

21

世纪高等院校教材

力学

史可信 编



科学出版社

www.sciencep.com

21 世纪高等院校教材

力 学

史可信 编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是南京大学本科教学改革计划中的立项教材,是作者在南京大学理科应用物理类专业讲授力学课程基础上写成的。

本书讲述了经典力学的基本概念与基本定律,以牛顿运动定律适用的质点力学为基础,逐步扩大研究范围到质点组、刚体以及机械振动与机械波。还扼要介绍了流体力学和相对论的基本知识。有相当篇幅是属于应用性较强的内容,同时也有意引入了一些处于研究阶段的题材以及悬而未决的问题,作者的意图是使读者从中体验力学科学是紧密联系实际。

本书可作为理科应用物理类各专业的教学用书,也可作为各类高校理工科专业的教学用书或自学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

力学/史可信编. —北京:科学出版社,2003

(21世纪高等院校教材)

ISBN 7-03-011550-3

I. 力… II. 史… III. 力学-高等学校-教材 IV. O3

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第048355号

责任编辑:李鹏奇 张邦国/责任校对:陈丽珠

责任印制:安春生/封面设计:黄华斌

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2003年8月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2003年8月第一次印刷 印张: 21 1/4

印数: 1—3 000 字数: 390 000

定价: 30.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换(环伟))

序 言

这本《力学》教材，是史可信根据他在南京大学多年讲授应用物理类专业的力学课讲义而改编的。其基本内容已屡经教学实践检验，具有可教性和可读性。南京大学在力学课的教学改革上力度大，有长期经验积累。例如，它避免和中学物理的机械重复，初步使用微积分和矢量分析，使得理论力学适度融入力学而又保持两个循环，加强了力学课理论和实践的结合，拓宽了力学原理的应用范围，有利于打好扎实的基础和培养应用能力。梁昆森编著的《力学》是南京大学力学教改的结晶，荣获国家级优秀教学一等奖。本教材继承了南京大学教改的优势和特色，并与时俱进有所发展。

教育部立项《高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划》中 02-02-6 项目涉及“应用物理类专业教学内容和课程体系改革研究”。南京大学、西安交通大学、武汉大学、华东理工大学和石油大学（华东）等五所学校参加了该项目工作。本教材的编写是该项目的一部分工作，凝结着集体的智慧。这五所高校的有关人员曾在西安交通大学开会，专门研讨应用物理类专业普通物理的教学内容；有关力学的意见，在本教材的编写中得到了贯彻，对质量的提高起了很好的作用。教育部提出了物理学基础性和应用性两类人才的重要思想。基础性人才从事探索物理学新规律和新性质的知识创新工作；应用性人才肩负高新技术的开发，将科学转化为生产力的任务。考虑到两类人才今后的工作任务和性质不同，应用物理专业的培养规格应中介于物理学基础性人才和工科技术人才之间，兼取二者的优点形成自己的特色。应用物理类专业力学课的要求应该和物理专业有所不同，着重于为技术开发和应用能力的培养打好基础。希望使用这本教材的老师和同学一起朝着这个方向努力。

力学研究机械运动的规律。由于位置的变动是物质最基本的最低级的运动形态，任何自然界的高级和复杂的运动形态都离不开机械运动。这决定了力学的重要性，势必渗透到自然科学的各个领域，形成交叉融合，产生创新的概念和创新的应用技术。莫道力学已古老，老树新枝花更俏。

宏观物体的机械运动有看得见的形象性。“眼见为实”，力学使学生在掌握了丰富的感性知识基础上，进入抽象的理性规律的认识；而且这种形象性有利于从实验事实来验证抽象规律的真理。例如，弹簧振子的运动，从弹

性力的认识,运动方程的求解,和实验现象的对比,都体现形象和抽象的对立统一.力学作为第一门物理课,在培养学生的思维能力上具有不可替代的优势和魅力.所以,力学课是对学生进行唯物论和科学认识论教育的最好场所.本教材已经注意发挥力学的这种优势.本教材特别重视从具体条件出发的建模,使学生明确具体真理有适用条件.例如,强调了质点、刚体都是特定条件下的理想化模型,指出了经典力学的适用条件等等.

本教材重视循序渐进,从质点到质点组,再到刚体,体现了从特殊到一般,又从一般到特殊的认识规律.本教材除了重视打好坚实的力学基础之外,还将力学渗透到其他领域形成现代化的知识,特别是将各种具体应用知识作为选读材料安排,既满足了因材施教、发展个性的需要,又有利于培养学生的自学能力.

随着知识经济的孕育,知识更新的速度越来越快.全面建设小康社会的奋斗目标包括“形成全民学习、终身学习的学习型社会,促进人的全面发展”.学习本质上是自学,教材中安排了供自学的选读材料,这是符合发展规律的教育思想的进步.学习阅读材料后写课程论文作为成绩考核的一部分,这也是考试改革值得尝试的工作.

力学是基础学科,从近代物理的高度审视力学教学内容,对称性和守恒定律应该得到加强,相对论知识应有启蒙教育.本教材已经做了这方面的努力.这本教材简明扼要,清新华实,适宜作为“少学时”力学课的教材,特此推荐.

柯善哲 谨识

前 言

力学作为应用物理类专业学生学习物理学的入门课程，同时也是初步应用矢量函数和高等数学微积分的一门重要基础课程。它所阐述的力学基本知识、基本概念、基本规律和基本方法，不仅是学生学习后继的物理学其他分支学科以及自然科学其他学科的基础，同时也有利于培养学生踏实、严谨的思想作风、科学的思维方法，因此也有利于提高学生科学文化素质。

当今科学技术飞速发展，也同样包括力学及其边缘学科在内。这就必然要对人才培养提出更高的要求。如何使力学这门基础课程的教材与培养应用类专业人才的要求相适应，这是应用物理类专业力学教材改革需要考虑的问题。在遵循科学性、系统性和可接受性原则下，根据教学实践中的体会，应力求以较短的篇幅来阐明经典力学基本内容，同时需增加应用性题材，还应有科学研究的某些力学题材，包括那些属于探讨性的悬而未决的问题。这样既保持了一般力学教材的基本要求，又适应了培养应用型人才这一特殊要求，即应用型人才应具有的开阔思维空间和探索科学新应用精神。

以上便是力学教材内容安排上的一些考虑。

对于所安排的应用性题材内容等都有相对独立性，在教学中可按需选用，有些扩大知识面或较深入的内容列在选读材料中，以备读者参考。为了满足没有学过高等数学的刚入学大学生也能顺利学习力学课程，教材中特意补充了微积分初步，作为附录放在后面。为了让学生容易接受，由质点直线运动问题直接引出微积分问题，然后再对微积分作一般介绍。学习了附录中的内容，以后便可结合课程内容，逐步深入到力学中微积分多方面的应用之中。这是一个循序渐进的过程，实践表明，是可以收到良好教学效果的。

在编写和修改书稿的过程中，作者得到卢德馨、柯善哲、徐效海诸位先生的指教，在此表示深深的谢意。同时还要感谢江苏石油化工学院江兴方先生对本书最后完稿和电脑绘制插图所作出的贡献。

作者学识有限，教材中谬误之处难免，望读者给予赐教。

作 者

目 录

绪论	(1)
第一章 质点运动学	(6)
§ 1 直线运动	(6)
§ 2 曲线运动	(11)
§ 3 坐标系的应用	(17)
思考题与习题	(25)
选读材料	(28)
第二章 质点动力学	(30)
§ 4 牛顿运动定律	(30)
§ 5 质点动力学问题的求解	(32)
思考题与习题	(52)
选读材料	(55)
第三章 质点的运动定理	(57)
§ 6 动量定理	(57)
§ 7 角动量定理	(61)
§ 8 功	(64)
§ 9 势能	(67)
§ 10 动能定理 机械能守恒 功能原理	(70)
§ 11 有心力问题 行星运动	(75)
思考题与习题	(85)
选读材料	(89)
第四章 质点组运动定理	(96)
§ 12 质点组的动量定理	(99)
§ 13 质点组的角动量定理	(102)
§ 14 质点组的动能定理 机械能守恒定律	(105)
§ 15 两体运动问题	(109)
§ 16 两体碰撞问题	(117)
§ 17 变质量物体的运动	(121)
思考题与习题	(125)

选读材料	(131)
第五章 刚体力学	(134)
§ 18 刚体的运动类型	(134)
§ 19 力系的简化	(136)
§ 20 刚体的平衡	(139)
§ 21 刚体的平动	(142)
§ 22 刚体的定轴转动	(143)
§ 23 刚体的平面平行运动	(151)
§ 24 高速转动物体的回转效应	(159)
思考题与习题	(162)
选读材料	(166)
第六章 非惯性系	(173)
§ 25 平动参考系	(174)
§ 26 定轴转动参考系	(179)
§ 27 转动参考系中的动力学问题	(184)
§ 28 地球自转所产生的影响	(187)
思考题与习题	(193)
选读材料	(196)
第七章 弹性力学简介	(198)
§ 29 弹性体的拉伸或压缩	(198)
§ 30 弹性体的剪切形变	(199)
§ 31 梁的弯曲	(201)
§ 32 圆杆的扭转	(203)
思考题与习题	(205)
第八章 振动与波	(207)
§ 33 一维振动	(207)
§ 34 谐振动的合成	(219)
§ 35 一维波的形成	(226)
§ 36 驻波和多普勒效应	(236)
§ 37 空间波	(242)
§ 38 波的干涉	(247)
思考题与习题	(248)
选读材料	(251)
第九章 流体力学	(257)

§ 39 理想流体	(257)
§ 40 流体静力学	(258)
§ 41 流体的运动学	(264)
§ 42 理想流体稳恒流动的运动定理	(266)
§ 43 黏性流体	(271)
思考题与习题	(274)
选读材料	(277)
第十章 相对论力学	(280)
§ 44 伽利略变换与经典时空观	(280)
§ 45 迈克耳孙-莫雷实验 (1881~1887)	(282)
§ 46 洛伦兹变换	(284)
§ 47 狭义相对论的时空观	(286)
§ 48 狭义相对论动力学	(289)
§ 49 广义相对论简述	(295)
思考题与习题	(298)
习题参考答案	(301)
参考文献	(309)
附录 微积分初步	(310)
名词汉英对照索引	(318)

绪 论

自然界广阔无限,从宇宙中的星系到分子原子中的核子和电子,从各种气体、液体状态到固体状态,大小各异,形态各异.所有这些客观实在都是物质,整个自然界就是由各种各样的物质组成的,因此,世界是物质的世界.

一切物质又都处于永不停息的运动之中.在哲学上,“运动”一词就泛指宇宙中物质所发生的一切变化与过程,从简单的位置移动到高级的人脑思维,包括了从初级到高级的各种运动形式.

各种学科的任务就是研究各种运动形式的特殊规律性以及它与其他运动形式之间的联系.物理学是自然科学中的一门基础学科,它研究物质运动中最基本、最普遍的运动形式,也就是说它研究的是初级的物质运动形式,包括机械运动、分子热运动、电磁过程、原子与原子核内部的运动等等.物理学所研究的这些运动形式又普遍地存在于其他高级的复杂的运动形式之中,例如存在于化学变化、生物机体的各种过程中.由此可见,物理学在自然科学中占有十分重要的地位.因此,它也就成了自然科学和工程技术领域的基础学科.

“力学”即经典力学,作为物理学中的分支学科,它研究宏观物体(其线度和人的感觉可相比较)做机械运动的规律.所谓机械运动指的是物体在空间的位置随时间的变化,这是物质运动最初级的运动形式.因而,“力学”也就成为物理学以及自然科学中最为基础的学科.微观(原子尺寸)客体,由于波粒二象性而遵循量子力学规律,经典力学失效.

“力学”是一门古老的同时又是有生命力的学科.“力学”科学的发展是始终跟人类的生产活动紧密联系的,它随着社会生产的发展而发展.在漫长的岁月里,经过了无数人的辛勤工作,特别是伽利略(G. Galilei, 1564~1642)、牛顿(I. Newton, 1643~1727)等人的创造性工作,使力学最早成为一门完善的学科.因此,从这个意义上说,它是一门“古老”的学科.但由于几乎在物质的一切运动形式中都包含有机运动这种最简单最基本的运动形式,因此,它必然是自然科学和工程技术领域广泛需要的一门基础学科.自然科学和工程技术各个领域的新发展需要它,近代航空航天工程、空间技术等方面的迅速发展,又不断提出新的力学研究课题,促使“力学”科学的不断发展.因此,它又是一门有生命力的学科.

下面介绍几个重要的概念.

(1)时间与空间 时空观

由于运动不能离开时间,也不能脱离空间,机械运动就是研究宏观物体的空间位置随时间的变化.在经典力学中,认为时间和空间是绝对的,空间是一个固定不变的框架,时间似水流逝.时间与空间彼此独立,时间和空间跟物质的运动无关.这就是人们所称的绝对时空观,又称经典的时空观.这种时空观只适用物体速度远小于光速的情形,而在力学中,所研究物体的速度通常远小于光速,所以经典的时空观完全适用,但是,当物体的速度大到可以与光速相比较时,例如加速器中的电子,时间与空间有关,而且时间和空间跟物体的运动有关,因此,经典的时空观不再适用,这时候就要代之以相对论时空观,这是在 20 世纪初期由伟大科学家爱因斯坦(A. Einstein, 1879~1955)提出的,并为后来的实验所证实了的新的时空观.可见,经典力学对研究高速运动现象必然失败.

(2)单位制

物理学中有各种物理量,定量表示它时需要有一定的标准,这种比较的标准称为单位.各种物理量都有各自相应的单位,人们通常把单位分成两类:基本单位和导出单位.

按目前通行的国际单位制(即 SI 制),作为力学量的基本单位有:

长度单位	米(m)
质量单位	千克(kg)
时间单位	秒(s)

物理学量的基本单位,除了包括以上力学量的三个基本单位外,还有:

电流强度	安培(A)
热力学温度单位	开尔文(K)
物质的量的单位	摩尔(mol)
发光强度单位	坎德拉(cd)

限于力学量,仅需用到米、千克、秒三个基本单位,并构成一个单位制,故可称为米-千克-秒制(MKS 制).

(3)量纲

量纲表示导出单位与基本单位之间的联系,它给出了导出单位由基本单

位组成的关系,这种关系需要借助于基本的物理定律或物理量的定义式给出.例如,速度和加速度的量纲表示分别为 $[v] = LT^{-1}$, $[a] = LT^{-2}$, 力的量纲表示为 $[F] = MLT^{-2}$, 这里是依据牛顿第二定律给出了力的量纲.

物理量的量纲表示可以用来进行单位换算.例如,由力的量纲表示,考虑到从 CGS(厘米、克、秒)制换到 MKS 制时,因为长度和质量的单位分别增大 10^2 和 10^3 倍,所以 1 牛顿 = 10^5 达因,同时量纲表示可用来检验公式的正确性.因为只有量纲相同的量才能彼此相加、减和用等号相联系.如果等式两边的量其量纲表示不同,则必有错误.

(4) 质点

质点是力学中的一个模型.对于研究的具体宏观物体,都具有一定的形状、大小,在外力作用下或改变温度时,或多或少会发生形变.在我们所研究的问题中,这些性质都存在,但不必都顾及,我们只要保留对所研究问题中起主要作用的性质,而撇开其他影响不大的性质,这样就把一个具有多种性质的复杂宏观物体“简化”为一种理想化客体,即所谓模型.例如,地球是一个椭球体,由于外力作用及其内部运动其形状也会发生变化,当我们只限于研究它绕太阳的轨道运动时,由于地球的线度远小于地球和太阳的距离,那么它的形状、大小以及形变等与研究的作轨道运动这样的问题没有什么影响,或者说影响很小,这时就可以把地球抽象为没有体积、形状,但有全体质量的一个“点”,即质点.在这里“质点”是研究地球绕太阳作轨道运动时,将地球“抽象”成的一种理想化模型.同样,对其他所研究的宏观物体,只要其体积、形状或形变等与所研究的问题无关,或影响甚小,就可以把它抽象成仅具有全体质量的一个几何点,即质点.但研究宏观物体的转动或碰撞时,就可以不考虑物体的形变,而用“刚体”这个模型.因此,对于同一个宏观物体采用何种模型,应视所研究问题而定.

(5) 参考系与坐标系

物体的位置只能相对地确定,即相对于选定的标准物体而言的,被选定的标准物体就称为参照物,参照物也可以是多个相互间没有相对运动的物体群.通常把为确定物体的位置,被选定的参照物或物体群称为参考系.同样,物体的运动的描述也就是相对于参考系而言的,运动总是相对于参考系的运动.当我们选定参考系后,参考系就被当作是“静止的”,研究的是物体相对于“静止”参考系的运动.对于物体同一个运动,选择不同的参考系,运动的描述是不同的.“坐地日行八万里”,那是以太阳为参考系描述地球的运动,若取地球自身为参考系,地球是不动的.由于从广义上说,所有物质都处于永不停息的运动之中,所以运动是绝对的,无疑参考系本身也是运动的,只是暂时把它当作“静

止”而已.在力学中,人们通常把地球或与地球固连的物体作为参考系,选用这样的参考系对我们研究地球上物体的运动情形最为方便,但这只能算作是一个粗糙的惯性参考系,它并不考虑地球自转运动的影响.对于质点运动的描述,原则上可任选方便的参考系,但对于动力学问题,牛顿定律仅对惯性系适用(详见§4).

坐标系,为了具体地表示物体相对于参考系的位置或具体地描述相对于参考系的运动,一般地说还得在参考系上建立适当的坐标系.当我们在参考系上建立起具体的坐标系以后,参考系就抽象为只表示位置的坐标系了.物体的位置就是在该坐标系上的位置,物体的运动就是在该坐标系上的运动,亦即相对于该坐标系的运动.

常用的坐标系有直角坐标系、极坐标系和自然坐标系,对于大家不熟悉的自然坐标系在以后应用时再作具体介绍.

(6) 标量和矢量

对于各种物理量包括力学量,从数学运算的规则来区分,可以大致分为标量和矢量两大类.标量是完全可以由单一的数量来表示的一类物理量,如质量、密度、能量等等,数学上标量服从代数运算法则.矢量则与标量不一样,它既有量值又具有方向的特征,在合成时要按平行四边形法则(或三角形法则)进行.如力、位移、速度、加速度、动量等等皆是矢量.矢量的几何表示是有向线段,线段的方向表示矢量的方向,线段的长度按一定的比例表示矢量的量值.书写时,矢量需用粗体字或者在字母上加一小箭头表示,如 $\vec{A}$ 或 $\mathbf{A}$.在经典力学中,许多重要的力学量是矢量,许多重要的定律、定理在数学上是用矢量关系式表示出来的,而且这种关系式表示并不依赖具体的坐标系,因此,矢量在经典力学中具有特别重要的地位,从这种意义上讲,可以说矢量是经典力学使用的一种重要语言,或者说经典力学就是矢量力学了.

关于矢量的代数运算,包括

1) 矢量加减法

满足交换律、结合律和分配律.例如,对矢量 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{C}$ 而言

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A},$$

$$\mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = (\mathbf{A} + \mathbf{C}) + \mathbf{B},$$

$$c(d\mathbf{A}) = (cd)\mathbf{A},$$

$$c(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = c\mathbf{A} + c\mathbf{B},$$

这里的 c 、 d 是标量.

2) 矢量乘法

矢量的标积(又称点积)和矢积(又称叉积)分别是

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta,$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{C}.$$

两矢量 $\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{B}$ 的标积是标量, θ 是两矢量 $\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{B}$ 之间的夹角. 两矢量 $\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{B}$ 的矢积仍旧是矢量, 矢量 $\mathbf{C}$ 的量值 $|\mathbf{C}| = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \sin \theta$, $\mathbf{C}$ 的方向按右手螺旋法则确定: 张开右手掌, 使四指与大拇指垂直, 然后让四指指向矢量 $\mathbf{A}$, 再沿小于 180° 的方向转向矢量 $\mathbf{B}$, 则大拇指指向即为矢量 $\mathbf{C}$ 的方向, 如图 0-1 所示.

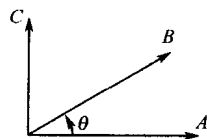


图 0-1 矢积

矢量函数的初步知识

矢量函数 若一个矢量 $\mathbf{A}$ 随某个标量 t 的变化而变化, 则我们便说 $\mathbf{A}$ 是 t 的矢量函数, 记作 $\mathbf{A}(t)$. 例如质点运动的速度 $\mathbf{v}$ 一般是时间 t 的矢量函数, 记作 $\mathbf{v}(t)$, 其含意是任一瞬时 t , 都有一个速度矢量 $\mathbf{v}(t)$ 与它对应, 即给定一个时间 t , 不单单决定了速度 $\mathbf{v}$ 的量值 $|\mathbf{v}|$, 而且还决定了速度 $\mathbf{v}$ 的方向.

矢量函数的几何表示 以二维(即平面)矢量函数 $\mathbf{A}(t)$ 为例, 由于矢量的表示是有向线段, 所以矢量函数 $\mathbf{A}(t)$ 的几何表示便是随着标量 t 的变动, 由这些有向线段构成的矢量图.

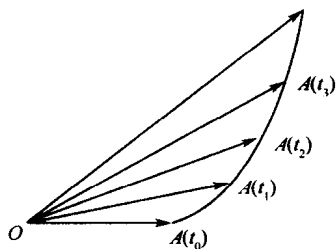


图 0-2 矢量图

具体地说, 先在平面上选定一点 O , 然后依照自变量 t 的变化顺序, 用通过 O 点的有向线段表示变动着的矢量 $\mathbf{A}(t)$, 它们依次为 $\mathbf{A}(t_0)$ 、 $\mathbf{A}(t_1)$ 、 $\mathbf{A}(t_2)$ 、 $\dots$, 按照一定的比例, 由线段的长度表示矢量 $\mathbf{A}(t)$ 的量值, 它们依次是 $|\mathbf{A}(t_0)|$ 、 $|\mathbf{A}(t_1)|$ 、 $|\mathbf{A}(t_2)|$ 、 $\dots$, 各线段的方向表示自变量为 t 时的矢量 $\mathbf{A}$ 的方向. 这样就可以形象地表示出矢量 $\mathbf{A}$ 随 t 变化的情形. 矢量 $\mathbf{A}(t)$ 的终端构成的一条曲线叫做矢

端轨线, 这是一条平面曲线, 如图 0-2 所示.

有关三维矢量函数的矢量图, 可类似于平面矢量函数的情形那样讨论, 相应的矢端轨线便是空间曲线.

关于矢量函数的微商运算的讨论将结合课程内容进行.

第一章 质点运动学

质点运动学研究如何描述质点所做的机械运动,这里不涉及引起这种运动的原因.就质点运动学而言,直线运动是最简单的情形,我们将由此入手,然后再讨论曲线运动.讨论曲线运动时,在引入质点运动的位移、速度和加速度以后,再讨论具体坐标系的应用.

需要指出的是,尽管直线运动最简单,但当涉及到描述这种运动的细节时,例如瞬时速度和瞬时加速度,与中学物理相比较出现了一个很大的转折,具体地说遇到了初等数学不能解决的困难,它需要有高等数学的微积分知识才能解决.在这里只是结合直线运动的内容来说明微积分的具体应用.

§1 直线运动

质点相对于参考系作直线运动,其轨道必定是一条直线,因此,这时的参考系便可以抽象成一个坐标轴,该坐标轴就在直线轨道上,取定原点 O ,正指向在箭头一方,通常在原点向右一方.质点在坐标轴上离原点 O 的距离为 x ,此即质点的坐标,如图 1-1 所示.

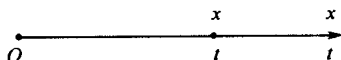


图 1-1 直线运动

坐标有正负(以“+”、“-”来区分),表示质点在坐标轴上处于原点 O 的哪一边,处于原点的右边,即在坐标轴的正方向其坐标 x 为正,反之则为负.

为了表示质点坐标随时间的变化,还应建立时间轴,选某时刻为初始时刻,此时刻依照习惯可取为时间轴的零点,其后时间用 t 表示.为方便起见,又取坐标轴原点与时间轴零点相重合.于是,质点的位置(即 x 坐标)随时间的变化关系可表示为

$$x = x(t), \quad (1-1)$$

上式称为质点做直线运动的运动学方程,它给出了质点在坐标轴上运动情形完备的描述.

随后我们研究质点运动的快慢问题.

假设质点在 t_1 时刻, 坐标为 x_1 , 在 t_2 时刻, 坐标为 x_2 , 则在时间间隔 $\Delta t = t_2 - t_1$ 内, 质点的位移为

$$\Delta x = x_2 - x_1,$$

在该段时间间隔内质点运动的平均速度为

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}, \quad (1-2)$$

它给出了在时间间隔 Δt 之内质点运动的平均快慢, 但不能反映在该段时间内运动快慢细致的变化情形. 为此, 可以再细分时间段, 从而得到每一小段时间内的平均速度. 如此下去, 把时间段一再分小, …… , 最后希望知道某瞬时的运动快慢, 因为知道了某瞬时的运动快慢, 也就知道了时间间隔 Δt 内质点运动快慢的细致变化情形了.

现在的问题是, 在瞬时 t 的运动快慢应如何得到? 这就要借助于数学上极限的概念, 即取平均速度 $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, 当 Δt 趋近于零时的极限值, 这个极限值也就给出了质点在瞬时 t 的运动快慢, 此即通常所说的瞬时 t 的速度, 即

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

这个极限值在数学上又可进一步表示为坐标对时间的微商, 即

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}, \quad (1-3)$$

由此可见, 质点做直线运动时的速度是坐标 x 对时间 t 的微商, 在物理上它是坐标 x 的时间变化率. 速度的量纲为 $[v] = \text{LT}^{-1}$.

接着再研究质点作直线运动时速度变化的快慢. 中学教材里, 已经有了加速度这个概念, 但通常只取加速度为常量的情形. 在这里不局限于这种情形.

可以先给出平均加速度, 它是速度增量 $\Delta v = v_2 - v_1$ 与时间增量 $\Delta t = t_2 - t_1$ 的比值, 即

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}, \quad (1-4)$$

平均加速度只给出 t_1 到 t_2 时间内速度变化快慢的平均值. 如果要知道 Δt 内速度变化的细致情形, 就应再细分时间段, 直至求出瞬时 t 的速度变化快慢, 此即瞬时的加速度, 它就是平均加速度 $\bar{a}$ 取当 Δt 趋近于零时的极限值, 此极限值即为速度对时间的微商, 也即坐标对时间的二次微商, 即

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}. \quad (1-5)$$

加速度是速度的时间变化率,加速度的量纲为 $[a]=\text{LT}^{-2}$.

上面结合质点直线运动,讨论了质点运动的速度和加速度的定义,同时也引入了高等数学中“微商”.为了使没有学过高等数学微积分的同学在学习“力学”课程时有一个必要数学准备,在附录中介绍了微积分初步,以供参考.对于完整而严谨的微积分学应当在为大家开设的“高等数学”中学习.

例 1 已知质点的运动学方程为 $x = t^3 + 8\text{m}$, 试求该质点在第 1 秒末到第 2 秒末这段时间内的平均速度,平均加速度以及质点的瞬时速度、加速度.

解 平均速度为

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{(t_2^3 + 8) - (t_1^3 + 8)}{t_2 - t_1} = 16 - 9 = 7(\text{m/s}),$$

方向沿 x 轴的正方向.

瞬时速度为

$$v = \frac{dx}{dt} = 3t^2.$$

因而第 1 秒末和第 2 秒末的速度分别为

$$v_1 = 3t_1^2 = 3\text{m/s}, \quad v_2 = 3t_2^2 = 12\text{m/s},$$

平均加速度为

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{3t_2^2 - 3t_1^2}{t_2 - t_1} = 12 - 3 = 9\text{m/s}^2,$$

瞬时加速度为

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = 6t,$$

因而第 1 秒末和第 2 秒末的加速度分别为

$$a_1 = 6t_1 = 6\text{m/s}^2, \quad a_2 = 6t_2 = 12\text{m/s}^2.$$

例 2 已知质点由地面起竖直向上运动,其运动学方程为

$$x = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2,$$

试求该质点竖直向上运动的速度和加速度.

解 质点的速度和加速度分别是

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 - gt, \quad a = \frac{dv}{dt} = -g,$$

从速度的表示式可知,当 $t = t_1 = \frac{v_0}{g}$ 时, $v_1 = 0$, 此时质点到达最高位置

点. 当 $t > t_1$ 时, $v < 0$, 质点向下运动, 当 $t = t_2 = \frac{2v_0}{g}$ 时, 质点又回到地面.