

线性系统理论

段广仁 编著

哈尔滨工业大学出版社

线性系统理论

段广仁 编著

哈尔滨工业大学出版社

内 容 简 介

本书系统地阐述了以状态空间方法为主的线性系统的时间域理论。全书共分十二章：第一章介绍与本书密切相关的一些数学基础知识；第二章介绍线性系统的数学描述；第三章至第五章阐述线性系统的分析理论，分别介绍线性系统的运动分析、能控性和能观性分析以及稳定性分析；第六章至第十章阐述线性系统的设计理论，分别介绍线性系统的极点配置和特征结构配置、镇定与渐近跟踪、线性二次型最优控制、解耦控制、状态观测器等设计问题；第十一章概括性地介绍离散线性系统理论；第十二章介绍鲁棒性的概念和几个基本的鲁棒控制问题。

本书结构清楚、层次分明、论述严谨、重点突出，注重基本概念、基本原理和基本方法。在内容上以基本的分析和设计问题为主，同时介绍了线性系统理论的一些新进展和作者的一些相关研究成果。本书可作为高等工院校自动控制及相近专业本科高年级学生和研究生教材，也可供广大科研工作者、工程技术人员以及高等院校教师参考或自学。

线性系统理论

Xianxing Xitong Lilun

段广仁 编著

*

哈尔滨工业大学出版社 出版发行

哈尔滨工业大学印刷厂印刷

*

开本787·1092 1:16 印张24.75 字数600千字

1996年11月第1版 1996年11月第1次印刷

印数1—2000

ISBN 7-5603-1181-4/O·80 定价: 32.00元

前 言

线性系统理论是现代控制理论中最基本、最重要也是最成熟的一个分支，是生产过程控制、信息处理、通讯系统、网络系统等多方面的基础理论。其大量的概念、方法、原理和结论对于系统和控制理论的许多学科分支，诸如最优控制、非线性控制、随机控制、系统辨识、信号检测和估计等都具有十分重要的作用。因而国内外许多高等院校都将线性系统理论作为系统和控制科学课程方面的一门最基础的课程。

有关线性系统理论方面的著作或教材现在已有很多。美国纽约州立大学石溪分校陈启宗教授著的《线性系统理论与设计》^[1]，在国内外影响很大；清华大学郑大钟教授著的《线性系统理论》^[2]，内容系统全面；还有其它许多这方面的著作和教材^[3-9]，都各具特点。

本书是作者近年来在哈尔滨工业大学从事自动控制专业研究生《线性系统理论》课程教学的基础上写成的。本书在写作过程中力求做到结构清楚，层次分明。作为高等院校自动控制或相近专业高年级本科生和研究生的教材，本书在选材上没有包含以多项式矩阵方法为主的复频域理论，而只是系统地介绍了以状态空间方法为主的时间域理论。考虑到高等院校研究生的《线性系统理论》课一般都只有60学时左右，因而，本书将重点放在了线性系统理论中最基本、最重要的分析和设计问题之上。另一方面，为了适合广大工程技术人员和科学工作者使用以及学生将来的进一步深入研究之需要，本书还包含了一些带有“*”号的选学内容。第一次接触线性系统理论的读者可跳过这些内容，这样并不影响对于基本内容的理解。

本书包含了一批作者近年来的工作，如第六章中的特征结构配置设计和整个第十二章关于鲁棒控制的介绍，此外还有1.6、5.4、6.6、7.4、9.2、9.3、10.3、10.5等各节的内容。这些内容是于作者的许多工作中筛选出来的，并与全书内容有机地融为一个系统的整体。另外，这些内容也在一定程度上反映了线性系统理论近年来的新进展和本书的时代性。

在作者的教学过程中，学生普遍反映的一个问题是这门课程的“数学性”太强。针对这一点，本书第一章介绍了本书后续内容中经常用到的一些数学基础知识，其中1.6节介绍的广义Sylvester矩阵代数方程为作者的成果，在后续的特征结构配置设计、模型参考渐近跟踪设计、观测器设计和鲁棒极点配置设计等内容中屡次用到。

离散系统理论在很大程度上是与连续系统理论平行的。作者认为初涉线性系统理论的读者可以首先只学习连续系统方面的内容，因而将离散线性系统理论中的一些最基本的问题作为选学内容单独列在第十一章之中，并使其自成体系。

鲁棒控制是近年来国际控制理论界中十分活跃的一个研究领域，目前已经有了相当丰富的内容。本书第十二章作为选学内容对鲁棒控制进行了简单的介绍。应该指出，鲁棒控制的内容非常广泛，即使一本内容丰富的鲁棒控制方面的专著也无法揽括鲁棒控制的全部内容。我们将鲁棒控制加入本书的目的是为一些未接触过鲁棒控制的读者提供一个人门的

DAA04/05

机会。

许多现有教材都是将系统设计的内容归在一章中笼统讲述的。而本书则将系统设计的几个基本问题——极点配置与特征结构配置、镇定与跟踪、二次型最优调节、解耦控制、观测器设计分成五章分别讨论，这样做可以使读者对控制系统设计有一个整体的认识，并对每一个具体的问题能有一个更加深入、全面的了解。

本书的每一章末尾都有一个小结和一定量的习题。小结中对全章的内容给出了简单扼要的概括和总结；为读者指出对于某些内容进行深入研究所需阅读的文献；提示读者在学习某些内容时应注意的一些问题；对某些理论和方法给出适当的评价；指出某些内容与其它章节内容的联系等等。在习题的配备上，除了一些基本的用以巩固一些基本原理和方法的计算题外，我们还有意识地配备了一定数目的思考题和证明题。它们对于加深基本概念和原理的理解是非常有益的。

在本书的写作过程中，许多地方得益于王恩平教授、郑大钟教授和刘豹教授等人的著作^[2-4]。这些著作作为本书的一些基本内容提供了部分素材。另外，本人的学生胡文远、马克茂和刘湘黔等人协助完成了书中部分内容的打字和校对工作。本人教过的许多研究生，特别是1995年秋季学期教过的全体研究生都对本书做了许多校对工作，同时还提出了许多宝贵意见。作者的同事陈兴林同志不仅协助审阅了本书的全部校样，而且在协助作者授课的过程中，对书中的许多内容还提出了建设性的意见。对于这些同志的热诚帮助和辛勤劳动，作者在此表示真诚的感谢！另外，在本书的写作过程中，作者得到了哈工大校领导、研究生院和航天学院领导以及控制工程系领导的大力支持，在此作者一并表示感谢！

由于作者水平有限，书中错误和不当之处在所难免。在此，作者诚挚的欢迎读者和同行提出批评指正意见。

段广仁

1996年6月

于哈尔滨工业大学

符 号 表

符 号	含 义
A, B, Φ, \dots	大写黑斜体字母表示矩阵
u, y, ϕ, \dots	小写黑斜体字母表示向量
u, y, α, \dots	小写斜体字母表示标量函数或标量
V, Ω, \dots	大写斜体英文字母或大写希腊字母表示集合
0	零数字、零向量或零矩阵
$\mathbf{C}^{m \times n}$	所有 $m \times n$ 复元素矩阵的全体
$\mathbf{R}^{m \times n}$	所有 $m \times n$ 实元素矩阵的全体
\mathbf{C}^n	所有 n 维复列向量的全体 (即 $\mathbf{C}^{n \times 1}$)
\mathbf{R}^n	所有 n 维实列向量的全体 (即 $\mathbf{R}^{n \times 1}$)
\mathbf{C}	所有复数的全体 (即 \mathbf{C}^1)
\mathbf{R}	所有实数的全体 (即 \mathbf{R}^1)
$\dim V$ 或 $\dim(V)$	子空间 V 的维数
\exists	存在
\in	元素属于
\forall	任取
\subset	集合含于
\supset	集合包含
\cup	集合的并
\cap	集合的交
$p \Rightarrow q$	p 蕴涵 q
$p \Leftarrow q$	q 蕴涵 p
$p \Leftrightarrow q$	p 等价 q
\dot{x}	$= \frac{d}{dt} x$
\ddot{x}	$= \frac{d}{dt} \dot{x}$
$\ddot{\ddot{x}}$	$= \frac{d}{dt} \ddot{x}$
$x^{(i)}$	$= \frac{d^i}{dt^i} x$
$\ x\ $	向量 x 的欧氏范数

I_n	n 阶单位矩阵
A^{-1}	矩阵 A 的逆
A^T	矩阵 A 的转置
\bar{A}	矩阵 A 的共轭
A^*	矩阵 A 的共轭转置
$A > 0$	矩阵 A 正定
$A \geq 0$	矩阵 A 半正定
$A > B$	$A - B > 0$
$A \geq B$	$A - B \geq 0$
$\lambda_i(A)$	矩阵 A 的第 i 个特征值
$\lambda_{\max}(A)$ 或 $\bar{\lambda}(A)$	矩阵 A 的最大特征值
$\lambda_{\min}(A)$ 或 $\underline{\lambda}(A)$	矩阵 A 的最小特征值
$\rho(A)$	矩阵 A 的谱半径
$\sigma(A)$	矩阵 A 的谱 $\{\lambda \det(\lambda I - A) = 0\}$
$\sigma_i(A)$	矩阵 A 的第 i 个奇异值
$\sigma_{\max}(A)$ 或 $\bar{\sigma}(A)$	矩阵 A 的最大奇异值
$\sigma_{\min}(A)$ 或 $\underline{\sigma}(A)$	矩阵 A 的最小奇异值
$A^{1/2}$	由 $(A^{1/2})^T(A^{1/2}) = A$ 定义
$\ A\ _2$	矩阵 A 的谱范数
$\ A\ _F$	矩阵 A 的 Frobenius 范数
$\ A\ _1$	矩阵 A 的行和范数
$\ A\ _\infty$	矩阵 A 的列和范数
$\mu_i(A)$	由 $\ A\ _i$ ($i = 1, 2, \infty$) 导出的测度
$\operatorname{Re} A$ 或 $\operatorname{Re}(A)$	矩阵 A 的实部
$\operatorname{Im} A$ 或 $\operatorname{Im}(A)$	矩阵 A 的虚部
$\operatorname{tr} A$ 或 $\operatorname{tr}(A)$	矩阵 A 的迹
$\det A$ 或 $\det(A)$	矩阵 A 的行列式
$\operatorname{rank} A$ 或 $\operatorname{rank}(A)$	矩阵 A 的秩
$\operatorname{Adj} A$ 或 $\operatorname{Adj}(A)$	矩阵 A 的伴随矩阵
$\Delta\Delta\Delta$	证明结束符

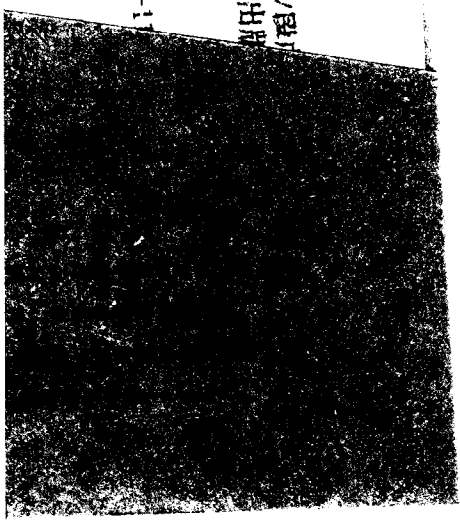
段广仁，1962年4月5日生于黑龙江。1983年9月获东北重型机械学院应用数学专业学士学位；1986年8月获哈尔滨船舶工程学院现代控制理论专业硕士学位；1989年9月获哈尔滨工业大学一般力学专业博士学位。1989年10月进入哈尔滨工业大学机械工程学科博士后流动站，1991年8月出站时破格晋升为副教授，同年11月破格晋升为教授。

现为美国电子电气工程师学会(IEEE)高级会员、美国数学学会(AMS)会员、美国《数学评论》评论员，任《信息与控制》编委、《哈尔滨工业大学学报》中文版和英文版编委、中国自动化学会青年工作委员会委员、黑龙江省自动化学会理事、黑龙江省自动化学会青年工作委员会主任委员、哈尔滨工业大学控制理论研究室主任等职。

目前的主要理论研究方向是鲁棒控制理论、广义系统理论和现代控制理论在航天领域中的应用。发表学术论文120余篇，在1990年国内期刊个人学术榜中名居全国第6位(见中国科技情报所的研究报告《1990年中国科技论文统计与分析》)。自1990年以来主持了国家自然科学基金课题、国家教委博士点基金课题、航天工业总公司八五预研课题等十余项课题的研制工作。曾获第二届黑龙江省科学技术协会青年科技奖、国家教委科学技术进步二等奖(第一完成人)、航天工业总公司科技进步二等奖(第一完成人)和中共中央组织部、国家人事部和中国科协联合颁发的第四届中国青年科技奖；1995年被评为黑龙江省优秀中青年专家，并被美国MARQUIS WHO'S WHO出版的第14版《Who's Who in the World》收录。

31.93
C28

线性系统理论/段广仁
哈尔滨工业大学出版
385页：16开
ISBN 7-5603-11



ISBN
78

目 录

绪论

0.1 现代控制理论概述	1
0.2 线性系统理论概述	4
0.3 本书的内容安排	9

第一章 数学基础

1.1 线性空间与线性变换	11
1.2 矩阵代数中的几个结果	16
1.3 多项式矩阵	20
1.4 有理分式矩阵及其互质分解	25
1.5 若当分解	29
1.6 广义Sylvester矩阵方程	35
小结	39
习题	40

第二章 线性系统的数学描述

2.1 线性系统的传递函数描述	44
2.2 线性系统的状态空间描述	46
2.3 两种描述形式的比较及相互转换	52
2.4 线性系统的代数等价性	59
2.5 复合系统的数学模型	61
小结	65
习题	65

第三章 线性系统的运动分析

3.1 运动分析的含义	69
3.2 状态转移矩阵及其性质	71
3.3 线性时变系统的运动分析	73
3.4 线性定常系统的运动分析	76
3.5 脉冲响应矩阵	80
小结	84
习题	84

第四章 线性系统的能控性和能观性

4.1 能控性和能观性的定义	87
4.2 线性时变系统的能控性判据	91
4.3 线性定常系统的能控性判据	95

4.4 对偶原理与能观性判据	99
4.5 线性系统的能控、能观性指数	103
4.6 单输入-单输出线性系统的能控规范型和能观规范型	107
4.7 多输入-多输出线性系统的能控规范型和能观规范型	114
4.8 线性系统的结构分解	125
*4.9 线性系统的实现问题	134
小结	139
习题	140
第五章 系统的运动稳定性	
5.1 Lyapunov意义下的运动稳定性	144
5.2 线性时变系统的稳定性判定	151
5.3 线性定常系统的稳定性	156
*5.4 二阶动力学系统的稳定性	162
*5.5 线性系统的外部稳定性	165
小结	167
习题	168
第六章 极点配置与特征结构配置	
6.1 线性系统的常规控制律	171
6.2 极点配置问题及其解的存在性	176
6.3 状态反馈极点配置问题的求解方法	181
6.4 状态反馈特征结构配置	186
*6.5 输出反馈特征结构配置	191
*6.6 模型匹配(Model Matching)问题	199
小结	203
习题	204
第七章 镇定问题与渐近跟踪问题	
7.1 镇定问题及其解的存在性	207
7.2 线性系统的状态反馈镇定律设计	210
7.3 渐近跟踪问题——定常参考信号的情形	214
*7.4 模型参考输出跟踪问题	218
小结	225
习题	225
第八章 线性二次型最优控制	
8.1 变分法简介	228
8.2 有限时间状态调节器问题	233
8.3 无限长时间状态调节器问题	240
*8.4 输出调节器问题	244
*8.5 输出跟踪问题	246

小结.....	250
习题.....	251
*第九章 线性系统中的解耦问题	
9.1 输入-输出解耦问题.....	253
9.2 输入-输出动态解耦——可解耦条件.....	257
9.3 输入-输出动态解耦——算法与算例.....	263
9.4 干扰解耦.....	268
9.5 跟踪系统中的干扰解耦.....	272
小结.....	280
习题.....	281
第十章 状态观测器设计	
10.1 全维状态观测器.....	283
10.2 降维状态观测器.....	288
10.3 Luenberger函数观测器.....	293
10.4 观测器——状态反馈控制系统与分离原理.....	298
*10.5 环路传递复现(LTR)问题.....	303
小结.....	307
习题.....	308
*第十一章 离散线性系统理论	
11.1 离散动态系统的数学描述.....	310
11.2 线性离散系统的运动分析.....	312
11.3 线性连续系统的时间离散化.....	315
11.4 离散时间系统的稳定性.....	319
11.5 离散时间系统的能控性和能观测性.....	324
11.6 连续系统时间离散化后保持能控和能观测的条件.....	329
11.7 离散系统的控制问题.....	333
小结.....	338
习题.....	339
*第十二章 鲁棒控制	
12.1 鲁棒性定义.....	342
12.2 鲁棒控制的研究内容.....	345
12.3 时域稳定鲁棒性分析.....	349
12.4 线性系统的输出反馈鲁棒镇定.....	356
12.5 鲁棒极点配置.....	361
12.6 鲁棒Luenberger观测器设计.....	369
小结.....	376
习题.....	377
参考文献	378

绪 论

0.1 现代控制理论概述

线性系统理论是现代控制理论的一个重要组成部分,因此,在了解线性系统理论之前,了解一下现代控制理论,弄清楚线性系统理论在现代控制理论中的位置与地位是非常必要的。

控制理论包括古典控制理论和现代控制理论两大部分。

0.1.1 从古典控制理论到现代控制理论

古典控制理论的起源可以追溯到本世纪20年代。在20~40年代之间,曾涌现出许多古典控制理论的先驱,如Minorsky、Nyquist、Hagen、Bode和Wiener等。他们的工作^[1]为古典控制理论奠定了基础,同时促进了二次大战中的许多武器和通信自动化系统的研制工作。大战后人们更多地总结了武器研制和设计方面的实践经验,陆续出版了古典控制理论方面的一些古典著作^[2],建立了较为系统的伺服理论。这对战后的许多实际自动控制工程起到了良好的指导作用,也为人类在较短的时间征服宇宙空间作出了贡献。二次大战后到50年代中期,控制理论又得到了新的发展,添加了根轨迹法、非线性系统的谐波近似法(描述函数法)、采样控制系统、自寻最优控制和部分最优控制、多变量系统、系统灵敏度分析和动态系统测试等新内容。到60年代初期,出现了划时代意义的状态空间方法、极大值原理和Kalman滤波技术以及Bellman动态规划。至此古典控制理论的发展与现代控制理论接轨。

概括性地讲,古典控制理论是具有下述特点的一门科学:

- ①以单变量线性定常系统为主要研究对象;
- ②以频率法作为研究控制系统动态特性的主要方法;
- ③以各种图表,如Nichols图、Bode图、Nyquist曲线、根轨迹Roth表等作为系统分析和综合的主要工具。

在特定输入下研究系统输出的运动规律称为系统的运动分析,而按一定动态性能要求,如稳定性、误差精度和各种动态指标——飞升时间、带宽、超调量和误差系数等,来改变这种运动规律,称为系统综合。值得指出的是,在古典控制理论的发展过程中,开始和后来都曾用过时域方法,如微分方程和差分方程描述等,但频率法却是主导的。同样,古典控制理论发展的后期,也曾研究过多变量系统和非线性系统,但从整体上看,它是以研究单变量线性定常系统为主的。

0.1.2 现代控制理论的形成与特点

现代控制理论起源于60年代。它以下述三个方面作为其形成的标志:

0.1.3 现代控制理论的研究内容与分支

控制理论的研究对象是系统，而所谓的控制是指系统的控制。从这一角度来看，现代控制理论的研究内容和分支在很大程度上要取决于系统的范畴。

系统的概念及其含义是比较广泛的。系统是由相互关联和相互作用的若干部分按一定规律组合而成的具有特定功能的一个整体。系统可具有完全不同的属性，如工程系统、生物系统、经济系统、社会系统等。但是，在系统理论中，常常抽去具体系统的物理或社会含义而把它抽象化为一个一般意义下的系统加以研究，这种处理方法有助于揭示系统的一般特性。系统的概念具有相对性，系统的每个组成部分也可以是一个系统，而系统自身又可以是一个更大系统的组成部分。系统最基本的特征是它的整体性，系统的行为和性能是由其整体所决定的，系统可以具有其组成部分所没有的功能，有着相同组成部分但它们的关联和作用不同的两个系统可呈现出截然不同的行为和功能。

系统有静态系统和动态系统之分。动态系统又称之为动力学系统，其含义是含有动力学行为，在模型描述上表现为含有系统变量的导数项或差分项，也即系统模型可用微分或差分方程来部分或完全描述。而静态系统的模型则只是各变量间的代数方程。在系统与控制理论中，主要研究动态系统。

对于动态系统，有连续和离散之分。凡是用微分方程描述的系统为连续系统；凡是用差分方程描述的系统为离散系统。对于连续和离散系统，有线性和非线性之分。凡在其模型描述中含有非线性微分或差分环节的系统称之为非线性系统，而在其模型中只含有线性微分或差分环节的系统称之为线性系统。对于线性和非线性系统，又都有确定性和随机性之分。凡在其模型描述中含有随机变量的系统称之为随机系统，而那些其模型中不含有随机变量、只含有确定性变量的系统称之为确定性系统。进一步对于确定性系统和随机系统，又都有正常和奇异之分。所谓正常系统是指在其模型描述中状态变量的个数与微分或差分环节数目一致的系统；而奇异系统是指那些模型中同时含有状态的微分或差分方程和代数方程的系统。奇异系统也常称为广义系统。对于正常系统和广义系统，又都有单变量和多变量之分。凡是具有一个输入变量和一个输出变量的系统称之为单变量系统，而凡是具有多个输入和/或多个输出的系统称之为多变量系统。对于单变量系统和多变量系统，又有定常和时变之分。凡在其模型描述中含有时变参数的系统称之为时变系统，而凡在其模型描述中全部参数均与时间无关的系统称之为定常系统或时不变系统。而对于定常系统和时变系统，又都有确知和不确定之分。凡其模型完全确定、参数已知的系统称之为确知系统，而在其模型描述中含有未知因素的系统称之为不确定系统。动态系统的上述分类过程示于图0.1.1之中。注意，在该图的各个层次中，每上一层的限定定语仍然作用于下一层。如第六层的单变量系统实为连续、线性、确定性的和定常的并且是确知的单变量系统。这样，在古典控制理论中所研究的系统实际上只是一类非常窄的连续、线性、确定性的和正常的单变量确知系统。另外需要说明的是，此图中各层的排列顺序并不很重要，调换它们的顺序只是改变一些层次的修饰语的顺序。还有，此图在纵向和横向上都可以继续分划下去。

在现代控制理论中，图0.1.1中的任何一个层次中的任一位置所代表的系统均在所研究之列。现代控制理论的内容即是这些系统的分析和设计，包含了非常广泛的内容。

目前图0.1.1所示的所有系统的分析和设计，均得到了一定程度上的讨论。并根据所讨

的一类理想化了的模型。当描述动态系统的数学方程具有线性属性时，称相应的系统为线性系统。线性系统是一类最简单且研究得最多的动态系统。线性系统的一个基本特征是满足叠加原理，即若表示系统的数学描述为 L ，那么对任意两个输入变量 u_1 和 u_2 以及任意两个有限常数 c_1 和 c_2 ，必有

$$L(c_1 u_1 + c_2 u_2) = c_1 L(u_1) + c_2 L(u_2)$$

但是，应当指出，上述叠加原理的关系式通常只适用于有限项和，如果不附加假设就不能推广到无穷项和。线性系统满足叠加原理这一属性，导致了其在数学处理上的简便性，使得可以采用比较成熟的数学工具，如数学变换(傅里叶变换、拉普拉斯变换等)和线性代数，来研究它的运动和性质。

严格地说，一切实际的系统都是非线性的，真正的线性系统在现实世界中是不存在的。但是，很大一部分实际系统，它们的某些主要关系特性，在一定的范围内，可以充分精确地用线性系统来近似地代替。并且，实际系统与理想化了的线性系统间的差别，对于所研究的问题而言，已经小到无关紧要的程度而可忽略不计。因此，从这个意义上说，线性系统或者可线性化的系统又是大量存在的，而这正是研究线性系统的实际背景。对于一个实际的系统是否可将其按线性系统处理，一般难以给出普遍的和绝对的判断准则，需要对具体系统进行具体的分析。这里，不仅需要考虑系统本身的因素，而且也需要考虑所研究问题方面的因素，只有从这两个方面才能决定是否可把一个实际系统看成为线性系统。

将线性系统进行更细致的分类，可区分为线性定常系统和线性时变系统两类情况。线性定常系统也称为线性常系数系统，其特点是描述系统状态的线性微分或差分方程中的每一个系数都是不随时间变化的常数。如果系统的线性微分或差分方程的系数不全为常数，其中包含有为时间 t 的函数的系数，则这样的系统就为线性时变系统，通常也称为线性变系数系统。考虑到系统的运动状态的特性和描述此系统的微分方程或差分方程的类型有着密切的联系，而不同类型的微分方程在解的特性上有着重要的和实质性的差别，因此把线性系统作上述分类是必要的和有意义的。从实际的观点而言，线性定常系统也只是一种实际系统的理想化模型，它是对实际系统经过近似化和工程化处理后所导出的一类理想化系统。线性常系数系统是最易于研究的，而且为数很多的实际系统都可在一定的范围内足够精确地用线性常系数系统来代替，因此它是线性系统理论的主要研究对象。

0.2.2 线性系统理论的主要任务

简单地讲，线性系统理论主要研究线性系统状态的运动规律和改变这种运动规律的可能性和方法，建立和揭示系统结构、参数、行为和性能间的确定的和定量的关系。通常，研究系统运动规律的问题称为分析问题，研究改变运动规律的可能性和方法的问题则为综合问题或设计。前者属于认知系统，后者则为改造系统。

(1) 系统数学模型的建立

不管是对系统进行分析还是综合，一个首要的前提是建立起系统的数学模型。在建立模型时，最重要的是要确定什么是需要反映和研究的主要系统属性，并在此基础上定出它的定量关系。随着所考察的问题的性质的不同，一个系统可以有不同类型的模型，它们代表了系统的不同侧面的属性。数学模型中的基本要素是变量、参量、常量和它们之间的关系。系统模型中的变量，包括状态变量、输入变量和输出变量，在有些情况下还需要考

