

经济数学

王 宁 主 编
单晓红 屈启兴 副主编

JINGJI SHUXUE



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

经济数学

王 宁 主 编

单晓红 屈启兴 副主编



北京邮电大学出版社
[www. buptpress. com](http://www.buptpress.com)

内 容 简 介

本书以本科毕业生的数学基础为起点。在简单介绍基本概念之后,系统地讲述比较静态理论及应用。同时照顾到论文写作的广泛性,增加了动态分析基础、模糊系统和灰色系统中最常用的内容。适合大学高年级和硕博研究生撰写学术论文和学位论文参考。

图书在版编目(CIP)数据

经济数学/王宁主编.--北京:北京邮电大学出版社,2012.8

ISBN 978-7-5635-3188-2

I. ①经… II. ①王… III. ①经济数学—高等学校—教材 IV. ①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 189356 号

书 名: 经济数学

作 者: 王 宁 单晓红 屈启兴

责任编辑: 艾莉莎

出版发行: 北京邮电大学出版社

社 址: 北京市海淀区西土城路 10 号(邮编:100876)

发 行 部: 电话: 010-62282185 传真: 010-62283578

E-mail: publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京源海印刷有限责任公司

开 本: 787 mm×960 mm 1/16

印 张: 17.5

字 数: 393 千字

印 数: 1—3 000 册

版 次: 2012 年 8 月第 1 版 2012 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-3188-2

定 价: 36.00 元

• 如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系 •

前 言

数学在经济和管理的学习与研究中的重要性已经不言而喻了。然而数学是一个巨大的王国,再将经济冠在其前,成为“经济数学”,其含义已无法准确描述,更无法划定其边界。国内目前对经济数学的定论可以概括为两种:一种是含高等数学(微积分)在内,以及线性代数、概率与数理统计综合在一起,统称为经济数学或经济数学基础;另一种则是以解决具体经济和管理中的问题为目的,以数学理论应用为主要内容的经济和管理模型理论,通常称为经济中的分析方法与模型,本书属于后一种。本书深入浅出,从经济和管理学生专业特点和背景出发,不仅针对连续型模型进行了阐述,还对离散型模型进行了论述,使学生能够很容易理解,同时对于非经济和管理类的学生建模也具有参考价值,并可立即应用到实际研究之中。

本书是笔者在多年为研究生讲授经济和管理中的数学方法与模型课程中,积累形成的本书现在的框架,其中包含了作为教师教学与研究的体会,也包含了许多学习这门课程的同学大量有益的建议和学习心得。本书针对经济与管理中最为广泛的比较静态分析方法及应用,进行了全面的阐述;同时结合近年来动态分析日益增多,对差分方程和微分方程的理论和应用给出了基本理论和实际分析案例;此外,在离散内容中增加了模糊系统和灰色系统的基础理论和应用范例。这些内容是当前在校研究生撰写学术论文和学位论文过程中非常常用的内容。

全书共分5篇16章,前3章是一个数学基础小结,主要是为后面章节服务,有一定数学基础或只对应用感兴趣的读者可以直接进入后面的章节。第4章至第8章是比较静态方法的介绍和应用模型分析。第9章和第10章是对动态理论的介绍和在经济与管理中的应用分析。第11章至第13章是关于模

糊系统理论中最常见的聚类方法与模糊综合评判方法介绍与应用实例。第14章至第16章对灰色系统理论给予了探讨,给出了灰色关联与灰色预测的理论与应用,以及相应的软件实现。

在写作过程中,单晓红、孙飞(第1~3章)、胡小阳(第4~6章)、王宁(第7~8章)、屈启兴(第9~10章)、陈鑫(第11~13章)、梁柳云(第14~16章)付出了辛勤的劳动,完成了本书的主要内容的整理和写作。因此,这是集体努力的成果。

目 录

第 1 篇

第 1 章 集合论与实数理论简介	3
1.1 集合及其运算	3
1.1.1 集合的定义	3
1.1.2 常用数集及记法	3
1.1.3 集合的表示方法	4
1.1.4 幂集合	4
1.1.5 集合的运算	4
1.1.6 区间	5
1.2 关系及其运算	5
1.2.1 关系的定义	5
1.2.2 四个特殊的二元关系	6
1.2.3 关系的性质	6
1.2.4 关系的运算	6
1.3 实数集的完备性	8
1.3.1 实数空间	8
1.3.2 实数基本定理	8
第 2 章 群和域及空间的概念	10
2.1 群和域	10
2.1.1 群的定义和性质	11
2.1.2 域的定义和性质	12
2.2 向量空间	13
2.2.1 向量空间的概念	13
2.2.2 基变换与坐标变换	14
2.2.3 向量的内积	17

2.2.4	向量的标准正交基	17
2.2.5	标准正交基的求法	18
2.3	度量空间和赋范空间	19
2.3.1	度量函数与度量空间	19
2.3.2	赋范空间	20
2.3.3	完备度量空间	20
2.3.4	算子和压缩映射定理	21
2.3.5	函数空间	21
2.4	点集拓扑的几个概念	22
2.4.1	聚点、内点、界点	22
2.4.2	开集和闭集	22
2.4.3	同构	23
2.5	线性变换	24
2.5.1	线性变换定义	24
2.5.2	线性函数的像和核	25
2.5.3	线性映射的范数	25
第3章	凹函数与非线性规划	26
3.1	多元函数及其导数	26
3.1.1	多元函数的极限与连续	26
3.1.2	偏导数概念	27
3.1.3	高阶偏导及相关概念	29
3.1.4	可微性和全微分	30
3.1.5	海塞矩阵和雅各比矩阵	30
3.2	凸集、凸函数和凸规划	32
3.2.1	凸集	32
3.2.2	凸组合和凸包	33
3.2.3	凹函数与凸函数	33
3.3	非线性规划	34
3.3.1	非线性规划概念	34
3.3.2	凸规划	35
3.3.3	等式约束:拉格朗日问题	36
3.3.4	不等式约束:库恩-塔克问题	37
3.4	二次型	37
3.4.1	二次型概念	37

3.4.2 二次型标准形的化法	38
-----------------	----

第 2 篇

第 4 章 比较静态初步	43
4.1 单变量和双变量的比较静态分析模型	43
4.2 多变量模型的比较静态分析	50
4.3 论文选讲	51
4.3.1 考虑销售税的市场供求模型	52
4.3.2 国民收入模型中所得税的比较静态分析	53
第 5 章 比较静态的进一步讨论	56
5.1 隐函数定理	56
5.2 均衡的存在性	60
5.2.1 介值定理	60
5.2.2 不动点定理	61
5.3 正则均衡和萨德定理	63
第 6 章 比较静态在消费者行为中的应用	65
6.1 消费者偏好	65
6.1.1 基本概念	65
6.1.2 基本性质和假设	66
6.2 效用函数	68
6.3 两种经典的需求问题	70
6.4 斯卢茨基(slusky)方程	72
6.5 包络定理	75
6.6 纯交换经济的瓦尔拉斯均衡	77
6.6.1 竞争市场的一般均衡	78
6.6.2 两个消费者、两种商品条件下的简易模型	80
第 7 章 比较静态在公司行为研究中的应用	83
7.1 管制约束下的公司行为	84
7.2 满负荷问题	89
7.2.1 以福利最大化的情形	89
7.2.2 以利润最大化的情形	95

第 8 章 不确定性与风险行为理论及应用	100
8.1 期望效用假设	100
8.1.1 不确定性	100
8.1.2 期望效用函数	101
8.2 风险行为	104
8.2.1 消费者对风险的态度类型	104
8.2.2 风险厌恶的 Arrow-Pratt 度量	108
8.3 消费与储蓄决策模型探讨	111
8.3.1 确定性情形下的两时期模型	111
8.3.2 收入风险情形下的两时期模型	112
8.3.3 资本风险情形下的两时期模型	115
8.4 资产组合选择模型探讨	117
8.4.1 安全资产没有任何回报时的投资者行为研究	117
8.4.2 安全资产回报率大于零时的投资者行为研究	120

第 3 篇

第 9 章 差分方程基础与经济应用	125
9.1 差分方程的基本概念	125
9.1.1 差分的定义与性质	125
9.1.2 差分方程的概念	126
9.2 常系数线性差分方程的解法	128
9.2.1 常系数线性差分方程	128
9.2.2 一阶常系数线性差分方程求解	129
9.3 蛛网模型	132
9.3.1 问题提出	132
9.3.2 模型假设	133
9.3.3 模型求解	133
9.3.4 模型修正	135
9.4 个人住房按揭贷款分析	136
9.4.1 概念界定	136
9.4.2 模型假设	136
9.4.3 模型建立	137
9.4.4 模型检验	138

9.5 销售量预测问题	138
第 10 章 微分方程基础与经济应用	141
10.1 微分方程基本概念	141
10.1.1 常微分方程和偏微分方程	141
10.1.2 线性和非线性微分方程	142
10.1.3 解和隐式解	142
10.1.4 通解和特解	142
10.1.5 积分曲线和方向场	143
10.2 解的存在唯一性定理与逐步逼近法	144
10.2.1 显式一阶方程解的存在唯一性定理及逐步逼近法	144
10.2.2 一阶隐式方程解的存在唯一性定理	146
10.2.3 近似计算和误差估计	147
10.3 关于解的进一步讨论	148
10.3.1 连续性讨论	148
10.3.2 可微性讨论	150
10.3.3 稳定性讨论	150
10.4 微分方程的经济应用	154
10.4.1 一种平抑物价的数学模型及其定性分析	154
10.4.2 基于微分方程的大学生攀比消费现象分析	156

第 4 篇

第 11 章 模糊数学基础	161
11.1 模糊数学简介	161
11.1.1 模糊数学的产生和发展	161
11.1.2 模糊数学在中国的发展	162
11.2 模糊子集及其表示方法	163
11.2.1 普通集合的简短回顾	163
11.2.2 模糊子集的定义及表达方式	165
11.2.3 模糊集合的截集	167
11.2.4 隶属函数及其确定方法	168
11.3 模糊集的运算	171
11.3.1 模糊集合的基本运算	171
11.3.2 模糊集合运算的性质	172

11.3.3 模糊集合的其他运算	172
11.4 模糊关系与模糊矩阵	174
11.4.1 模糊关系	174
11.4.2 模糊矩阵	175
11.4.3 模糊关系的合成	177
第 12 章 模糊综合评判方法及应用	179
12.1 模糊变换	179
12.2 模糊综合评判模型	180
12.2.1 模糊综合评判的步骤	181
12.2.2 综合评判模型的进一步讨论	184
12.3 多级模糊综合评判模型	186
12.4 应用实例	188
第 13 章 模糊聚类分析方法及应用	197
13.1 模糊等价关系与模糊分类	197
13.1.1 几种常见的模糊关系	197
13.1.2 模糊等价关系	199
13.2 基于模糊等价矩阵的聚类分析	201
13.3 变模糊相似关系为模糊等价关系	203
13.4 应用实例	205
附录 相似系数的其他求法	218

第 5 篇

第 14 章 灰色系统理论	223
14.1 灰色系统理论概述	223
14.1.1 灰色系统的基本原理	224
14.1.2 灰色系统的研究对象	225
14.1.3 灰色系统理论的基本方法	226
14.2 应用实例	227
14.3 本章小结	229

第 15 章 灰色关联分析与灰色聚类分析	230
15.1 灰色关联分析方法	230
15.1.1 灰色关联分析基本思想	230
15.1.2 灰色关联分析的主要内容	231
15.1.3 应用实例	234
15.2 灰色聚类分析	236
15.2.1 灰色聚类分析的基本思想	236
15.2.2 灰色聚类分析的主要方法	236
15.2.3 应用实例	240
15.3 应用软件介绍	246
15.4 本章小结	251
第 16 章 灰色系统建模与灰色预测	252
16.1 灰色系统建模的基本思想	252
16.2 灰色预测模型	253
16.2.1 灰色预测基本思想及类型	253
16.2.2 灰色预测模型的主要内容	255
16.3 GM(1,1)预测模型	258
16.3.1 GM(1,1)模型建模机理	258
16.3.2 GM(1,1)模型的建立过程	259
16.3.3 GM(1,1)模型的适用性判断	260
16.4 GM(1,1)模型的应用举例	260
16.5 灰色预测的应用软件介绍	263
16.6 本章小结	265
参考文献	266

第 1 篇

这部分给出了在经济分析中被广泛应用并且经常被认为是理所当然的一些数学方面的基础知识。这里讲到的一些内容在本书随后的讨论中将经常用到,并且被作为常识来用,不会再特意给予解释,所以为了更好地理解当前的经济分析文献,对这部分的内容的熟练掌握是必须的。我们的重点不在于证明提出的所有结论,而在于帮助理解这些结论及帮助读者应用它们。尽管这里给出的材料是基础的,并且我们的陈述有时强调对材料的直观理解,如将一些基本概念归纳为公理,但这反过来有助于培养我们的严格逻辑推理能力。了解这样一种方法对于我们学习更复杂的经济学分析方法将是非常有利的。

第1章 集合论与实数理论简介

集合是我们学习现代数学的最基本概念之一,在对实际问题进行经济分析的案例中更是应用广泛。本章首先介绍了集合的概念和集合内部的一些基本运算,在此基础上引进了定义在两个集合之间的一种特殊集合——“关系”,并介绍了“关系”的一些常用性质,最后针对我们最常用的集合——实数集,介绍了一些重要的定理和性质。

1.1 集合及其运算

1.1.1 集合的定义

集合是现代数学中最基本的概念之一。一般地,所有对象的全体称为集合,其中的对象称为集合的元素。通常以大写字母 X, Y, Z 等表示集合,以小写字母 x, y, z 等表示集合的元素。若 x 是集合 X 中的元素,则记为 $x \in X$,读作 x 属于 X 或 x 在 X 中;否则记为 $x \notin X$,读作 x 不属于 X 或 x 不在 X 中。

一个集合,若它没有任何元素,则称为空集,记为 $\emptyset$ 。若它只含有有限个元素,则称为有限集;不是有限集的集合称为无限集。

若集合 A 中的每个元素都属于 X ,则称 A 为 X 的子集,记为 $A \subseteq X$,读作 A 包含于 X 。 $\emptyset$ 是任何集合 X 的子集。若两个集合 A 和 B 具有相同的元素,则称 A 与 B 相等,即 $A=B$ 的充要条件是 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 。

1.1.2 常用数集及记法

- (1) 自然数集(非负整数集):非负整数全体构成的集合。记作 $\mathbf{N}$ 。
- (2) 正整数集:自然数集内排除 0 的集合。记作 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}^+$ 。
- (3) 整数集:整数全体构成的集合。记作 $\mathbf{Z}$ 。
- (4) 有理数集:有理数全体构成的集合。记作 $\mathbf{Q}$ 。
- (5) 实数集:实数全体构成的集合。记作 $\mathbf{R}$ 。

1.1.3 集合的表示方法

集合常用的表示方法有两种:列举法和性质描述法。

(1) 列举法

当集合元素不多时,我们常常把集合的元素一一列举出来,并用花括号“ $\{ \}$ ”括起来,这种表示集合的方法称为列举法。当使用列举法表示集合时,不必考虑元素的前后次序,但必须列出集合的所有元素,不能遗漏和重复。

例 1.1 大于 3 小于 10 的自然数集合 A 。

解: $A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 。

有些集合元素个数较多,在不至于发生误解的情况下,可列几个元素为代表,其他元素用省略号表示。

例 1.2 小于 1 000 的自然数组合的集合 B 。

解: $B = \{0, 1, 2, 3, \dots, 999\}$ 。

(2) 性质描述法

若集合 X 是由具有某种性质 P 的元素 x 的全体所组成的,就可以表示为 $X = \{x | x \text{ 具有性质 } P\}$,这种表示集合的方法,叫做性质描述法。

这里, x 具有性质 P , 是 x 作为 X 的元素应该满足的充分必要条件;适合性质 P 的任何对象都是集合 X 的元素;反之,集合 X 的元素都必须适合性质 P 。

例 1.3 大于 10 的实数的全体构成的集合 X 。

解: $X = \{x | x > 10\}$ 。

例 1.4 xOy 平面上以点 O 为圆心, 10 为半径的圆周上的点的全体组成的集合 C 。

解: $C = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 100, x \in \mathbf{R} \text{ 且 } y \in \mathbf{R}\}$ 。

1.1.4 幂集合

给定集合 X , 其幂集(Power Set)是以 X 的全部子集为元素的集合, 记作 $P(X)$ 或 2^X 。 $P(X)$ 的子集称为 X 的集族(Family of Sets)。

例 1.5 找出集合 $X = \{a, b, c\}$ 的幂集。

解: $P(X) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$ 。

若有限集 X 有 n 个元素, 则 X 的幂集有 2^n 个元素。

1.1.5 集合的运算

集合的基本运算包括以下几种:交、并、差、补。

设 A, B 是两个集合, 由 A 和 B 的所有元素构成的集合, 称为 A 与 B 的并集(简称并), 记作 $A \cup B$, 即

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

由 A 和 B 的所有公共元素构成的集合,称为 A 与 B 的交集(简称交),记作 $A \cap B$,即

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

由所有属于 A 而不属于 B 的元素组成的集合,称为 A 与 B 的差集,记作 $A - B$,即

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$$

由所研究的所有对象构成的集合称为全集,记作 I ,全集 I 中所有不属于 A 的元素构成的集合,称为 A 的补集,记作 A' ,即

$$A' = \{x \mid x \in I \text{ 且 } x \notin A\}$$

1.1.6 区间

定义 1.1 区间 区间是指介于某两个实数之间的全体实数,这两个实数叫做区间的端点。两端点之间的距离称为区间的长度。

$\forall a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a < b$, 数集 $\{x \mid a < x < b\}$ 称为开区间, 记作 (a, b) , a 和 b 称为开区间 (a, b) 的端点, 这里 $a \notin (a, b)$, $b \notin (a, b)$ 。数集 $\{x \mid a \leq x \leq b\}$ 称为闭区间, 记作 $[a, b]$, a 和 b 称为闭区间 $[a, b]$ 的端点, 这里 $a \in [a, b]$, $b \in [a, b]$ 。类似地, $[a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$ 和 $(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$ 称为半开区间。这里“ $\forall$ ”表示“任意给定”。

以上这些区间称为有限区间, 也可以类似地表示无限区间, 如 $[a, +\infty) = \{x \mid a \leq x\}$, $(-\infty, b] = \{x \mid x \leq b\}$, 全体实数集合 $\mathbf{R}$ 也可以记作 $(-\infty, +\infty)$ 也是无限区间。

1.2 关系及其运算

关系是一种特殊的集合, 在集合论中具有重要的作用。

1.2.1 关系的定义

定义 1.2 关系 给定两个集合 X 和 Y , 它们的笛卡儿积 $X \times Y$ 是由 X 中元素与 Y 中元素的有序对所形成的集合。即

$$X \times Y = \{(x, y) \mid x \in X \text{ 且 } y \in Y\}$$

$X \times Y$ 的任一子集 R 称为从 X 到 Y 的一个二元关系。

如果 $(x, y) \in R$, 则称 x 与 y 符合关系 R , 记作 xRy 。

如果 $(x, y) \notin R$, 则称 x 与 y 不符合关系 R , 记作 $xR'y$ 。

如果 $X = Y$, 则称 R 为 X 上的一个二元关系。

定义 1.3 定义域与值域 设 $R \subseteq X \times Y$, 集合 $\{x \mid x \in X \text{ 且 } \exists y \in Y \text{ 使得 } (x, y) \in R\}$ 称为 R 的定义域, 记为 $\text{dom}(R)$ 。集合 $\{y \mid y \in Y \text{ 且 } \exists x \in X \text{ 使得 } (x, y) \in R\}$ 称为 R 的值域, 并记为 $\text{ran}(R)$ 。这里“ $\exists$ ”表示“存在”或“至少有一个”。

一般情况下, $\text{dom}(R) \subseteq X$, $\text{ran}(R) \subseteq Y$ 。