

研究生入学考试辅导  
本科生过关测试必备  
高等院校教材同步辅导

<http://www.phei.com.cn>



理论概要  
例题详解  
习题自测  
考研真题

# 自动控制 原理 考研辅导

海欣 主编  
何嘉扬 曹利飞 郑光普 编著

 电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

# 自动控制原理考研辅导

海欣 主编

何嘉扬 曹利飞 郑光普 编著

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

## 内 容 简 介

自动控制原理是各工科专业的一门重要的技术基础课，同时也是全国高等院校硕士入学考试的必考科目。本书是在编者深入研究全国二十余所重点高校研究生入学考试专业课试题的基础上编写而成的。

全书共分为9章，每一章均由知识要点、本章内容总结、典型例题解析、自我测试四个模块组成。知识要点和重点与难点及解析方法是各章节主要内容的提炼和概括，便于学习时抓住重点和难点；典型问题解析中的例题主要是从历届考研试题、本科生课程结业考试题中精心提炼、筛选出来的，题目具有典型性、代表性。本书最后还给出了部分高校的硕士研究生入学考试题，并给出了部分答案，其余答案可以到 [www.haixin.org](http://www.haixin.org) 网站上下载。

本书可作为报考研究生的考生的复习参考资料，也可作为大学本科生在学习自动控制原理课程时的学习指导书，同时还可作为高等院校相关专业教师的教学参考书。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。  
版权所有，侵权必究。

### 图书在版编目 ( CIP ) 数据

自动控制原理考研辅导/海欣主编. —北京: 电子工业出版社, 2007.11

ISBN 978-7-121-05176-0

I. 自… II. 海… III. 自动控制理论—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 157260 号

责任编辑: 朱清江

印 刷: 北京市李史山胶印厂  
装 订:

出版发行: 电子工业出版社  
北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787×1092 1/16 印张: 17.75 字数: 454 千字

印 次: 2007 年 11 月第 1 次印刷

印 数: 5 000 册 定价: 32.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 [zlt@phei.com.cn](mailto:zlt@phei.com.cn), 盗版侵权举报请发邮件至 [dbqq@phei.com.cn](mailto:dbqq@phei.com.cn)。

服务热线: (010) 88258888。

# 前 言

随着自动化技术在各个领域的广泛应用,自动控制原理已成为理工院校相关专业学生必修的一门主干课程,也是从事自动化行业的工程技术人员必须掌握的重要理论基础。为了帮助广大学生在学习该课程时更好地理解 and 掌握自动控制的原理和概念,提高应试解题和综合应用的能力,同时,也为学习过自动控制原理课程、准备报考研究生的学生在复习时提供一个较全面的参考材料,我们精心编写了本书。

本书的一大特点是书中所选的考研例题全都选自全国 211 工程重点高校最近几年的考研真题。我们不遗余力地收集了各个学校考研试题,并从其中选出了优秀的题目,因此题目非常具有代表性和针对性,也具有一定的难度,这对于同学们的复习和应试是非常有益的,可以使同学们接触到不同学校的出题风格,学习效果当然也是事半功倍。本书全部例题都有较详细的解答,希望同学们通过对经典例题的分析理解,深刻地领会自动控制原理的基本概念、原理和方法,最终牢固掌握相关知识点,并能融会贯通、综合应用,提高解题和应试能力。

本书共分 9 章,并提供了部分高校近几年的真题,对部分真题附有较为详细的讲解,其他真题的解答可到海欣考研论坛([www.haixin.org](http://www.haixin.org))进行求助下载。对于全书而言,每章均分 4 个板块:

(1) **知识要点** 对于每章的重要知识做了一个简单的介绍,使同学们复习时便于抓住各章的知识要点。

(2) **本章内容总结** 结合知识要点提示,对每一章的知识要点进行详细地讲解,各章节主要内容的总结和概括归纳了各章的基本概念以及解题方法,使读者在复习时对各个知识点一目了然,是学习和复习的主线。

(3) **典型例题分析** 典型例题解析主要是从全国重点高校的历届考研试题、经典教材习题、本科生课程结业考试等考试真题中精心提炼、筛选出来的,题目具有典型性、代表性。

(4) **自我测试** 在每一章节的后面给出了部分自我测试题,并附有参考答案,读者可通过练习以检测学习效果,进一步提高解题能力。

在本书的最后附了部分高校最新自动控制原理硕士研究生入学考试真题,对于报考硕士研究生的考生来说,这些真题的珍贵作用自不待言。

本书力求科学性、先进性、指导性并重,既能促进高等工科类院校学生的自动控制原理学习,又不脱离大多数一般院校的实际,提供切实可行的参考实例。本书可作为自动化专业学生报考硕士学位研究生的学习用参考书及复习指导书,也适合于高等院校相关专业的学生自学使用,同时可作为高等院校相关专业教师的教学参考书。

在编写过程中,编者充分注意本书内容的精练和循序渐进,既注意所选例题的典型性,又注意到题目的广泛性和覆盖性,基本上将各章所需要掌握的知识点以典型例题的形式涵盖完全,使读者学习时能更容易、更全面地掌握基本概念、基本理论以及分析与综合的基本方法。本书在详细讲解了典型例题之后附有适量的习题,以便读者能自我检测复习效果。

在本书编写过程中得到了清华大学、上海交通大学、西安交通大学、浙江大学、北京航空航天大学、哈尔滨工业大学、天津大学、中国科学技术大学、华中科技大学、华南理工大学、中科院等高校和科研院所的老师及研究生的热情帮助,在此向他们表示衷心感谢。

本书由海欣主编,何嘉扬、曹利飞、郑光普编著,另外曹二喜、彭鹏、温正、张樱枝、

凌贵龙、石良辰、刘志明、魏新、丁金滨等也参与了部分章节的编写工作。同时北京航空航天大学的王美清教授对该书进行了认真仔细的审阅，并提出了许多极为宝贵的修改意见，对此致以衷心地感谢！

由于作者水平有限，编写时间较短，书中欠妥及错误之处在所难免，希望读者和同仁能够及时指出，共同促进本书质量的提高。

用户在使用本书时，出现相关疑问以及碰到难以解答的题目，可到为本书专门提供相关资料的海欣考研论坛中提问，编者会尽快给予解答。另外该论坛还提供了本书所附真题的答案，读者可以到相关栏目下载。论坛网址为：[www.haixin.org](http://www.haixin.org)。

编 者

2007年9月于北京

# 目 录

<b>第 1 章 自动控制的一般概念</b> .....	(1)
1.1 本章内容总结 .....	(1)
1.2 典型例题解析 .....	(2)
1.3 自我测试 .....	(3)
<b>第 2 章 控制系统的数学模型</b> .....	(5)
2.1 本章内容总结 .....	(5)
2.2 典型例题解析 .....	(11)
2.3 自我测试 .....	(39)
<b>第 3 章 线性系统的时域分析法</b> .....	(41)
3.1 本章内容总结 .....	(41)
3.2 典型例题解析 .....	(47)
3.3 自我测试 .....	(70)
<b>第 4 章 线性系统的根轨迹法</b> .....	(73)
4.1 本章内容总结 .....	(73)
4.2 典型例题解析 .....	(77)
4.3 自我测试 .....	(100)
<b>第 5 章 线性系统的频域分析法</b> .....	(103)
5.1 本章内容总结 .....	(103)
5.2 典型例题解析 .....	(110)
5.3 自我测试 .....	(144)
<b>第 6 章 系统的校正与综合</b> .....	(147)
6.1 本章内容总结 .....	(147)
6.2 典型例题解析 .....	(150)
6.3 自我测试 .....	(170)
<b>第 7 章 采样控制系统</b> .....	(172)
7.1 本章内容总结 .....	(172)
7.2 典型例题解析 .....	(177)
7.3 自我测试 .....	(189)
<b>第 8 章 非线性控制系统分析</b> .....	(191)
8.1 本章内容总结 .....	(191)
8.2 典型例题解析 .....	(193)
8.3 自我测试 .....	(203)
<b>第 9 章 线性系统的状态空间分析与综合</b> .....	(206)
9.1 本章内容总结 .....	(206)
9.2 典型例题解析 .....	(208)
9.3 自我测试 .....	(235)

部分院校研究生入学考试试题 .....	(238)
西安交通大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 .....	(238)
南京航空航天大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 .....	(239)
武汉大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 .....	(242)
华南理工大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 .....	(244)
中国科学院自动化研究所 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 .....	(246)
华中科技大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 .....	(248)
北京航空航天大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 .....	(251)
西安交通大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试参考答案 .....	(254)
南京航空航天大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试参考答案 .....	(257)
武汉大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试参考答案 .....	(259)
华南理工大学 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试参考答案 .....	(263)
中国科学院自动化研究所 2006 年攻读硕士学位研究生入学考试参考答案 .....	(266)
北京航空航天大学 2007 年硕士研究生入学考试试题 .....	(270)
北京理工大学 2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 .....	(272)
华南理工大学 2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 .....	(274)
中国科学院研究生院 2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 .....	(276)

# 第 1 章 自动控制的一般概念

## 知识要点

本章作为全书的第 1 章，主要掌握一些控制系统的基本概念，并能定性分析简单的控制系统的控制原理。

## 本章需要掌握

- (1) 自动控制系统的基本工作原理及其组成元件。
- (2) 反馈控制的基本原理及其组成。
- (3) 开环控制系统和闭环控制系统，两者的特点及各自的优缺点。
- (4) 控制系统中的一些常用名词术语，诸如正反馈、负反馈、偏差等。
- (5) 研究中常用的典型输入函数，如脉冲函数、阶跃函数、斜坡函数、正弦函数等。
- (6) 控制系统的分类，对控制系统的要求。

## 1.1 本章内容总结

(1) 开环控制方式：系统的输入端与输出端之间只有顺向作用而不存在反馈回路的控制过程称为开环控制方式，其特点是系统的输出量不会对系统的控制作用发生影响。它可以分为按给定量控制的开环控制系统和按扰动补偿控制的开环控制系统。

(2) 闭环控制方式：闭环控制方式又称反馈控制方式，是指系统的输入端与输出端之间存在反馈回路，即输出量对控制系统作用能有直接影响的控制方式。采用闭环控制的系统称为闭环控制系统。

(3) 闭环与开环控制方式的比较：开环控制系统结构简单、稳定性好，但不能自动补偿扰动对输出量的影响。当系统扰动量产生的偏差可以预先进行补偿或影响不大时，采用开环控制是有利的。当扰动量无法预计或控制系统的精度达不到预期要求时，则应采用闭环控制。

闭环控制系统具有反馈环节，它能依靠反馈环节进行自动调节，以克服扰动对系统的影响。闭环控制极大地提高了系统的精度和抗干扰能力。但是闭环控制使系统的稳定性变差，需要重视并加以解决。

(4) 复合控制方式：复合控制是开环和闭环控制相结合的一种控制方式。这种控制方式把按偏差控制和按扰动补偿控制结合起来，对于主要扰动采用适当补偿装置实现按扰动控制，同时，再组成反馈控制系统实现按偏差控制，以消除其余扰动产生的偏差。

(5) 自动控制系统包含被控对象和控制装置两大部分。控制装置通常由测量元件、给定元件、比较元件、放大元件、执行元件和反馈补偿元件组成。系统的作用量和被控量有：给定量、反馈量、扰动量、输出量和各中间变量。

(6) 线性系统：当系统各元件的输入和输出都具有线性特性，系统的状态和性能可以用线性微分方程（或差分方程）描述时，则称该系统为线性系统。当微分方程或者差分方程的



系数为常数，即不随时间变化的系统，称为线性定常系统。当微分方程或差分方程的系数是时间的函数时，则称系统为线性时变系统。

(7) 非线性系统：系统中只要有一个非线性特性的元件，这类系统就称为非线性控制系统。系统要用非线性微分方程来描述。

(8) 对控制系统的要求：稳定性（稳）、快速性（快）、准确性（准）。“稳”与“快”是说明系统动态（过渡过程）品质。“准”是说明系统的稳态（静态）品质。

稳定性是保证控制系统正常工作的先决条件。线性控制系统的稳定性由系统本身的结构与参数所决定的，与外部条件和初始状态无关。

(9) 系统的过渡过程产生的原因：系统中储能元件的能量不可能突变。

## 1.2 典型例题解析

**【例 1】** 图 1-1 为一种简单液压系统工作原理图。其中， $X$  为输入位移， $Y$  为输出位移，试画出该系统的职能方块图。

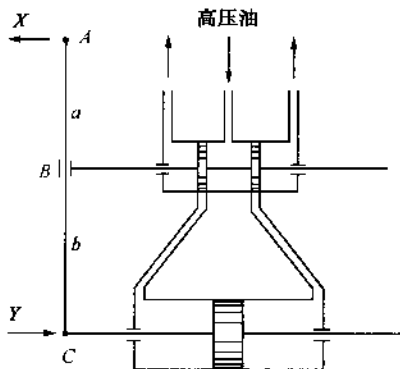


图 1-1 简单液压系统

**解：**该系统是一种阀控液压油缸。当阀向左移动时，高压油从左端进入动力油缸，推动动力活塞向右移动；当阀向右移动时，高压油则从右端进入动力油缸，推动动力活塞向左移动；当阀的位置居中时，动力活塞也就停止移动。

因此，阀的位移，即  $B$  点的位移是该系统的比较点。当  $X$  向左时， $B$  点亦向左，而高压油使  $Y$  向右，将  $B$  点拉回到原来的中点，堵住了高压油， $Y$  的运动也随之停下。由此可画出图 1-2 所示系统的职能方块图。

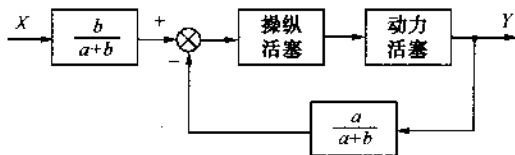


图 1-2 职能方块图

【例2】 图 1-3 为晶体管直流稳压电源。试画出其系统方块图。

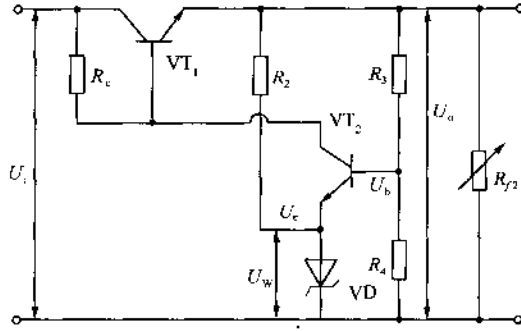


图 1-3 晶体管稳压电源

解：在抽象闭环系统方块图时，首先要抓住比较点，搞清比较的是什麼量；对于恒值系统，要明确基准是什麼量；还应当清楚输入和输出量是什麼。对于本题，可画出方块图如图 1-4 所示。

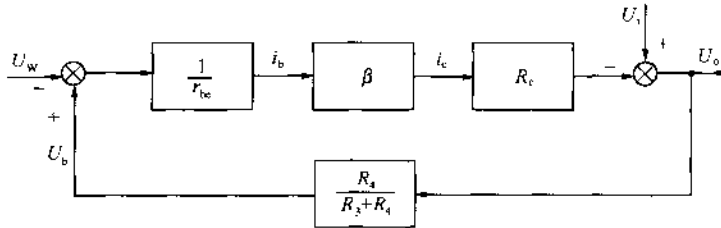


图 1-4 晶体管稳压电源方块图

本题直流稳压电源的基准是稳压管的电压，输出电压通过  $R_3$  和  $R_4$  分压后与稳压管的电压  $U_w$  比较，如果输出电压偏高，则经  $R_3$  和  $R_4$  分压后电压也偏高，使与之相连的晶体管基极电流增大，集电极电流随之增大，降在  $R_c$  两端的电压也相应增加，于是输出电压相应减小。反之，如果输出电压偏低，则通过类似的过程使输出电压增大，以达到稳压的作用。

### 1.3 自我测试

(1) 试举几个开环与闭环自动控制系统的例子，画出它们的框图，并说明它们的工作原理，讨论其特点。

(2) 闭环自动控制系统是由哪些环节组成的？各环节在系统中起什麼作用？

(3) 图 1-5 所示为一直流发电机电压自动控制系统。图中 1 为发电机；2 为减速器；3 为执行机构；4 为比例放大器；5 为可调电位器。

① 该系统由哪些环节组成，各起什麼作用？

② 绘出系统的框图，说明当负载电流变化时，系统如何保持发电机的电压恒定。

③ 该系统是有差还是无差系统？

④ 系统中有哪些可能的扰动？

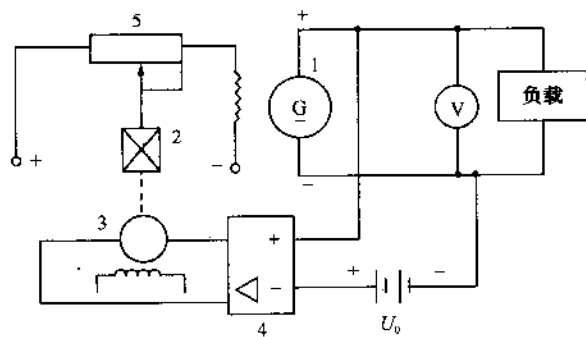


图 1-5 电压自动控制系统

# 第2章 控制系统的数学模型

## 知识要点

数学模型是指描述物理系统动态特性的数学方程。分析一个系统的动态过程，首先要了解它的数学模型。所以获得一个系统的数学模型是分析系统动态过程最重要的事情。

本章要求学生熟练掌握拉普拉斯变换方法，明确拉普拉斯变换是分析研究线性动态系统的有力工具，通过拉普拉斯变换将时域的微分方程变换为复数域的代数方程，掌握拉普拉斯变换的定义，并用定义求常用函数的拉普拉斯变换，会查拉普拉斯变换表，掌握拉普拉斯变换的重要性质及其应用，掌握用部分分式法求拉普拉斯反变换的方法以及了解用拉普拉斯变换求解线性微分方程的方法。

为了分析、研究机电控制系统的动态特性、进而对它们进行控制，首先要会建立系统的数学模型，明确数学模型的含义。对于线性定常系统，能够列写其微分方程，会求其传递函数，会画其函数方块图，并掌握方块图的变换及化简方法。

## 本章需要掌握

- (1) 系统微分方程式的建立；
- (2) 传递函数的性质、传递函数的推导；
- (3) 方块图的基本概念和化简规则；
- (4) 信号流图的基本概念和术语、信号流图及状态图的绘制、梅逊化简公式。

## 2.1 本章内容总结

### 1. 物理系统的数学模型

建立物理系统数学模型的步骤：(1) 首先将系统划分为若干环节，确定每一环节的输入量和输出量；(2) 写出每一环节的输入量与输出量之间相互关系的方程式；(3) 消去中间变量，最后得到只含输入量和输出量的方程式。

### 2. 拉普拉斯变换

拉普拉斯变换是一种函数变换，定义为：

设函数  $f(t)$ ，若满足：

(1) 当  $t < 0$  时， $f(t) = 0$ ；

(2) 当  $t \geq 0$  时，实函数  $f(t)$  的积分  $\int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$  在  $s$  的某一域内收敛，则定义  $f(t)$  的拉普

拉斯变换为： $F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$ ，并记做  $F(s) = L[f(t)]$ ，其中算子  $s$  是一复数。

拉普拉斯反变换定义为:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s)e^{st} ds, \text{ 简写为 } f(t) = L^{-1}[F(s)]$$

### 3. 常用的拉普拉斯变换及其反变换

(1) 阶跃函数:  $L[A \cdot 1(t)] = \frac{A}{s}$ , 当  $A=1$  时,  $L[1(t)] = \frac{1}{s}$

拉普拉斯反变换:  $L^{-1}\left[\frac{1}{s}\right] = 1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$

(2) 指数函数:  $L[e^{-\alpha t}] = \frac{1}{s+\alpha}$ ; 拉普拉斯反变换:  $L^{-1}\left[\frac{1}{s+\alpha}\right] = e^{-\alpha t}$

(3) 正弦函数和余弦函数:  $L[\sin \omega t] = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$ ,  $L[\cos \omega t] = \frac{s}{s^2 + \omega^2}$

相应的反变换:  $L^{-1}\left[\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}\right] = \sin \omega t$ ,  $L^{-1}\left[\frac{s}{s^2 + \omega^2}\right] = \cos \omega t$

(4)  $t$  的幂函数: 设  $f(t) = t^n$ , 则  $F(s) = L[t^n] = \frac{n!}{s^{n+1}}$

### 4. 拉普拉斯变换的主要运算定理

(1) 叠加定理: 两个函数之和的拉普拉斯等于两个函数的拉普拉斯变换之和, 即若

$$f(t) = f_1(t) \pm f_2(t)$$

则  $L[f_1(t) \pm f_2(t)] = L[f_1(t)] \pm L[f_2(t)]$ , 或写成  $F(s) = F_1(s) \pm F_2(s)$ 。

(2) 比例定理: 若  $f(t) = Kf_1(t)$ ,  $L[f_1(t)] = F_1(s)$ , 则  $L[f(t)] = KF_1(s)$ 。

(3) 微分定理: 若  $L[f(t)] = F(s)$ , 则  $L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - f(0^+)$ 。式中  $f(0^+) = f(t)|_{t=0^+}$  相当于初始条件。

一般情况下:

$$\begin{aligned} L\left[\frac{d^{(n)}f(t)}{dt^n}\right] &= s^n F(s) - s^{n-1}f(0^+) - s^{n-2}\dot{f}(0^+) - \dots - sf^{(n-2)}(0^+) - f^{(n-1)}(0^+) \\ &= s^n F(s) - \sum_{k=1}^n s^{n-k} f^{(k-1)}(0^+) \end{aligned}$$

当初始条件  $f(0^+) = \dot{f}(0^+) = \dots = 0$  时, 则  $L\left[\frac{d^{(n)}f(t)}{dt^n}\right] = s^n F(s)$ 。式中,  $f(0^+)$ ,  $\dot{f}(0^+)$ ,  $\ddot{f}(0^+)$ ,  $\dots$ ,  $f^{(n-1)}(0^+)$  为  $f(t)$  及其各阶导数在  $t=0^+$  时的值。

(4) 积分定理: 若  $L[f(t)] = F(s)$ , 则  $L\left[\int f(t) dt\right] = \frac{F(s)}{s} + \frac{f^{-1}(0)}{s}$ 。式中  $f^{-1}(t) = \int f(t) dt$  是在  $t=0$  处的值。

对于多重积分也可用类似的方法求得, 如函数:

$$L[\int \dots \int f(t)(dt^n)] = \frac{F(s)}{s^n} + \frac{f^{(-1)}(0^+)}{s^n} + \frac{f^{(-2)}(0^+)}{s^{n-1}} + \dots + \frac{f^{(-n)}(0^+)}{s}$$

如果满足  $f^{(-1)}(0^+) = f^{(-2)}(0^+) = \dots = f^{(-n)}(0^+) = 0$ , 则  $L[\int \dots \int f(t)(dt^n)] = \frac{F(s)}{s^n}$ .

(5) 位移定理:  $L[e^{-\alpha t} f(t)] = F(s + \alpha)$ .

(6) 延迟定理: 若  $L[f(t)] = F(s)$ , 则  $L[f(t - \tau)] = e^{-s\tau} F(s)$ .

(7) 卷积定理: 设  $X(s) = L[x(t)]$ ,  $G(s) = L[g(t)]$ , 若原函数  $x(t)$  和  $g(t)$  的卷积为  $\int_0^t x(t - \tau)g(\tau)d\tau$ , 则它的拉普拉斯变换可表示为:

$$L[\int_0^t x(t - \tau)g(\tau)d\tau] = X(s) \cdot G(s)$$

(8) 终值定理: 若函数  $f(t)$  及其一阶导数都是可拉普拉斯变换的, 则函数  $f(t)$  的终值为:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

(9) 初值定理: 若函数  $f(t)$  及其一阶导数都是可拉普拉斯变换的, 则函数  $f(t)$  的初值为:

$$f(0^+) = \lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$$

## 5. 求拉普拉斯反变换的部分分式展开法

在控制理论中, 常遇到的像函数是  $s$  的有理分式形式:

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

式中,  $B(s)$ 、 $A(s)$  均为变量  $s$  的多项式, 且  $m < n$ .

将上式写成下面的因式分解的形式:  $F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{K(s+z_1)(s+z_2)\dots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\dots(s+p_n)}$

式中,  $p_1, p_2, \dots, p_n$  和  $z_1, z_2, \dots, z_m$  分别为  $F(s)$  的极点和零点, 它们可能是实数, 也可能是复数。下面分几种情况讨论。

(1) 只包含不相同极点的  $F(s)$  的部分分式展开式。在这种情况下,  $F(s)$  总是能展开成下面的简单的部分分式之和:

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{a_1}{s+p_1} + \frac{a_2}{s+p_2} + \dots + \frac{a_k}{s+p_k} + \dots + \frac{a_n}{s+p_n}$$

式中,  $a_k$  是常值, 为  $s = -p_k$  极点处的留数。  $a_k$  值可用  $s + a_k$  乘上面方程式的两端, 并令  $s = -p_k$  来求出, 即  $a_k = \left[ \frac{B(s)}{A(s)} (s+p_k) \right]_{s=-p_k}$ 。

于是得到  $f(t) = L^{-1}[F(s)]$  的如下形式:  $f(t) = a_1 e^{-p_1 t} + a_2 e^{-p_2 t} + \dots + a_n e^{-p_n t}$ 。

(2) 包含共轭复数极点的  $F(s)$  的部分分式展开式。如果  $a_1$  和  $a_2$  是共轭复数极点, 那么可以利用下面的展开式:

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{a_1 s + a_2}{(s+p_1)(s+p_2)} + \frac{a_3}{s+p_3} + \dots + \frac{a_n}{s+p_n}$$

$a_1$  和  $a_2$  的值是用  $(s+p_1)(s+p_2)$  乘上述方程式的两端, 并令  $s = -p_1$  而求得, 即

$$a_1 s + a_2 = \left[ \frac{B(s)}{A(s)} (s+p_1)(s+p_2) \right]_{s=-p_1}$$

(3) 包含多重极点的  $F(s)$  的部分分式展开式。设  $F(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$ ，在  $A(s)=0$  处有  $r$  个重根  $p_1$  (假设其余的根是不相同的)。  $A(s)$  就可写成  $A(s) = (s+p_1)^r (s+p_{r+1})(s+p_{r+2}) \cdots (s+p_n)$ 。

### 6. 非线性微分方程的线性化

严格地说，组成控制系统的实际物理元件都存在不同程度的非线性特性，例如元件的死区、传动的间隙与摩擦等。因此，这些系统对应的微分方程大多是非线性的，但是非线性方程要想精确地反映各种因素对系统的动态影响就变得很复杂，以致求解十分困难。需要对非线性方程进行线性化处理。例如：设非线性函数为  $y=f(x)$ ，若取某平衡位置  $A$  为工作点，即  $A(x, y)$ ，当工作点偏离额定点时，如  $B(x_0+\Delta x, y+\Delta y)$ ，当  $\Delta x$  很小时， $AB$  段可近似看成线性的，将  $f(x)$  在该点附近用泰勒级数展开为：

$$y=f(x)=f(x_0)+\left(\frac{df(x)}{dx}\right)_{x_0}(x-x_0)+\frac{1}{2!}\left(\frac{d^2f(x)}{dx^2}\right)_{x_0}(x-x_0)^2+\dots$$

当  $\Delta x$  很小时，略去高次幂项，则有

$$\Delta y=y-y_0=f(x)-f(x_0)=\left(\frac{df(x)}{dx}\right)_{x_0}(x-x_0)=K\Delta x$$

式中， $K$  为与工作点有关的常数。

### 7. 系统方块图

系统各个环节的传递函数可以用方块图表示。方块图有以下运算法则。

(1) 串联运算法则：几个环节串联时，总的传递函数等于每个串联环节的传递函数之乘积。

(2) 并联运算法则：几个同向环节并联的传递函数等于所有并联环节的传递函数之和。

(3) 反馈运算法则：具有反馈环节的传递函数等于前向通路的传递函数除以 1 加 (或减) 前向同路和反馈通路传递函数的乘积。

常见的方块图等效变换法则见表 2-1。

表 2-1

原方块图	等效方块图

原方块图	等效方块图

## 8. 系统的传递函数

系统的传递函数是指在零初始条件下，系统输出量的拉普拉斯变换与输入量的拉普拉斯变换之比。以图 2-1 为例， $R(s)$  为输入信号， $C(s)$  为输出信号， $Y(s)$  为扰动信号， $B(s)$  为主反馈信号， $E(s)$  为误差信号。传递函数的常见形式有以下几种：

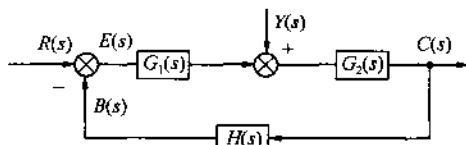


图 2-1

(1) 开环传递函数：假设扰动信号  $Y(s)=0$ ，若以  $G(s)$  表示开环传递函数，则有：

$$G(s) = \frac{B(s)}{E(s)} = G_1(s)G_2(s)H(s)$$

(2) 闭环传递函数：

1) 在输入信号  $R(s)$  作用下，假设扰动信号  $Y(s)=0$ ，则系统的闭环传递函数为：

$$\frac{C_R(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

2) 在扰动信号  $Y(s)$  作用下，假设输入信号  $R(s)=0$ ，则系统的闭环传递函数为：

$$\frac{C_Y(s)}{Y(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

3) 在输入信号和扰动信号同时作用下，根据迭加定理的系统在输入信号和扰动信号共



同作用下的输出为:

$$C(s) = C_R(s) + C_Y(s)$$

将上面求出的  $C_R(s)$  和  $C_Y(s)$  代入即可得到。

(3) 系统误差传递函数:

1) 输入信号作用下, 即  $Y(s)=0$  时:

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

2) 扰动信号作用下, 即  $R(s)=0$  时:

$$\frac{E(s)}{Y(s)} = \frac{-G_2(s)H(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

3) 在控制信号和扰动信号同时作用下, 根据迭加原理, 系统的总误差为:

$$E(s) = \frac{1}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} R(s) - \frac{G_2(s)H(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} Y(s)$$

## 9. 典型环节及其传递函数

(1) 放大环节: 放大环节又称比例环节, 其运动方程式为  $x_o(t) = Kx_i(t)$ , 其中  $K$  为环节的放大系数, 等于输出量与输入量之比, 传递函数为  $G(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = K$ 。

(2) 惯性环节: 惯性环节又称非周期环节, 其运动方程式为  $T \frac{dx_o(t)}{dt} + x_o(t) = Kx_i(t)$ , 式中  $T$  为时间常数,  $K$  为环节传递系数, 传递函数为  $G(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{K}{Ts + 1}$ 。

(3) 积分环节: 积分环节的输出量与输入量之间成积分关系, 其运动方程式为  $x_o(t) = K \int_0^t x_i(t) dt$ , 其传递函数为  $G(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{K}{s}$ 。

(4) 微分环节: 微分环节可分为理想微分环节和实际微分环节。

理想微分环节的运动方程式为:  $x_o(t) = K \frac{dx_i(t)}{dt}$ , 传递函数为  $G(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = Ks$ , 要完全满足理想微分环节是不可能的, 实际的微分环节常带有惯性, 实际微分环节的传递函数为:

$$G(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{KTs}{Ts + 1}$$

(5) 振荡环节: 振荡环节的输出带有振荡的性质。其输入和输出之间的关系由下列微分方程来描述:

$$T^2 \frac{d^2 x_o}{dt^2} + 2\zeta T \frac{dx_o}{dt} + x_o = Kx_i$$

对应的传递函数为

$$G(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1}$$

(6) 二阶微分环节: 二阶微分环节的微分方程具有以下形式:

$$x_o(t) = K[\tau^2 \frac{d^2 x_i}{dt^2} + 2\zeta \tau \frac{dx_i}{dt} + x_i]$$