩平衡方程;运用牛顿第三定律求研究对象作用与相接触部位的力。

典型例题

例题 1-1 一飞轮的直径为 0.3m,质量为

5kg，边缘绕有绳子。现有恒力拉绳子的一端，使其由静止均匀地加速，经 0.5s 后角速度达到 $10\text{rev}\cdot\text{s}^{-1}$。假设飞轮可看作实心圆柱体，求①飞轮的角速度及在这段时间内转过的圈数；②拉力的大小及在这段时间内拉力所做的功。

解：①飞轮作匀加速转动，则有 $\omega=\omega_0+\alpha t$，且 $\omega_0=0$

当 $t=0.5\text{s}$ 时角速度为 $10\text{rev}\cdot\text{s}^{-1}$，则

$$\alpha=\frac{\omega}{t}=\frac{20\pi}{0.5}=125.6\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

飞轮在 0.5s 内转过的圈数

$$N=\frac{\theta}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\int_0^{0.5}\omega\text{d}t=\frac{1}{2\pi}\int_0^{0.5}\alpha t\text{d}t$$

$$=\frac{1}{2\pi}\times\frac{1}{2}\alpha(0.5^2-0)=2.5$$

②设实心圆柱体的半径为 $r(r=0.15\text{m})$，转动惯量为 $J=\frac{1}{2}mr^2$。

由刚体的转动定律 $M=J\alpha$ 可得，$Fr=\frac{1}{2}mr^2\alpha$，故

$$F=\frac{1}{2}mr\alpha=\frac{1}{2}\times5\times0.15\times125.6=47.1\text{N}$$

这段时间内拉力所做的功

$$A=F\cdot2\pi rN=47.1\times6.28\times0.15\times2.5=111\text{J}$$

例题 1-2 均质细棒长 l，质量为 m，可绕 O 点（$\overline{OA}=\frac{l}{3}$）在竖直平面内转动。恒力 $F=2\text{mg}$ 水平作用棒 A 端，使棒由静止转过角度 $\theta=30°$，如图 1-1 所示。

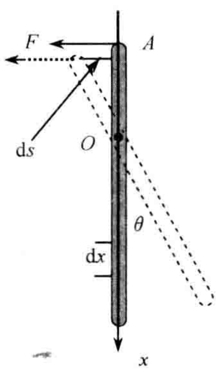


图 1-1 例题 1-2

求：①F 力所做的功；②若此时撤去 F 力，则细棒返回平衡位置时的角速度。

解：①棒在 F 力的作用下转过 30°角，F 力所做的功

$$A=\int F\text{d}s=F\times\frac{l}{3}\sin\theta$$

$$=2mg\times\frac{l}{3}\sin30°=\frac{1}{3}mgl$$

或者力矩 M 所做的功

$$A=\int M\text{d}\theta=\int_0^{\frac{\pi}{6}}F\times\frac{l}{3}\cos\theta\text{d}\theta$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{2}{3}mgl\cos\theta\text{d}\theta=\frac{1}{3}mgl$$

②在 F 力的作用下细棒转过 30°，其转动动能为零。撤去 F 力后细棒返回平衡位置，细棒转动动能为零，势能为 $U=A=\frac{1}{3}mgl$。返回平衡位置时转动动能为 $E_k=\frac{1}{2}J\omega^2$，势能为零。根据能量守恒定律，则有

$$U=A=\frac{1}{3}mgl=\frac{1}{2}J\omega^2,\ \omega=\sqrt{\frac{2}{3J}mgl}$$

以 O 点为原点，建立 x 坐标轴。在细棒中任取长度为 $\text{d}x$ 的线段，该线段到 O 点的距离为 x，细棒的线密度为 $\lambda=m/l$，那么线段 $\text{d}x$ 的质量 $\text{d}m=\lambda\text{d}x=\frac{m}{l}\text{d}m$，$\text{d}x$ 线段的转动惯量是 $\text{d}J=x^2\text{d}m$，细棒总的转动惯量为 I。

$$J=\int_{-\frac{l}{3}}^{\frac{2l}{3}}x^2\frac{m}{l}\text{d}x=\frac{m}{3l}\left[\left(\frac{2l}{3}\right)^3-\left(-\frac{l}{3}\right)^3\right]=\frac{1}{9}ml^2$$

故细棒返回平衡位置时的角速度 $\omega=\sqrt{\frac{6g}{l}}$

例题 1-3 有一铜杆长 2m，横截面积 2.0cm^2；另一钢杆长 $l_{钢}$，横截面积 1.0cm^2。今将两杆接牢，然后在两杆外端施以大小相等而方向相反的拉力 F，$F=3\times10^4\text{N}$。已知杨氏模量 $E_{铜}=1.1\times10^{11}\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$，$E_{钢}=2.0\times10^{11}\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$。问：①求各杆中的应力是多少？②求各杆中的应变是多少？③如果两杆伸长相等，那么钢杆长 l 是多少？

解：①根据应力的定义 $\sigma=\frac{F}{S}$ 可得，

$$\sigma_{铜}=\frac{F}{S_{铜}}=\frac{3\times10^4}{2.0\times10^{-4}}=1.5\times10^8\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$$

$$\sigma_{钢}=\frac{F}{S_{钢}}=\frac{3\times10^{4}}{1.0\times10^{-4}}=3.0\times10^{8}\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-2}$$

②根据应力与应变的关系 $\sigma=E\varepsilon$ 可得,

$$\varepsilon_{铜}=\frac{\sigma_{铜}}{E_{铜}}=\frac{1.5\times10^{8}}{1.1\times10^{11}}=1.36\times10^{-3}$$

$$\varepsilon_{钢}=\frac{\sigma_{钢}}{E_{钢}}=\frac{3.0\times10^{8}}{2.0\times10^{11}}=1.50\times10^{-3}$$

③根据应变的定义 $\varepsilon=\dfrac{\Delta l}{l}$ 可得,

$$\Delta l_{铜}=\varepsilon_{铜}\,l_{铜},\Delta l_{钢}=\varepsilon_{钢}\,l_{钢}$$

因 $\Delta l_{铜}=\Delta l_{钢}$,故有 $\varepsilon_{铜}\,l_{铜}=\varepsilon_{钢}\,l_{钢}$,即

$$l_{钢}=\frac{\varepsilon_{铜}\,l_{铜}}{\varepsilon_{钢}}=\frac{1.36\times10^{-3}\times2}{1.5\times10^{-3}}=1.82\mathrm{m}$$

主干教材习题解答

1-1 求质量为 m,内半径为 R_1、外半径为 R_2 的中空圆柱体对中心轴的转动惯量(图 1-2)。

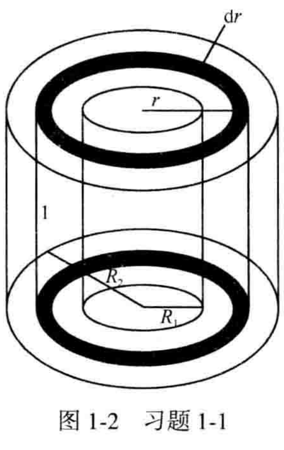


图 1-2 习题 1-1

解:在半径 r($R_1<r<R_2$)处,取一薄圆柱壳形状的质元,其长为 l,半径为 r,厚度为 $\mathrm{d}r$。设筒体的密度为 ρ,则该质元的质量为 $\mathrm{d}m=\rho\mathrm{d}V=\rho(2\pi r\mathrm{d}r)l$,所以圆筒对几何轴 Oz 的转动惯量为

$$J=\int_m r^2\mathrm{d}m=2\pi l\int_{R_1}^{R_2}\rho r^3\mathrm{d}r$$

由于筒体是均质的,ρ 为恒量,因此

$$J=2\pi l\rho\int_{R_1}^{R_2}r^3\mathrm{d}r=\frac{\pi l\rho}{2}(R_2^4-R_1^4)$$

圆筒的体积 $\pi(R_2^2-R_1^2)l$ 与其密度 ρ 之乘积,就是整个圆筒的质量 m,即

$$m=\rho\pi(R_2^2-R_1^2)l$$

代入上式,得圆筒对 Oz 轴的转动惯量为

$$J=\frac{1}{2}m(R_1^2+R_2^2)$$

1-2 如图 1-3 所示,质量为 m 的物体绕在质量为 M 的定滑轮上,$M=2m$,定滑轮半径为 R,转轴光滑,设 $t=0$ 时刻,质量为 m 的物体处于静止状态。求:①质量为 m 的物体下落速度 v 与时间 t 的关系;②$t=4\mathrm{s}$ 时,m 下落的距离;③绳中张力。

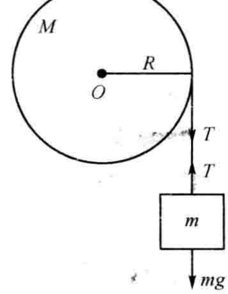


图 1-3 习题 1-2

解:由方程组

$$\begin{cases}mg-T=ma\\RT=J\beta\\a=R\beta\\J=\dfrac{1}{2}MR^2\end{cases}$$

解得

$$a=\frac{m}{m+\dfrac{M}{2}}g=\frac{1}{2}g$$

①物体做匀加速运动

$$v=v_0+at=\frac{1}{2}gt=4.9t\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

②$t=4\mathrm{s}$ 时,m 下落的距离

$$s=v_0t+\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{4}gt^2=\frac{1}{4}\times9.8\times4^2=39.2\mathrm{m}$$

③绳中张力

$$T=\frac{1}{2}mg=4.9\mathrm{N}$$

1-3 如图 1-4 所示,飞轮质量为 60kg,直径 0.5m,转速为 $1000\mathrm{r}\cdot\mathrm{min}^{-1}$,现要求在 5s 内使其制动,求制动力 F。假定闸与飞轮之间的摩擦系

数 $\mu = 0.4$，飞轮的质量全部分布在轮的外周上。

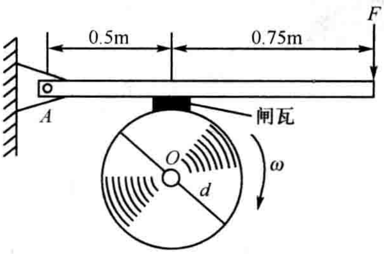


图 1-4　习题 1-3

解：由公式

$J = mR^2 = 60 \times (0.25)^2 = 3.75\mathrm{kg \cdot m^2}$

0s 时　$\omega_0 = 2\pi \times \dfrac{1000}{60} = 104.7\mathrm{r \cdot s^{-1}}$

5s 时　$\omega = 0$

$\beta = \dfrac{\omega - \omega_0}{t} = \dfrac{0 - 104.7}{5} = -20.9\mathrm{r \cdot s^{-2}}$

闸与飞轮之间的压力为 N，摩擦力为 f

$$F(0.5 + 0.75) - N \times 0.5 = 0$$

$$fR = J\beta = \mu NR$$

联立上两式可得

$$F = \frac{0.5}{0.5 + 0.75} \cdot \frac{J\beta}{\mu R} = 314\mathrm{N}$$

1-4　如图 1-5 所示，两物体的质量分别为 m_1 和 m_2，定滑轮的质量为 m，半径为 r，可视作均匀圆盘。已知 m_2 与桌面间的滑动摩擦系数为 μ_k，求 m_1 下落的加速度和两段绳子中的张力各为多少？设绳子和滑轮之间无相对滑动，滑轮轴受的摩擦力忽略不计。

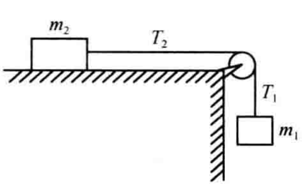


图 1-5　习题 1-4

解：由方程组

$$\begin{cases} m_1 g - T_1 = m_1 a \\ T_2 - \mu_k m_2 g = m_2 a \\ T_1 r - T_2 r = \dfrac{1}{2} m r^2 \cdot \beta \\ a = \beta \cdot r \end{cases}$$

解得　$a = \dfrac{m_1 - \mu_k m_2}{m_1 + m_2 + \dfrac{m}{2}} g$

$$T_1 = m_1(g - a) = \frac{(1 + \mu_k)m_2 + m/2}{m_1 + m_2 + m/2} m_1 g$$

$$T_2 = m_2(\mu g + a) = \frac{(1 + \mu_k)m_1 + \mu_k m/2}{m_1 + m_2 + m/2} m_2 g$$

1-5　如图 1-6 所示，将一圆盘 A、实心球 B、圆环 C 放在斜面顶部，它们从静止开始同时沿斜面无滑动滚下，问哪一个物体最先到达斜面底部？哪一个物体最后到达斜面底部？

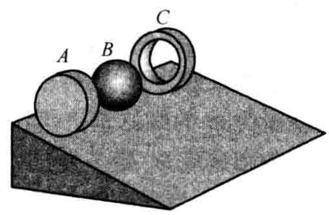


图 1-6　习题 1-5

解：三个物体半径为 R，向下滚动的加速度为 a，角加速度为 β

转动惯量的通式为　$J = kmR^2$

由图 1-7 可列式

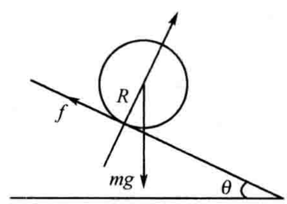


图 1-7　习题 1-5

$$\begin{cases} mg\sin\theta - f = ma \\ Rf = kmR^2\beta \\ a = R\beta \end{cases}$$

解得　$a = \dfrac{1}{1 + k} g\sin\theta$

而向下滚动时间

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{2(1 + k)\frac{l}{g\sin\theta}}$$

A 物体，$k = 1/2$，B 物体，$k = 2/5$，C 物体 $k = 1$

B 物体用时最少，C 物体用时最多

1-6　求地球自转时，绕自身轴转动的角动量和转动动能。已知地球的质量 $M = 6 \times 10^{24}\mathrm{kg}$，

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

地球半径 $R=6.4\times10^6$m。

解:由公式得

$$\omega=\frac{2\times3.14}{24\times60\times60}\approx7.27\times10^{-5}\mathrm{r\cdot s^{-1}}$$

$$J=\frac{2}{5}mr^2=\frac{2}{5}\times6\times10^{24}\times(6.4\times10^6)^2\approx9.83\times10^{37}\mathrm{kg\cdot m^2}$$

$$L=J\omega=9.83\times10^{37}\times7.27\times10^{-5}\approx7.15\times10^{33}\mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$$

$$E=\frac{1}{2}J\omega^2=\frac{1}{2}\times9.83\times10^{37}\times(7.27\times10^{-5})^2\approx2.6\times10^{29}\mathrm{J}$$

1-7 一质量为 M,半径为 R 的转台,以角速度 ω_a 转动,转台看成圆盘形状,转轴的摩擦略去不计。有一质量为 m 的蜘蛛垂直落在转台边缘上。①转台新的角速度 ω_b 是多少?②然后蜘蛛慢慢地爬向转台中心,当它离转台中心的距离为 r 时,转台的角速度 ω_c 为多少?

解:①转台新的角速度 ω_b

$$\frac{1}{2}MR^2\omega_a=\left(\frac{1}{2}MR^2+mR^2\right)\omega_b$$

$$\omega_b=\frac{M}{M+2m}\omega_a$$

②然后蜘蛛慢慢地爬向转台中心,当它离转台中心的距离为 r 时

$$\left(\frac{1}{2}MR^2+mR^2\right)\frac{M}{M+2m}\omega_a=\left(\frac{1}{2}MR^2+mr^2\right)\omega_c$$

$$\omega_c=\frac{MR^2}{MR^2+2mr^2}\omega_a$$

1-8 借助三角肌的作用,人能把手平伸出去,如图 1-8A 所示。其受力状况如图 1-8B 所示,已知 $\alpha=16°$,臂的重力 $G_1=68$N,手内提的重物 $G_2=45$N,求三角肌的等效张力 T 及肩胛骨作用于肱骨的垂直分力和竖直分力。

解:取手臂及手内物体为研究对象,确定肩关节处 A 点为转动固定点。

分析研究对象受力情况:臂的重力 $G_1=68$N,手内物体的重力 $G_2=45$N,三角肌的等效张力 T,肩胛骨作用于肱骨力 R(方向通过 A 点)。

设力 R 水平分量和垂直分量分别为 R_x 和 R_y,建立力平衡方程和力矩平衡方程:

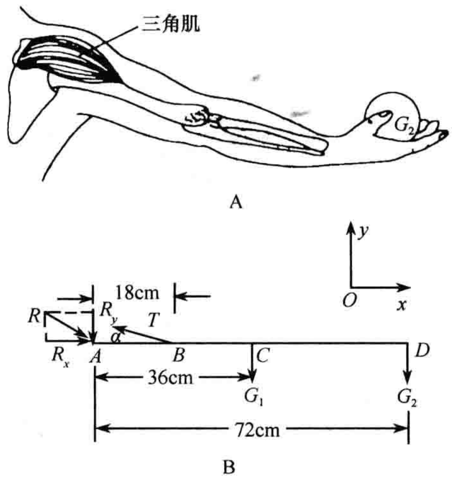


图 1-8 习题 1-8

$$R_x-T\cos\alpha=0$$

$$T\sin\alpha-G_1-G_2-R_y=0$$

$$T\sin\alpha\cdot\overline{AB}-G_1\cdot\overline{AC}-G_2\cdot\overline{AD}=0$$

解方程得,$T=1147$N,$R_x=1102$N,$R_y=203$N

1-9 设某人的一条腿骨长 0.4m,横截面积平均 $5\mathrm{cm}^2$,试求用此骨支持整个体重 500N 时,其长度缩短是多少?骨的杨氏模量按 $1\times10^{10}\mathrm{N\cdot m^{-2}}$ 计算。

解:已知 $l_0=0.4$m,$s=5\mathrm{cm}^2=5\times10^{-4}\mathrm{m}^2$,$F=500$N,$E=10^{10}\mathrm{N\cdot m^{-2}}$

设单条腿骨缩短 Δl,则其应变 $\varepsilon=\frac{\Delta l}{l_0}$,单条腿骨承载的应力 $\sigma=\frac{F}{s}$。

因腿骨发生弹性变形,根据 $\sigma=E\varepsilon$,有 $\frac{F}{s}=E\frac{\Delta l}{l_0}$。

代入 F、s、l_0 和 E 的数据,得 $\Delta l=4\times10^{-5}$m

自测题

一、单选题

1-1 下列物体哪些是刚体

A. 固体　　B. 液体

C. 气体　　D. 都不是

E. 都是

1-2 刚体的转动惯量与下列哪些因素无关

A. 刚体的质量 B. 刚体所受的力

C. 刚体转轴的位置 D. 刚体质量分布情况

E. 以上都无关

1-3 定轴转动的物体,转动动能一定时

A. 转动惯量与角速度成正比关系

B. 转动惯量与角速度成反比关系

C. 转动惯量与角速度的平方成正比关系

D. 转动惯量与角速度的平方成反比关系

E. 转动惯量与角速度的平方不成比例关系

1-4 两物体的转动惯量 $J_1 = J_2$,当其转动角度速度 $\omega_1 : \omega_2 = 2:1$ 时,两物体的转动动能($E_1 : E_2$)之比为

A. 4 : 1 B. 2 : 1

C. $\sqrt{2}$: 1 D. 1 : $\sqrt{2}$

E. 1 : 1

1-5 质量完全相同的两个细棒,第一根轴过垂直中心,第二根轴在一端与棒长垂直,其两都转动惯量之比等于

A. 1 : 4 B. 1 : 2

C. 1 : 1 D. 2 : 1

E. 4 : 1

1-6 长为 l_0 的金属丝受力作用时长度变为 l,此时金属丝的线应变为

A. $\dfrac{l_0}{l}$ B. $\dfrac{l-l_0}{l_0}$

C. $\dfrac{l-l_0}{l}$ D. $\dfrac{l_0-l}{l_0}$

E. $\dfrac{l_0-l}{l}$

1-7 边长为 l_0 的正方形物块在切应力作用下,在受力作用的面上各偏移 Δl,那么此物块的切应变为

A. $\dfrac{2\Delta l}{l_0}$ B. $\dfrac{\Delta l}{l_0}$

C. $\dfrac{\Delta l}{2l_0}$ D. $tg\dfrac{\Delta l}{l_0}$

E. $tg\dfrac{2\Delta l}{l_0}$

1-8 应力是

A. 作用在某物体两端上的力

B. 作用在物体中点上的力

C. 作用在物体任意一个截面上的力

D. 作用在物体上任一单位截面积上的力

E. 作用在物体中点上任一单位截面积上的力

1-9 在各种应变中应力的方向

A. 一定是和截面垂直 B. 一定是和截面平行

C. 两者都对 D. 两者都不对

E. 不确定

1-10 把一块不锈钢放在静止的深水中,它所受到的应力是

A. 线应力 B. 压应力

C. 切应力 D. 三者都有

E:不确定

二、名词解释

1-1 刚体

1-2 转动惯量

1-3 应力

1-4 应变

1-5 弹性

1-6 塑性

三、问答题

1-1 转动惯量的物理意义是什么?它由哪些因素决定?

1-2 作圆周运动的质点,对于圆周上某一定点,它的角动量是否守恒?

1-3 两个质量相同的小球以相同的速率沿同一圆形轨道运动,两球绕行方向相反。由于发生碰撞合为一体而静止。问这一现象和角动量守恒是否矛盾?

1-4 平行于 Z 轴的力对 Z 轴的力矩一定为零,垂直于 Z 轴的力对 Z 轴的力矩一定不为零。上述两种说法都对吗?

1-5 一个系统的动量守恒和角动量守恒的条件有何不同?

1-6 弹性材料在应力作用下发生线应变,其位能密度与应力的平方或者应变的平方成正比,对吗?为什么?

1-7 动物骨头有些是空心的,从力学角度来看它有什么意义?

1-8 骨的应力刺激的临床意义有哪些?

四、计算题

1-1 质量为500g,直径为40cm的圆盘,绕通过圆

盘心的垂直轴的转动,转速为 1 500rev · min^{-1}。使它在 20s 内停止转动,假定这一过程中转速是均匀减小的,求圆盘原来的转动动能,制动力矩的大小和该力的矩的功。

1-2 一个转动惯量为 2.5kg · m^2、直径为 60cm 的飞轮,正以 130rad · s^{-1} 的角速度旋转,现用闸瓦将其制动,如果闸瓦对飞轮的正压力为 500N,闸瓦与飞轮之间的摩擦系数为 0.50。求:①从开始制动到停止,飞轮转过的角度;②闸瓦对飞轮旋加的摩擦力矩所做的功。

1-3 一个人坐在无摩擦的旋转平台的中央,平台以 2πrad · s^{-1}的角速度旋转,这时他的双臂是伸着的,并且双手都握着重物,整个系统的转动惯量是 6.0kg · m^2。如果他将双手收回,则系统的转动惯量减少到 2.0kg · m^2。求:①转台的角速度变为多大?②动能改变了多少?

1-4 一匀质的铅丝竖直悬挂,铅丝的密度为 ρ = 11.3×10^{3}kg · m^{-3},长度为 l。求:①由于铅丝自身的重量所产生的应力在距悬点 $\frac{1}{4}l$ 处的值是距悬点 $\frac{3}{4}l$ 处值的多少倍?②已知铅丝内某处的应力达 2kg · m^{-2}时,铅丝在该点被拉断。问铅丝在自身所受重力的作用下何处最先拉断?此时铅丝长度 l 为何值时?

1-5 两根长度和截面积都相同的钢丝和铝丝,共同承担拉伸负载,钢的 $E_1 = 20\times10^{10}$N · m^{-2},铝的 $E_2 = 7\times10^{10}$N · m^{-2}。求:①并联使用时分担负载之比;②串联使用时绝对伸长对比。

1-6 在骨试样的拉伸试验中,测出长度为 10cm、截面积为 4cm^2 的试样的杨氏模量 $E = 16\times10^9$N · m^{-2},若断裂应变 $\frac{\Delta l}{l} = 0.01$,求使骨试样断裂的最小拉伸力。

1-7 一根横截面积为 2cm^2 的塑料圆杆上有一与轴线成 30°夹角的粘接断面,粘接剂抗拉伸强度为 15.0N · mm^{-2},抗剪刀强度为抗拉伸强度的 1/3,求在杆受拉时的最大承受作用力。

1-8 弹跳蛋白是一种存在于跳蚤的弹跳机构和昆虫的飞翔机构中的弹性蛋白,其杨氏模量接近于橡皮,今有一截面积为 30cm^2 的弹跳蛋白,加 270N 的力后长度为原长的 1.5 倍,求其杨氏模量。

1-9 病人用手杖时,前臂弯曲与水平线夹角 30°,手杖反力 F_c = 160N。前臂重 G = 15N,重心离肘关节转动中心 l = 20.0cm。取前臂建立如图 1-9 所示力学模型,求肱三头肌力 F_m 的大小是多少?(d_c = 30.0cm,d_m = 3.0cm)

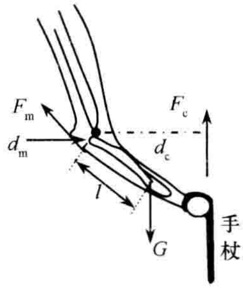


图 1-9 计算题 1-9

1-10 当人蹲下,其脚跟的几何形状如图 1-10 所示。求 T、F 和 θ。

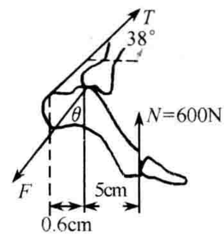


图 1-10 计算题 1-10

自测题解答

一、单选题

1-1 D **1-2** B **1-3** D **1-4** A **1-5** A
1-6 B **1-7** A **1-8** D **1-9** C **1-10** B

二、名词解释

1-1 刚体:是固体的理想化模型,是指在外力作用下,形状和大小均不会发生变化的物体。

1-2 转动惯量:刚体转动惯性的度量,即 $I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = \int r^2 \mathrm{d}m$。

1-3 应力:作用与物体内单位面积上的弹性力,即 $\vec{P} = \lim_{\Delta A\to0}\frac{\Delta F}{\Delta A}$。

1-4 应变:在外力的作用下,物体的线度、形状和体积的改变量与其原来的线度、形状和体积之

比值。

1-5 弹性:在外力除去后物体具有能恢复原来形状的特性。

1-6 塑性:外力除去后物体不能恢复原来形状的特性。

三、问答题

1-1 答:转动惯量是刚体转动惯性的度量。转动惯量的大小决定于刚体转轴的位置、本身的形状、质量的大小以及质量分布情况。

1-2 答:对于圆周上的某一点,向心力的力矩不恒为零,它的角动量不守恒。对于圆心处,向心力的力矩为零,所以它的角动量守恒。

1-3 答:不矛盾。碰撞前和碰撞后系统的合角动量没有改变。

1-4 答:第一种说法对,因为力矩作用面与 Z 轴平行。第二种说法不对,因为当力臂为零时,垂直于 Z 轴的力对 Z 轴的力矩为零。

1-5 答:若系统所受合外力为零,则系统动量守恒;若系统所受合外力矩为零(包括合外力为零或者合外力通过参考点),则系统对参考点的角动量守恒。

1-6 答:对。根据弹性材料拉伸过程中位能密度公式 $\mu=\frac{1}{2}\sigma\varepsilon=\frac{1}{2}E\varepsilon^2=\frac{1}{2E}\sigma^2$ 可知,当弹性材料的弹性模量恒定时,其位能密度与应力的平方或者应变的平方成正比。

1-7 答:从力学角度看:动物骨头受扭转时,横截面上主要是切应力的作用,在截面中心部位切应力最小,在边缘处切应力最大;受弯曲时,横截面上主要是正应力的作用,在中性层正应力最小,在边缘处正应力最大。故长骨横截面有些是空心的,与实心横截面相比,在截面积相等的情况下,相当于将实心圆中心部位受应力很小的部分挖去填在截面的外缘,增大了边缘的尺寸,相应的增加了外缘对应力的承受能力。动物骨头中部为骨髓腔,不仅具有生理作用,而且从力学角度来说也是完全合理的结构。

1-8 答:一定范围内的应力刺激,会影响骨的组织、结构和形态,从而影响骨的力学性质。经常性的、间歇式的压应力刺激,能助长骨的生长,使骨的形态变粗增厚,密度加大,改善骨的力学性质,防止骨骼萎缩形成骨质疏松。

应力刺激对骨操作的修复、愈合和再生起重要作用。应力刺激会使受伤后的骨组织进行再生,骨痂可以不断的形成和增殖。所以,功能锻炼是最好的应力刺激形式,不仅刺激和影响肌肉组织,而且刺激骨组织的生长。

四、计算题

1-1 解:已知 $\omega=\frac{1500\times2\pi}{60s}=157\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$,$m=0.5\text{kg}$,$r=0.2\text{m}$,故

圆盘的转动惯量 $J=\frac{1}{2}mr^2=0.01\text{kg}\cdot\text{m}^2$

圆盘的转动动量 $E_k=\frac{1}{2}J\omega^2=\frac{1}{2}\times0.01\times157^2=123.2\text{J}$

在20秒内,圆盘转速从 $157\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 均匀减小到零,故

圆盘的角加速度 $\alpha=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=78.5\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$

根据转动定律 $M=J\alpha$ 可知,

制动力矩 $M=0.01\times78.5=7.9\times10^{-2}\text{N}$

制动力矩所做的功等于圆盘转动动能改变量,即

$$W=\Delta E_k=\frac{1}{2}J\omega^2=123.2\text{J}$$

1-2 解:已知 $J=2.5\text{kg}\cdot\text{m}^2$,$r=0.3\text{m}$,$\omega_0=120\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$,$N=500\text{N}$,$\mu=0.50$

①飞轮匀减速制动,故有 $M=J\alpha$,$\alpha=\frac{d\omega}{dt}=\frac{\omega_0}{\Delta t}$

消去 α 可得,飞轮从开始到停止所需时间为

$$\Delta t=\frac{J\omega_0}{M}=\frac{2.5\times120}{500\times0.50\times0.3}=4\text{s}$$

设飞轮在 Δt 转过的角度为 θ,则有 $\theta=\frac{1}{2}\alpha\Delta t^2=240\text{rad}$

②摩擦力矩所做的功等于飞轮转动动能改变量,即

$$W=\Delta E_k=0-\frac{1}{2}J\omega_0^2=-1.8\times10^4\text{J}$$

1-3 解:① $\omega_1=2\pi\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$,$J_1=6.0\text{kg}\cdot\text{m}^2$,$J_2=2.0\text{kg}\cdot\text{m}^2$

根据转动动量守恒定律,$J_1\omega_1=J_2\omega_2$

故 $\omega_2=\frac{J_1}{J_2}\omega_1=6\pi \mathrm{rad}\cdot \mathrm{s}^{-1}$

②人伸开双臂时转动动能 $E_{k1}=\frac{1}{2}J_1\omega_1^2=12\pi^2\mathrm{J}$

人收回双臂时转动动能 $E_{k2}=\frac{1}{2}J_2\omega_2^2=36\pi^2\mathrm{J}$

故动能改变量 $\Delta E_{k1}=E_{k2}-E_{k1}=24\pi^2\mathrm{J}$

1-4 解:①设铅丝横截面积为 S,则距离悬点 $\frac{1}{4}l$ 处以下铅丝的重量为 $G_1=\frac{3}{4}lS\rho$,产生的应力为 $\sigma_1=\frac{3}{4}l\rho$;距离悬点 $\frac{3}{4}l$ 处以下铅丝的重量为 $G_1=\frac{1}{4}lS\rho$,产生的应力为 $\sigma_1=\frac{1}{4}l\rho$,故两处应力的比值 $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}=3$。

②若铅丝内某处的应力达到 $2\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-2}$时就会在该处被拉断,则铅丝在自身所受重力作用下悬点处最先被拉断。此时悬点处以下铅丝的重量为 $G=lS\rho$,产生的应力为 $\sigma=l\rho=2\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-2}$,故

$$l=\frac{\sigma}{\rho}=\frac{2}{11.2}=0.178\mathrm{m}$$

1-5 解:$l_1=l_2$, $S_1=S_2$, $E_1=20\times10^{10}\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-2}$, $E_2=7\times10^{10}\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-2}$

①钢丝和铝丝并联使用时, $\Delta l_1=\Delta l_2$,即 $\varepsilon_1=\varepsilon_2$,故

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{\sigma_1S_1}{\sigma_2S_2}=\frac{E_1\varepsilon_1}{E_2\varepsilon_2}=\frac{E_1}{E_2}=\frac{20}{7}$$

②钢丝和铝丝串联使用时, $F_1=F_2$,即 $\sigma_1=\sigma_2$,故

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2}=\frac{\varepsilon_1 l_1}{\varepsilon_2 l_2}=\frac{\sigma_1/E_1}{\sigma_2/E_2}=\frac{E_2}{E_1}=\frac{7}{20}$$

1-6 解:$l=10\mathrm{cm}$, $S=4\mathrm{cm}^2$, $E=16\times10^9\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-2}$

根据题意, $\frac{F/S}{E}\geqslant\frac{\Delta l}{l}=0.01$,即

$$F\geqslant0.01\times ES=0.01\times16\times10^9\times4$$
$$=6.4\times10^4\mathrm{N}$$

故使骨试样断裂的最小拉伸力为 $6.4\times10^4\mathrm{N}$

1-7 解:杆的横截面 $S_0=2\mathrm{cm}^2$ 设杆最大承受作用力为 F,则作用在粘接截面法向作用力为 $F\sin30°$,切向作用力为 $F\cos30°$(如图 1-11)。

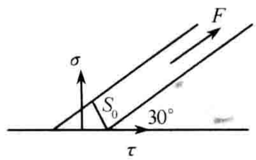


图 1-11 计算题 1-7

根据题意得

$$\sigma=\frac{F\sin30°}{S_0/\sin30°}\leqslant15.0\mathrm{N}\cdot\mathrm{mm}^{-2} \quad (1)$$

$$\tau=\frac{F\cos30°}{S_0/\sin30°}\leqslant\frac{1}{3}\times15.0\mathrm{N}\cdot\mathrm{mm}^{-2} \quad (2)$$

由(1)式可得: $F\leqslant\frac{S_0\times15.0}{\sin^2 30°}=12000\mathrm{N}$

由(2)式可得: $F\leqslant\frac{S_0\times5.0}{\sin30°\cos30°}=2.3\times10^3\mathrm{N}$

故杆受拉时的最大承受作用力为 $2.3\times10^3\mathrm{N}$

1-8 解:$S=30\mathrm{cm}^2$, $F=270\mathrm{N}$, $l'=1.5l_0$,故

$$\sigma=\frac{F}{S}=\frac{270}{30\times10^{-4}}=9\times10^4\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-2},$$

$$\varepsilon=\frac{l'-l_0}{l_0}=\frac{1.5l_0-l_0}{l_0}=0.5$$

根据 $\sigma=E\varepsilon$ 得, $E=\frac{\sigma}{\varepsilon}=\frac{9\times10^4}{0.5}=1.8\times10^5\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-2}$

1-9 解:以肘关节转动中心为转动固定点,对前臂作受力分析,建立力矩平衡方程,则有

$$\sum M=F_c d_c-F_m d_m-G\times l\cos30°=0$$

解方程得 $F_m=1513.4\mathrm{N}$

1-10 解:①以踝关节为转动固定点,建立力矩平衡方程,则有

$$\sum M=N\times5-T\times0.6\times\sin38°=0$$

解方程得 $T=8121.3\mathrm{N}$

②以脚为研究对象作受力分析,建立力的平衡方程,则有

$$\sum F_x=T\cos38°-F\sin\theta=0$$

$$\sum F_y=N+T\sin38°-F\cos\theta=0$$

联立解方程得 $F=7766.6\mathrm{N}$; $\theta=55.5°$

(商清春)

第二章　振动与波

教学基本要求

(1) 掌握简谐振动的基本规律及旋转矢量模型；掌握平面简谐波波动方程的物理意义及波的相干条件。

(2) 理解同方向同频率简谐振动的合成规律；理解惠更斯原理及波的叠加原理，波的干涉及驻波形成的规律；理解能量密度和能流密度概念。

(3) 了解阻尼振动、受迫振动、共振的特点；了解谐振分析和拍的产生，相互垂直振动的合成。

知识要点

1. 简谐振动

(1) 简谐振动的动力学定义：质点在弹性力或准弹性力作用下的运动是简谐振动。

弹性力或准弹性力：与质点相对平衡位置的位移成正比而反向的力，即

$$F=-kx$$

简谐振动的运动微分方程

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2x=0$$

(2) 简谐振动的运动学定义：质点相对于平衡位置的位移按余弦(正弦)函数规律随时间变化的运动是简谐振动，即

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)$$

(3) 简谐振动三个特征量

1) 振幅 A：给出振动的范围或幅度。

2) 角频率 ω，频率 ν，周期 T：表征振动往复的快慢。三者的关系为

$$\omega=2\pi\nu=\frac{2\pi}{T}$$

3) 相位 $\omega t+\varphi$：是描述物体瞬时运动状态的物理量，$t=0$ 时的相位 φ 称为初相。

对于给定的振动系统，A 和 φ 的值可由初始条件(x_0，v_0)确定，即

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}\ ,\ \varphi=\arctan\frac{-v_0}{\omega x_0}$$

(4) 简谐振动的能量

1) 动能：$E_\mathrm{k}=\frac{1}{2}mv^2$

$$=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi)$$

2) 势能：$E_\mathrm{p}=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$

$$=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t+\varphi)$$

动能和势能都随时间变化，但总机械能守恒，即

$$E=E_\mathrm{k}+E_\mathrm{p}=\frac{1}{2}m\omega^2A^2=\frac{1}{2}kA^2$$

2. 阻尼振动、受迫振动、共振

(1) 阻尼振动：振动系统在阻尼的作用下能量不断减少，即振幅不断减小的振动。欠阻尼情况下($\beta<\omega_0$)：

$$x=A_0\mathrm{e}^{-\beta t}\cos(\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}\,t+\varphi_0)\ 。$$

(2) 受迫振动：在驱动力的作用下的振动，稳态时的振动频率等于驱动力的频率。

(3) 共振：当驱动力的频率接近于系统的固有频率时，系统作受迫振动的振幅急剧增大的现象。

3. 简谐振动的合成

(1) 同方向、同频率简谐振动的合成

振幅：$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)}$

初相位：$\varphi=\arctan\dfrac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}$

当两个简谐振动的相位差为

$$\varphi_2-\varphi_1=\pm 2k\pi\qquad k=0,1,2,\cdots$$

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com