3

高等数学专题十二讲

李心灿　宋瑞霞　唐旭晖
邹建成　郑　权　李国富　编

化　学　工　业　出　版　社
·北　京·

（京）新登字 039 号

图书在版编目（CIP）数据

高等数学专题十二讲/李心灿，宋瑞霞等编．—北京：化学工业出版社，2001.10

ISBN 7-5025-3508-X

Ⅰ．高…　Ⅱ．①李…②宋…　Ⅲ．高等数学-高等学校-教材　Ⅳ．013

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2001）第 076255 号

高等数学专题十二讲

李心灿　宋瑞霞　唐旭晖
邹建成　郑　权　李国富　编

责任编辑：唐旭华
责任校对：顾淑云
封面设计：于　兵

*

化学工业出版社出版发行
（北京市朝阳区惠新里 3 号　邮政编码 100029）
发行电话：（010）64918013
http://www.cip.com.cn

*

新华书店北京发行所经销
北京市昌平振南印刷厂印刷
三河市东柳装订厂装订

开本 850×1168 毫米 1/32　印张 15½　字数 420 千字
2001 年 11 月第 1 版　　2001 年 11 月北京第 1 次印刷
印　数：1—5000
ISBN 7-5025-3508-X/G・932
定　价：24.00 元

编者的话

高等数学是各高等院校许多专业的一门重要基础课程，它对培养、提高学生的素质有着重要的作用.

多年来我们在教学中发现有不少学生，在学完高等数学之后常常把一些概念、理论、方法孤立对待，缺乏对有关概念、理论、方法间内在联系地探讨和综合运用；有不少学生对学习高等数学的目的、意义也不甚明确，没有意识到通过高等数学的学习应努力培养、提高自己的思维能力. 针对上述问题，我们编写了这本《高等数学专题十二讲》，其目的是为了启发、帮助学习高等数学的学生：一开始就比较明确学习高等数学的目的、意义和方法；对高等数学的一些重要内容，特别是一些基本概念、基本理论（或公式）、基本方法，有更为全面、深刻、综合地理解和掌握；通过高等数学的学习有意识地培养、提高自己的思维能力.

本书由相应独立而又可以联系的十二个专题讲座构架而成，可以选讲、选学，其中许多例题，都是从近年来全国硕士研究生入学统一考试的试题中选取的.

本书突出《高等数学》教材和教学中的重点和难点，而非面面俱到. 主要是从基本概念、基本理论、基本方法进行复习性、总结性地讲解. 正在学习高等数学、尤其是已经学完高等数学，有志于提高数学水平、参加研究生入学考试或参加数学竞赛的读者，是本书最好的服务对象. 本书既可以作为配合《高等数学》课堂教学开设课外专题讲座的教学用书；也可以作为报考硕士研究生而举办的考前辅导班的辅助用书；同时也是一本快速有效地学习高等数学的课外读物.

本书由李心灿、宋瑞霞策划，参加编写的同志分工如下：第一讲、第十二讲由李心灿编写；第二讲、第四讲、第五讲、第十一讲

由宋瑞霞编写；第三讲由郑权编写；第六讲由李国富编写；第七讲、第八讲、第九讲由唐旭晖编写；第十讲由邹建成编写．由于我们水平所限，书中不当之处恳请同仁和读者指正．

编　者

2001 年夏于北京晋元庄

目　　录

第一讲　学习高等数学的目的、意义和方法 …… 1
　§1　为什么要学习高等数学 …… 1
　§2　高等数学的主要学习内容 …… 7
　§3　怎样才能学好高等数学 …… 9
第二讲　微积分中几个重要概念间的联系 …… 16
　§1　几个重要概念及其联系 …… 16
　§2　利用概念间的联系解题 …… 30
第三讲　极限的运算方法 …… 44
　§1　利用极限的定义 …… 45
　§2　利用极限的四则运算法则 …… 48
　§3　利用极限存在的两个准则 …… 49
　§4　利用两个重要极限 …… 52
　§5　利用代数和三角恒等变形 …… 53
　§6　利用连续性 …… 56
　§7　利用洛必达法则 …… 60
　§8　利用中值定理 …… 66
　§9　利用无穷小代换及泰勒公式 …… 67
　§10　利用导数定义 …… 69
　§11　利用定积分定义 …… 70
　§12　利用级数 …… 72
　§13　多元函数的极限 …… 72
　§14　综合题 …… 75
第四讲　微分法 …… 79
　§1　复合函数微分法 …… 79
　§2　隐函数求导法　对数求导法 …… 88
　§3　参数方程确定的函数的求导法 …… 95
　§4　高阶导数　高阶微分 …… 100

§5 用定义求导数　分段函数求导法 …… 104
第五讲　微分中值定理　泰勒公式及其应用 …… 114
§1 中值定理　泰勒公式 …… 114
§2 利用中值定理解题的技巧 …… 117
§3 利用泰勒公式解题的技巧 …… 137
第六讲　函数的极值与最值 …… 146
§1 一元函数的极值与最值 …… 146
§2 多元函数的极值与最值 …… 161
第七讲　积分法 …… 179
§1 积分法综述 …… 179
§2 不定积分的计算 …… 180
§3 定积分的计算 …… 198
§4 重积分的计算 …… 216
§5 曲线积分的计算 …… 240
§6 曲面积分的计算 …… 254
第八讲　格林公式　斯托克斯公式　高斯公式 …… 267
§1 格林公式 …… 267
§2 斯托克斯公式 …… 282
§3 高斯公式 …… 289
第九讲　级数的审敛及函数的展开 …… 304
§1 级数收敛性的判定方法 …… 304
§2 函数展成级数的方法 …… 341
第十讲　微分方程的求解与应用 …… 363
§1 微分方程的基本概念 …… 363
§2 微分方程的求解 …… 364
§3 微分方程的应用 …… 390
第十一讲　空间解析几何与微积分在几何中的应用 …… 400
§1 直线　平面　常见曲面的一般方程 …… 400
§2 根据条件建立直线、平面方程 …… 406
§3 空间曲线的切线及法平面　曲面的切平面及法线 …… 419
§4 一般曲线、曲面方程及作图 …… 425
§5 曲线的弧长、几何图形围成的面积和体积 …… 436
第十二讲　高等数学中的创造性思维 …… 454

§1　归纳思维 …………………………………………………… 454
§2　类比思维 …………………………………………………… 457
§3　发散思维 …………………………………………………… 463
§4　逆向思维 …………………………………………………… 476

第一讲　学习高等数学的目的、意义和方法

§1　为什么要学习高等数学

高等数学是高等学校许多专业学生必修的重要基础理论课程.

数学主要是研究现实世界中数量关系与空间形式. 在现实世界中，一切事物都发生变化，并遵循量变到质变的规律. 凡是研究量的大小，量的变化，量与量之间关系以及这些关系的变化，就少不了数学. 同样，一切实在的物皆有形，客观世界存在有各种不同的空间形式. 因此，宇宙之大，粒子之微，光速之快，世事之繁，……，无处不用数学.

数学不但研究数量关系与空间形式，还研究现实世界的任何关系和形式. 因此，数学的研究对象是抽象的关系与形式. 也可以说，数学研究的是各种抽象的“数”和“形”的模式结构.

数学既和几乎所有的人类活动有关，又对每一个真心感兴趣的人有益.

恩格斯说：“要辩证而又唯物地了解自然，就必须掌握数学.”

英国著名哲学家培根说：“数学是打开科学大门的钥匙.”

著名数学家霍格说：“如果一个学生要成为完全合格的、多方面武装的科学家，他在其发展初期就必定来到一座大门并且必须通过这座门. 在这座大门上用每一种人类语言刻着同样一句话：‘这里使用数学语言’.”

德国大数学家、天文学家、物理学家高斯说：“数学是科学的皇后，……她常常屈尊去为天文学和其他自然科学效劳，但在所有关系中，她都堪称第一.”

数学如今已经越来越被人们认为是在科学发展中具有高度重要性的学科. 实际上，数学研究极大地开阔了人类思想的领域. 今天，

它已成为表达严格的科学思想的媒介. 随着科学技术的发展，人们越来越深刻地认识到：没有数学，就难于创造出当代的科学成就. 科学技术发展越快越高，对数学的需求就越多越深. 因为，自然科学各学科数学化的趋势，社会科学各部门定量化的要求，使许多学科都在直接间接地，或先或后地经历着一场数学化的进程（在基础科学和工程研究方面，在管理机能和军事指挥方面，在经济计划，甚至在人类思维方面，我们都可以看到强大的数学化进程）. 现在已经没有哪一个领域能够抵御得住数学的渗透. 数学的渗透力不仅具有广度，而且具有深度. 它正在向着各学科中纵深渗透. 所以联合国教科文组织在一份调查报告中强调指出："目前科学研究工作的特点之一是各门学科的数学化." 反过来，科学技术的发展，又成为数学产生和发展的源泉与动力，数学正在一日千里地发展. 据统计，世界上成千上万的数学工作者，每年提出大约二十万条新定理. 数学论著浩如烟海，"数学大树"植根于科学与技术之沃土，枝繁叶茂，荫及各个领域. 在科学王国中，数学有一个特殊的位置，它是一个专门的领域，但又为其他领域提供思维的工具.

为了使大家了解"高等数学"在数学中的地位，我们简要地介绍一点数学的历史.

从最一般的观点来看，数学的历史可以分为四个基本的、在性质上不同的阶段. 当然精确划分这些阶段是不可能的. 因为每一个相继的阶段的本质特征都是逐渐形成的，而且在每一个"前期"内，都孕育乃至萌发了"后期"的内容；而每一个"后期"又都是其"前期"内容的持续发展阶段. 不过这些阶段的区别和它们之间的过渡都能明显地表示出来.

第一阶段　数学萌芽时期. 这个时期从远古时代起，止于公元前 5 世纪. 这个时期，人类在长期的生产实践中积累了许多数学知识，逐渐形成了数的概念，产生了数的运算方法. 由于田亩度量和天文观测的需要，引起了几何学的初步发展. 但这些知识都是片断的、零碎的. 这个时期是算术，几何形成的时期，但它们还没有分开，彼此紧密地交织在一起. 也没有形成严格、完整的体系，更重

要的是缺乏逻辑性，基本上看不到命题的证明、演绎推理和公理化系统.

第二阶段 常量数学时期，即“初等数学”时期. 这个时期开始于公元前6、7世纪，止于17世纪中叶，延续了2000多年. 在这个时期，数学已由具体的阶段过渡到抽象的阶段，并逐渐形成一门独立的、演绎的科学. 在这个时期里，算术、初等几何、初等代数、三角学等都已成为独立的分支. 这个时期的基本成果，已构成现在中学课程的主要内容.

第三阶段 变量数学时期，即“高等数学”时期. 这个时期以17世纪中叶笛卡儿的解析几何的诞生为起点，止于19世纪中叶. 这个时期和前一时期的区别在于，前一时期是用静止的方法研究客观世界的个别要素，而这一时期是用运动和变化的观点来探究事物变化和发展的规律. 在这个时期里，变量与函数的概念进入了数学，随后产生了微积分. 这个时期虽然也出现了概率论和射影几何等新的数学分支，但似乎都被微积分过分强烈的光辉掩盖了它们的光彩. 这个时期的基本成果是解析几何、微积分，微分方程等，它们是现今高等院校中的基础课程.

第四阶段 现代数学时期. 这个时期始于19世纪中叶. 这个时期是以代数、几何、数学分析中的深刻变化为特征. 几何、代数、数学分析变得更为抽象. 在此时期出现了几何的新发展，扩大了几何的应用对象与范围；出现了非欧几里得几何；出现了所研究的空间其维数无限的一般思想. 代数对所研究的“量”也进行了扩展，群、环、域以及抽象代数. 可以说这是根本的、本质的推广，以致于对代数的理解也发生了变化. 分析中也产生了新理论、新方向，如函数逼近论、实变函数论、复变函数论、泛函分析、微分方程定性理论、积分方程论相继出现，使分析学的发展进入了一个新阶段. 在这个时期里，数学研究的对象被推广，这相应地引起了量的关系和空间形式在概念本身的重大突破. 如果说在变量数学中是研究变化着的量的一般性质和它们之间的依赖关系，那么现代数学不仅研究各种变化着的量的关系，而且研究各种量之间的可能关系和形式. 可

以说在现代的数学中，“数”、“形”的概念已发展到很高的境地．比如，非数之“数”的众多代数结构，像群、环、域等；无形之“形”的一些抽象空间，像线性空间、拓扑空间、流形等．不但如此，现代数学还研究在逻辑上可能的关系与形式．如产生于19世纪末，现在已经得到广泛发展的新学科——数理逻辑，可以作为数学对象越出量的关系和空间形式这些初始意义的范例．数理逻辑考察的对象是数学结论的结构，换句话说，它研究的那些命题可以用限定的方法从给定的前提中推导出来．正像数学所具有的特性一样，数理逻辑研究的对象完全舍弃其具体内容，以公式代替命题，以运用这个公式的规则代替论断的规则．前提和结论之间的关系，公理和定理之间的关系不再归结为空间形式或普通意义下的量的关系，这些可以归结为概念外延的关系．虽然如此，但它们毕竟还属于标准分析的范畴．而今，非标准分析，即一种超越了以往常规的形式逻辑，正为人们引起注意．总之，随着科学技术的发展，使各数学基础学科之间、数学和物理等其他学科之间相互交叉和渗透，形成了许多边缘学科和综合性学科．集合论、计算数学、电子计算机等的出现和发展，构成了现在丰富多彩、渗透到各个科学技术部门的现代数学．

本书所讲的高等数学，包括空间解析几何、微积分学和微分方程初步，是我国高等院校对上述内容的统称．这部分内容是随着17世纪及18世纪科学技术的进步而产生、发展起来的．

数学的“初等”与“高等”之分是完全依照惯例形成的．我们不可能说出一个决定性的准则，以便依据它来判定某些数学事实或定理当属于“初等数学”还是属于“高等数学”．更何况现在的初等数学教学中也越来越多地包括了触及高等数学思想的问题．但是，我们可以指出习惯上称为“初等数学”的这门中学课程所固有的两个特征．

初等数学的第一个特征在于其所研究的对象是不变的量或不变的图形．初等数学中的典型问题是，给定一个代数方程，要求找出满足该方程的常数（方程的根）；用初等代数中的法则，把所给代数

式变换为它式；算出某些几何常量（例如长度、面积及体积等）的值，或作出一定的点、线及图形，使其具有所需的属性．三角法中所讲的，是三角函数随着角或弧而变化的情形，但这种讲法纯粹是描述性的，就是说，不是根据某种一般原理来讲的．因而这种讲法不能作为导出三角函数属性的根据．初等三角法中的基本问题，带有与几何、代数问题相同的性质：研究三角式子的简单变换法，以及用三角函数来计算几何图形中的元素．

初等数学的第二个特征表现在其研究方法上．初等代数与几何，是各自依照互不相关的独立路径构筑起来的．初等代数法与初等几何中的综合法，在本质上是没有联系的．在初等数学范围内没有统一的原理，使我们能用几何来阐述所有的代数问题，即不能把所有几何问题用代数术语陈述出来；也不能通过计算用代数方法来解决所有的几何问题．

恩格斯指出："社会一旦有技术上的需要，则这种需要就会比十所大学更能把科学推向前进．"16 世纪，由于航海、采矿、修筑、开凿运河及天文等方面的实践需要，使得力学的各个分支发展起来，对于运动的研究成了当时自然科学的中心问题．对于运动的研究、对于各种变化过程和各种变化着的量之间的依赖关系的研究，引起了许多新的数学问题，这些问题和以往的数学问题有着原则性的区别．要解决它们，初等数学已不够用了，需要创立全新的概念与方法，创立出研究现象中各个量之间的变化关系的新数学．变量与函数的新概念应时而生，导致了初等数学阶段向高等数学阶段的过渡．而后又出现了微积分学．它与初等数学不同，它是由依从关系去研究变量的．

在研究方法上，高等数学与初等数学相反，它是在代数法与几何法密切结合的基础上发展起来的．这种结合首先出现在法国著名数学家、哲学家笛卡儿（Descartes 1596～1650 年）所创建的解析几何学中．笛卡儿把变量引进了数学，创建了坐标的概念．有了坐标的概念，我们一方面能用代数式子的运算顺利地证明几何定理，另一方面由于几何观念的显明性，使我们又能建立新的解析定理，提

出新的论点．笛卡儿的解析几何是数学史上一项划时代的变革，恩格斯曾给予高度的评价："数学中的转折点是笛卡儿变数．有了变数，运动进入了数学，有了变数，辩证法也进入了数学，有了变数，微分和积分也就成为必要的了……．"

有人作了一个粗浅的比喻：如果将整个数学比作一棵大树，那么初等数学是树根，名目繁多的数学分支是树枝，而树干就是"高等分析、高等代数、高等几何"．这个粗浅的比喻，形象地说明这"三高"在数学中的地位和作用，而微积分学在"三高"中又有更特殊的地位．所以这里专门讲讲微积分学．学习微积分学当然应该有初等数学的基础，而学习任何一门近代数学或者工程技术都必须先学微积分．

微积分的创立，与其说是数学史上，不如说是科学史上的一件大事．正如当代著名数学家柯朗所说："微积分学，或者数学分析，是人类思维的伟大成果之一．它处于自然科学与人文科学之间的地位，使它成为高等教育的一种特别有效的工具……．这门学科乃是一种撼人心灵的智力奋斗的结晶；这种奋斗已经历了 2500 多年之久，它深深扎根于人类活动的许多领域，并且，只要人们认识自己和认识自然的努力一日不止，这种奋斗就将继续不已．"恩格斯指出："在一切理论成就中，未必再有什么像 17 世纪下半叶微积分学的发明那样被看作人类精神的最高胜利了．"他还说："只有微积分学才能使自然科学有可能用数学来不仅仅表明状态，并且也表明过程、运动．"不少人认为，时至今日，微积分对许多工程技术的重要性就像望远镜之于天文学，显微镜之于生物学一样．因此在所有的理工科大学中，微积分总是被列为一门重要的基础理论课程．因为，一方面，微积分是学好其他理工课程（如，大学物理、理论力学、材料力学、电工基础等）的基础，也是学好专业课的工具；另一方面，由于微积分是数学的基础，如果不掌握微积分是难于学好近代数学的．前面已经提到"数学已渗透到一切科学技术之中"，如果不掌握微积分和一些近代数学分支，在科学技术的征途中将困难重重．出国访问交流的教师常能听到我们的留学生这样说：刚到国外时，是语言

的困难，但到一定时候语言可以过关，而发现更大的困难是数学，因为有很多文献、书籍上遇到许多数学看不懂，十分吃力．数学也是一种语言，并且是现存的在结构与内容方面最完美的语言，胜过任何方言；实际上，因为每个民族都应懂得数学，它可以称为语言的语言．也可以说“数学是所有精密科学的语言”．一些学有成就的人还形象的比喻：如果把一个科技工作者所应具备的知识结构比作一架飞机结构，那么，数学和外文就是这架飞机的两个机翼．数学教育要培养学生运用数学去分析、解决问题的能力，这种能力不仅表现在对数学知识的记忆，更主要的是掌握数学的思维推理方法．某些定理或公式可以记忆于一时，而数学独有的思维与推理方法，却能长期发挥作用，甚至受益终生．因为它们是创造的源泉，是发展的基础，也是科学技术人员学术水平的重要表现．培根曾说：“数学使人精细”．俄罗斯科学奠基人之一罗蒙诺索夫还把数学称做“所有思想研究工作的主宰”．伽利略和笛卡儿都认为：“任何科学分支应在数学模型上取图案．”伽利略、惠更斯、牛顿都认为：科学工作中的演绎数学部分所起的作用比试验部分所起的作用更大．衡量一个科技工作者业务修养的一个重要标志是他的数学修养．正如因发现了X-射线而第一个获得诺贝尔物理奖的英国实验物理学家伦琴，在回答“科学家需要什么样的修养”这一问题时，说：“第一是数学，第二是数学，第三还是数学．”因为，数学是观察世界的一种方式，这种方式有助于精确地理解世界的每一个方面．被誉为“计算机之父”的美籍匈牙利数学家冯·诺伊曼认为“数学处于人类智能的中心领域”．

§2 高等数学的主要学习内容

高等数学的内容为两部分，即微积分学和向量代数、空间解析几何，但主要部分是微积分学．

微积分学研究的对象是函数，而极限则是微积分学的基础，也是最主要的推理方法．与微积分创立密切相关的科学技术问题，从数学角度归纳起来有四类：

第一类是，在已知变速运动的路程为时间的函数时，求瞬时速度和加速度；

第二类是，求已知曲线的切线；

第三类是，求给定函数的最大值与最小值；

第四类是，求给定曲线长；求已知平面曲线围成的面积；求已知曲面围成的体积；求物体的重心；已知变速运动物体的速度、加速度，求物体运动的路程与时间的关系．

第一类、第二类问题为微分学的基本内容，属于求函数的导数问题．第三类问题为导数的应用，也是微分学的主要内容．第四类问题属于积分学的中心问题．

在物理、力学及其他技术科学中所遇到的量，常常可以分为两类：数量和向量．前者可以用数值来决定，例如，质量、温度、时间、密度、面积、体积、……，这一类量叫做数量；另一类量，只知道它们的数值大小是不够的，要完整地表示它们，还必须同时说明它们的方向，例如，力、速度、加速度等等，这一类量叫做向量．向量代数研究向量的代数运算及其性质．

空间解析几何，是利用空间中点的坐标把图形的几何性质表示为点的坐标之间的关系．特别是代数关系．解析几何是一个双面的数学工具，借助于它，几何问题可以用代数方法来处理．反过来，借助于它，能给代数问题作出几何解释．从而把几何的直观与代数上的简洁结合在一起．

通过高等数学的学习，要使读者获得：

①函数、极限、连续；

②一元函数微积分学；

③向量代数和空间解析几何；

④多元函数微积分学；

⑤无穷级数（包括傅里叶级数）；

⑥常微分方程．

等方面的基本概念、基本理论和基本运算技能，为学习后继课程和获得进一步的数学知识奠定必要的数学基础．

在传授知识的同时，要通过各个教学环节逐步培养读者具有抽象概括问题的能力、逻辑推理能力和自学能力，还要特别注意培养读者具有比较熟练的运算能力和综合运用所学知识去分析问题和解决问题的能力.

§3 怎样才能学好高等数学

一、要学好高等数学，首先要了解高等数学的特点

数学具有三个显著的特点：高度的抽象性；严谨的逻辑性；广泛的应用性.

(1) 高度的抽象性 数学的抽象性在简单的计算中就已经表现出来，我们运用抽象的数字，却并不打算每次都把它同具体的对象联系起来，我们在中学学习的是抽象的乘法表——它总是数字的乘法表，而不是每个班级男学生的数目乘上班级的数目，或者苹果的数目乘上苹果的价钱等等. 在几何中研究的是直线，而不是拉紧了的绳子，直线的概念舍弃了某些具体的性质，仅留下在一定方向上伸长. 同样地，在高等数学中，我们研究的向量也是抽象的向量，也并不打算每次都把它同具体的对象如力、速度、加速度等具体地联系起来. 高等数学中研究的主要对象是函数 $y=f(x)$，$z=g(x,y)$，是一个变量对另一个或多个变量的依赖关系的抽象模型. 它们可以用公式表示，也可以用表格表示，或者用图形表示.

当然，其他任何一门科学乃至全部人类思维都具有抽象性. 但是数学抽象性的特点还在于：第一，在数学的抽象中只保留量的关系和空间形式，而舍弃了其他一切；第二，数学的抽象是经过一系列阶段而产生的，它达到的抽象程度大大超过了自然科学中一般的抽象.

(2) 严谨的逻辑性 数学的每一个定理，只有当它已经从逻辑的推论上严格地被证明了的时候，才能在数学中成立. 例如，虽然精确地测量了成千上万个等腰三角形的底角相等，但等腰三角形两底角相等仍不能作为数学定理而成立. 数学定理必须有数学证明. 在数学中要证明一个定理，就是要从这个定理的条件和已有的数学公

理及定理，用严谨的推理方法导出这个定理中的结论. 例如，在高等数学中，要证明可导函数必定连续，不能只是举出某些例子来说明（例如，举出 $y=x$，$y=\sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导，在 $(-\infty, +\infty)$ 内也是连续的，从而就得出可导函数必连续），而必须从

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x)$$

出发推出 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) + \alpha$，进而当 $\Delta x \to 0$ 时，必有

$$\Delta y = f'(x)\Delta x + \alpha \Delta x \to 0$$

才算证明了可导函数必连续这个命题.

（3）广泛的应用性　高等数学广泛的应用性，是很明显的. 例如，掌握了函数的导数概念和运算法则，就可以应用它来刻画和计算物理学中的速度、比热容、密度等等，又可以用它来刻画和计算产品总量的变化率和产品总成本的变化率等等. 掌握了定积分的概念和计算法则，就可以应用它来求：给定曲线的长，给定曲线围成的面积，求已知曲面围成的体积，求物体的重心，求力所作的功. 也可以用它来计算总产量变化率变化时的总产量等等.

了解了高等数学的特点和主要内容，只是对高等数学这门学科从整体上有所了解，要学好高等数学，还要有一套与之相适应的学习方法.

二、高等数学课的教学特点

对大学的课程，特别是作为基础理论课的高等数学，课堂教学是重要的环节. 高等数学的课堂教学与中学数学的课堂教学相比较，有下述三个显著的差别.

（1）课堂大　高等数学一般都是一个系同年级的几个小班，或多个系同年级的几个小班合班上课. 这种大课堂上课，不可能让同学们提问题. 这些同学在学习基础上、水平上、理解接受能力上肯定会有差异，但教师授课的基点，只能照顾大多数，不可能给跟不上、听不全懂的少数同学细讲、重复讲.

（2）时间长　高等数学每上一次课，一般都是连续讲授两节