

科学美国人 趣味数学集锦

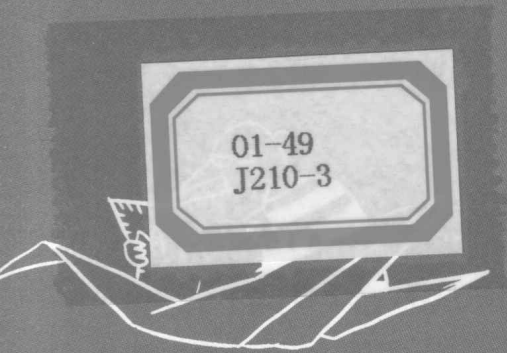
# 迷宫与幻方

*The Second Scientific American Book of Mathematical Puzzles and Diversions*

[美] 马丁·加德纳 著 封宗信 译

上海科技教育出版社





科学美国人 趣味数学集锦

# 迷宫与幻方

[美] 马丁·加德纳 著  
封宗信 译

上海科技教育出版社

01-49  
J210-3



图书在版编目(CIP)数据

迷宫与幻方/(美)加德纳著;封宗信译. —上海:上海科技教育出版社,2012.7

(《科学美国人》趣味数学集锦)

ISBN 978-7-5428-5385-1

I. ①迷… II. ①加… ②封… III. ①数学—普及读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 057713 号

献给 J. H. G.

---

他喜欢对付大得能在上面走路的趣题

# 中 译 本 前 言

本书原名为 *The Second Scientific American Book of Mathematical Puzzles and Games*, 是马丁·加德纳在《科学美国人》杂志上发表的“数学游戏”专栏文章的第二本集子。作者引用大量翔实的资料,将知识性和趣味性融为一体,大多以娱乐和游戏为线索,以严密的科学思维和推理为基础,引导、启迪读者去思考和重新思考。作者对传统数学中那些似乎高深莫测的难题给予了简单得令人难以置信的解答,对魔术戏法进行了深入浅出的分析,对赌场上的鬼把戏做了科学的剖析和透视……既有娱乐功能,又有教育功能。

本书的出版可谓好事多磨。十多年前我在北京大学,与潘涛兄同住现已不复存在的 39 楼。潘兄师从何祚庥教授,研读的外文书大都是有关伪科学(pseudo-science)和灵学(parapsychology)的。隔行如隔山,茶余饭后阅读《中华读书报》是我们唯一的共同兴趣,很快几年时间就过去了。北大百年校庆后不久,潘博士决定去上海科技教育出版社发展。我这才想起该社曾出版过马丁·加德纳的书。潘兄显然没料到英语语言文学系会有人知道这位数学大师。当我把自己曾翻译过加德纳的趣味数学以及好几家出版社因无法解决版权问题而一直搁浅的故事讲给他,并从我书架底层尘封的文件袋里翻出手稿时,我们两人都“相见恨晚”。

本书稿的“起死回生”,偶然中有必然。后来,潘博士从上海科技教育出版社版权部来说,版权问题需要等机会。我也渐渐把书稿放到了脑后,一心忙



自己的正业——“毁”人不倦。直到前些时候潘博士电告,版权终于解决。虽属意料之中,但仍不由得感到惊喜。

再看十多年前为中译本写的《译者前言》,深感“此一时,彼一时”。虽说在汗牛充栋的趣味数学读物中,马丁·加德纳渊博的学识、独到的见解、传奇般的经历、惊人的洞察力和独树一帜的讲解与叙事风格值得大力推介,但在已出版了“加德纳趣味数学系列”的上海科技教育出版社出版该书,则无需再介绍这位趣味数学大师了。因此,原来那份为之感到有些得意的《译者前言》只好自动进入垃圾箱。

本书稿能最终面世,我要衷心感谢潘涛博士和上海科技教育出版社。这也算是继我和同事合作翻译《美国在线》之后我与上海科技教育出版社的又一次合作。特别要感谢本书责任编辑卢源先生为此付出的辛劳。

由于译者知识水平有限,译文中谬误之处在所难免,请广大读者不吝指正。

封宗信

2007 年夏 清华园

# 序 言

自从 1959 年第一本“《科学美国人》趣味数学集锦”出版以来,大家对趣味数学的兴趣越来越强烈。很多趣题方面的新书陆续出版,老的趣题书也纷纷得到重印,趣味数学玩具上了货架,一种新的拓扑游戏(见第 7 章)吸引了全国青少年,在爱达荷福尔斯做研究工作的化学家马达奇(Joseph Madachy)创办了一份优秀的小型杂志《趣味数学》(*Recreational Mathematics*)。连那些象征聪明才智的象棋棋子也从各处冒了出来。它们不仅出现在电视宣传和杂志广告上,也出现于霍罗维茨<sup>①</sup>在《星期六评论》杂志(*The Saturday Review*)上那轻松活泼的“象棋角”专栏中,甚至连《有枪走天涯》(*Have gun, will travel*)<sup>②</sup>主角帕拉丁的手枪皮套和名片上也都是“马”的形象。

这股令人欣慰的风潮并不局限于美国。卢卡(Edouard Lucas)撰写的四卷本法文名著《趣味数学》(*Récréations Mathématiques*)在法国以平装本再版发行。格拉斯哥的数学家奥贝恩(Thomas H. O'Beirne)为一家英国科学杂志撰写了一个出色的趣题专栏。在苏联,由数学教师科登斯基(Boris Kordemski)收集整理的一本漂亮的趣题集共有 575 页,以俄语及乌克兰语两种版本发售。当然,这些都只是席卷全球的数学热的一部分,它们反过来又反映了面对如今这原子、宇宙飞

① 霍罗维茨(Al Horowitz, 1907—1973), 犹太裔美国人, 国际象棋大师。热心于国际象棋的普及。——译者注

② 20 世纪 60 年代美国电视剧, 主角帕拉丁(Paladin)是职业枪手, 名片上印骑士图案(即国际象棋中的“马”), 上书 Have gun, will travel(有枪走天涯)。——译者注



船与计算机的三合一时代的惊人需求,我们需要越来越多的熟练数学家。

计算机不是要取代数学家,而是在培养他们。计算机也许在 20 秒之内就能解出一道棘手的数学问题,但要设计出相关的程序,可能需要一群数学家工作好几个月。而且,科学研究正越来越依赖于数学家在理论上取得重大的突破。不要忘了,相对论的革命就是由一位完全没有实验经验的人掀起来的。目前,原子科学家正被 30 来种不同基本粒子的古怪性质搞得头昏脑涨。它们正如奥本海默<sup>①</sup>描述的,是“一大堆奇怪的无维数,没有一个是理解或可以推导出来的,看起来全都缺少实际意义。”有那么一天,一位富有创造力的数学家,或独自一人坐着在纸上潦草地书写,或刮着胡子,或正举家外出野餐,忽然间就灵光一闪,这些粒子就会旋转着跑到自己应该在的位置上,一层层地展现出具有固定法则的美妙图案。至少,这是粒子物理学家希望发生的事情。这位伟大的解谜者当然需要利用实验数据,但很可能像爱因斯坦一样,他首先得是个数学家。

数学不只是物理学的敲门砖。在生物学、心理学和社会科学领域也涌入了装备着奇异的新统计技巧的数学家们,他们用这些技巧设计实验、分析数据,并预测可能发生的结果。如果美国总统要三位经济学顾问研究一个很重要的问题,他们会拿出四种不同的意见。这种情形或许仍然没有多大改变。但是在

<sup>①</sup> 奥本海默(J. Robert Oppenheimer, 1904—1967),美国物理学家。1943—1945 年任“曼哈顿计划”实验室主任,在那里制成第一批原子弹。——译者注



未来某一天，经济学上的意见分歧可以用某种不易受惯常的乏味争论影响的数学方法来解决。这种想法已经不再是无稽之谈了。在现代经济学理论的冷光中，社会主义与资本主义之间的冲突会像克斯特勒<sup>①</sup>所描述的那样，很快变得既幼稚又毫无结果，恰如在小人国<sup>②</sup>里，两派人马为了打破蛋壳的两种不同方法展开混战。（我这里所指的只是经济上的争论，民主与极权主义之间的冲突则与数学无关。）

不过上面谈的那些事情太严肃了，而本书只是一本娱乐性的书而已。如果说它确实有什么意图，那就是要引发大众对数学的兴趣。如果只是为了帮助外行人了解科学家在忙些什么的话，这种激励无疑是必要的。科学家们要忙许多事情呢。

本书的各章内容都首次发表在《科学美国人》杂志里，在此我要对杂志的发行人、编辑与全体工作人员再次表达谢意。我也要感谢我妻子在很多方面给予的帮助。另外要感谢许许多多的读者，他们一直在指正我的错误，并提供新的材料。我还要感谢 Simon and Schuster 出版公司的伯恩小姐(Nina Bourne)在我准备本书手稿期间给予的专业帮助。

马丁·加德纳

① 克斯特勒(Arthur Koestler, 1905—1983)，匈牙利哲学家及小说家。——译者注

② 英国作家斯威夫特的名著《格列佛游记》中的假想国。——译者注



## 目 录

中译本前言

序言

- |     |                         |
|-----|-------------------------|
| 1   | 第 1 章 五种柏拉图多面体          |
| 13  | 第 2 章 变脸四边形折纸           |
| 23  | 第 3 章 亨利·杜德尼:伟大的英国趣味数学家 |
| 35  | 第 4 章 数码根               |
| 45  | 第 5 章 九个问题              |
| 61  | 第 6 章 索玛立方块             |
| 77  | 第 7 章 趣味拓扑              |
| 89  | 第 8 章 $\phi$ :黄金分割比     |
| 105 | 第 9 章 猴子与椰子             |
| 115 | 第 10 章 迷宫               |
| 123 | 第 11 章 趣味逻辑             |
| 137 | 第 12 章 幻方               |



中 国 本 地 化

149 第 13 章 詹姆斯·休·赖利演出公司

163 第 14 章 又是九个问题

179 第 15 章 依洛西斯归纳游戏

191 第 16 章 折纸艺术

203 第 17 章 化方为方

225 第 18 章 器具型趣题

235 第 19 章 概率与歧义

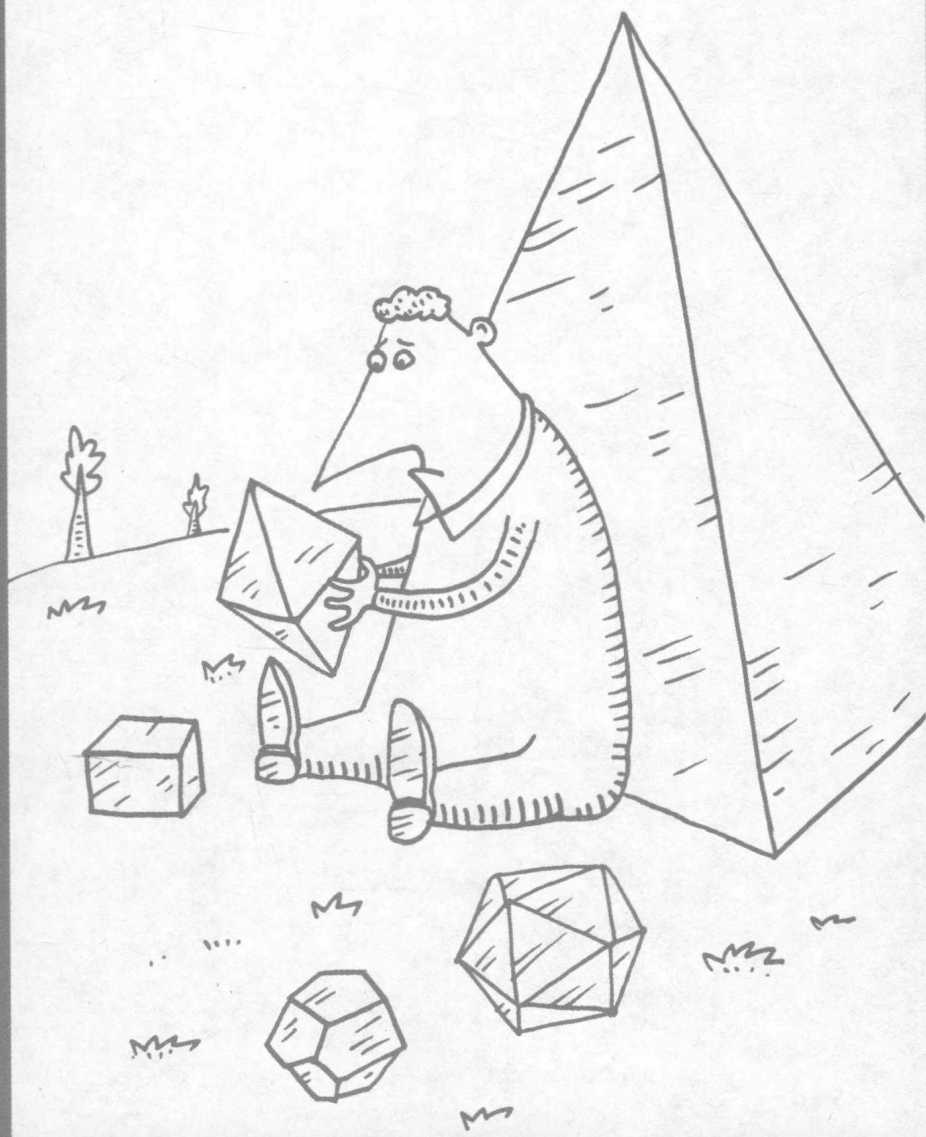
251 第 20 章 神秘的矩阵博士

266 进阶读物

277 附记

第 1 章

# 五种柏拉图多面体









# 正

多边形是由一些直线段围出的各边相等、内角也相等的平面图形。这种图形当然有无穷多个。正多边形在三维中的类似物便是正多面体,即由正多边形构成、在顶点处各面及各内角全等的立体。可能有人认为,这种多面体的形状之多也是无限的,但实际上,正如卡罗尔<sup>①</sup>曾讲的,它们“少得令人恼火”。正凸多面体只有五种:四面体、六面体(立方体)、八面体、十二面体和二十面体(见图 1.1)。

最早对这五种多面体进行系统研究的似乎是古代毕达哥拉斯学派的信徒们。他们认为,四面体、六面体、八面体和二十面体代表着传统的四要素:火、土、气、水。十二面体则被含含糊糊地与整个宇宙联系在一起。因为这些认识在柏拉图<sup>②</sup>的《蒂迈欧篇》(*Timaeus*)里作过详细解释,所以这些正多面体就逐渐地被叫做柏拉图多面体了。这五种形状的美感和其奇妙的数学特性,常常萦绕在从柏拉图时代到文艺复兴时期的学者们的心头。对柏拉图多面体的分析,帮助欧几里得<sup>③</sup>写出了权威著作《几何原本》。开普勒<sup>④</sup>终其一生都认为,当时已知

① 卡罗尔(Lewis Carroll, 1832—1898),英国作家,《爱丽丝漫游奇境记》的作者。牛津大学数学讲师。——译者注

② 柏拉图(Plato, 前 428—前 348),古希腊哲学家。——译者注

③ 欧几里得(Euclid, 约前 330—前 275),古希腊数学家。——译者注

④ 开普勒(Johannes Kepler, 1571—1630),德国天文学家。——译者注

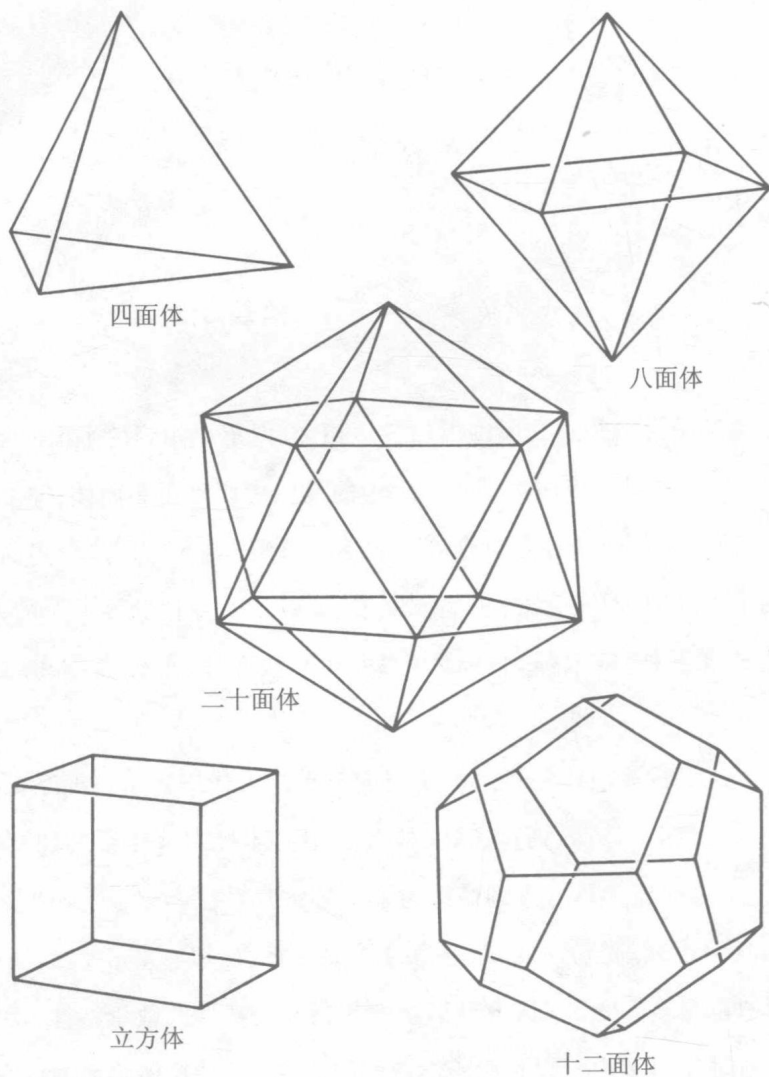


图 1.1 五种柏拉图多面体。如果把立方体和八面体里任意一种的各相邻面中心用直线段联结起来,这些直线段就构成了另一种多面体的棱,从这个意义上讲,它们是对偶图”。十二面体和二十面体以同样的方式互为对偶。四面体与其本身对偶。

的六大行星的运行轨道可以通过在土星轨道内把这五种多面体按次序套起来演示而得。今天的数学家已不再把柏拉图多面体当作神物崇拜,而是把它们



旋转变换与群论联系起来研究。这些多面体仍在趣味数学中扮演着多彩的角色。这里我只谈几个与它们有关的趣题。

把一个封着口的信封剪折成一个四面体,有四种不同方法。下面讲的这种方法也许是最简单的。在信封一端的两面各画一个等边三角形(见图 1.2)。然后按虚线所示把两层一起剪开,把右边的一半扔掉。沿正背面两个三角形的边线在纸上折出折痕,让  $A$ 、 $B$  两点重合,就得到一个四面体。



图 1.2 如何把信封剪折成四面体

图 1.3 画的是一个逗人小玩具的图案,通常可在市场上买到其塑料制品。你可以用厚纸板剪两张这样的相同图案,自己动手制作一个(除较长的那条线段外,图中其余线段的长度都相等)。沿虚线分别把两个图案折叠起来,再用胶带把接茬处粘住,做成如右图的立体。现在试着把做成的这两个立体粘起来,构成一个四面体。我认识一位数学家,他曾用基于这个玩具的小戏法捉弄他的朋友。他买来两套这样的塑料件,这样就能把第三个多面体藏在手里。他把一个搭好的四面体放在桌子上给他们看,然后用手推倒,同时把刚才藏着的那个多面体放进去。当然,他的朋友们怎么也无法用三个多面体拼成一个四面体。

关于立方体,我只讲一个电学趣题。令人吃惊的是,一个立方体可以从比

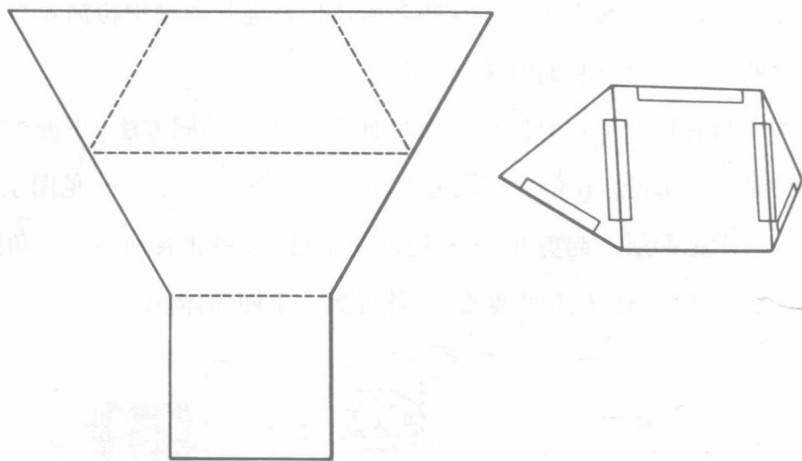


图 1.3 左图可以折叠成右图的立体,这样的两个立体可以拼成一个四面体

它稍小的立方体中间的洞中穿过去。你如果拿起一个立方体,把一个角正对着你,这时就会看见一个六边形的轮廓,并立即发现中间有一个比该立方体的面稍大一点的正方形空间。我要讲的电学趣题正与图 1.4 所示的网状结构有关。如果该立方体的每条棱上有个电阻,其值为 1 欧姆,电流由  $A$  端流向  $B$  端时,整个结构的总电阻有多大? 尽管明眼人一下就可看出,但据说电学工程师对这一问题的计算长达数页。

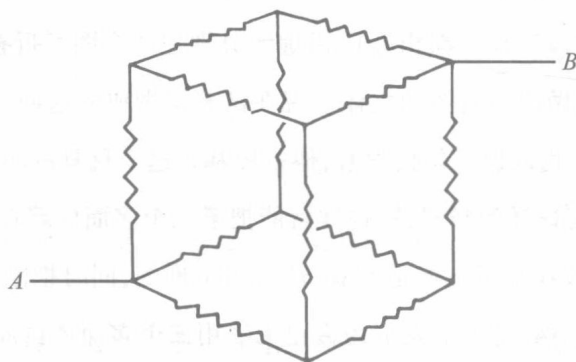


图 1.4 电网趣题