PROBLÈMES COMMENTÉS DE PHYSIQUE GÉNÉRALE

J. HERVÉ

MASSON & CIE. ÉDITEURS, 120 Bd. St GERMAIN · PARIS-VI^e

PROBLÈMES COMMENTÉS DE PHYSIQUE GÉNÉRALE

par

Jacques HERVÉ
Maître de Conférences à la Faculté
des Sciences de Poitiers

MASSON ET C[ie] — ÉDITEURS
120, Boulevard St Germain - Paris VIe
1965

PROBLÈMES COMMENTÉS
DE
PHYSIQUE GÉNÉRALE

À LA MÊME LIBRAIRIE

COURS DE PHYSIQUE GÉNÉRALE par Georges BRUHAT

Électricité, 8e édition, par G. GOUDET, 1963, 912 pages, 530 figures.

Mécanique, 6e édition, par A. FOCH, 1961, 724 pages, 607 figures.

Thermodynamique, 5e édition, par A. KASTLER, 1962, 822 pages, 272 figures.

Recueil de Problèmes, 5e édition, par J. ROIG, 1962, 548 pages, 339 figures.

Optique, 6e édition par A. KASTLER, 1965, 908 pages, 723 figures.

ÉLECTRICITÉ *(Cours de physique à l'usage de la licence)*, par M. ROUAULT.

FASCICULE I. *Électrostatique. Magnétostatique. Électromagnétisme. Phénomènes quasi stationnaires*, 1963, 246 pages, 173 figures.

FASCICULE II. *Propagation. Électricité corpusculaire. Milieux matériels. Radioélectricité, (sous presse)*.

MÉCANIQUE PHYSIQUE *(Cours de physique à l'usage de la licence)* par J.P. PÉREZ, 1961, un volume de 200 pages, avec 171 figures.

THERMODYNAMIQUE *(Cours de physique à l'usage de la licence)*, par J. BROCHARD, 1963, un volume de 310 pages, avec 142 figures.

MÉCANIQUE PHYSIQUE ET EXPÉRIMENTALE, par A. FOCH.

TOME I. — *Statique et résistance des matériaux*, 1961, 326 pages, 210 figures.

MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE DES FLUIDES, par R. COMOLET.

TOME I. — *Statique et dynamique des fluides non visqueux*, 1961, 244 pages, 221 figures.

TOME II. — *Dynamique des fluides réels. Turbomachines*, 1963, 442 pages, 343 figures, 17 planches.

TOME III. — *Recueil de problèmes*, avec la collaboration de J. BONNIN, 1964, 358 pages, 243 figures.

PROBLÈMES DE MATHÉMATIQUES À L'USAGE DES PHYSICIENS, par Y. CHOQUET-BRUHAT, 1963, un volume de 318 pages, avec 33 figures *(Collection d'ouvrages de mathématiques à l'usage des physiciens)*.

ÉLECTROSTATIQUE, par E. DURAND.

TOME I. — *Les distributions*, 1964, 516 pages, 492 figures.

TOME II. — *Les milieux matériels* (en préparation).

INTRODUCTION

CE LIVRE est le fruit de cinq années d'enseignement à l'Ecole Normale Supérieure de Saint-Cloud, en classe préparatoire à l'Agrégation de Physique. Le point de départ de cet enseignement était fourni par les énoncés des problèmes proposés au Concours. Chaque problème était d'abord résolu au tableau avec participation de toute la classe puis donnait lieu à des développements de différentes natures : exercices complémentaires, questions de cours soulevées dans l'énoncé, explication des phénomènes mis en jeu. On retrouvera dans ce livre le même cheminement. Les problèmes traités sont ceux proposés à l'Agrégation masculine et féminine au cours des huit dernières années. J'en donne une solution détaillée suivie des commentaires qu'ils m'ont suggérés.

Le premier but que je me suis proposé dans mon enseignement et par suite dans ce livre était d'apprendre aux élèves à traiter dans leurs moindres détails toutes les questions posées par *l'énoncé*. Pour y parvenir, il faut non seulement connaître le sujet traité mais le dominer suffisamment pour pénétrer la pensée de l'auteur de l'énoncé et comprendre d'emblée l'objet de certaines questions à première vue obscures. Beaucoup de science et beaucoup de finesse sont donc nécessaires pour faire une bonne solution. Ces qualités, une fois acquises, permettront à l'étudiant non seulement de réussir aux examens, avantage que l'on aurait tort de mépriser, mais aussi de s'adapter aux conditions de sa vie professionnelle future. A chaque instant, en effet, lui seront posés, en termes plus ou moins clairs, des « problèmes » de tous ordres et il lui faudra savoir « lire entre les lignes », pénétrer le sens exact des questions posées et y répondre de façon précise.

Le second but de ce livre est de communiquer au lecteur différents « *Commentaires* ». Certains consistent en des mises au point sur des concepts théoriques utilisés dans des chapitres divers de la Physique, tels que la notion d'impédance ou la transformée de Fourier. D'autres mises au point concernent des questions à la limite du programme, par exemple l'effet de peau, ou des domaines généralement mal connus des élèves de licence, en particulier la Mécanique générale. J'ai cherché d'autre part à expliquer l'origine physique de certains des phénomènes étudiés dans les problèmes. Des notions de Physique des Solides, de Spectroscopie, d'Électronique sont ainsi introduites. La Mécanique quantique, sous sa forme la plus élémentaire, est mise en œuvre. Enfin, j'ai proposé et résolu des exercices sur des sujets encore peu courants dans les examens, par exemple sur le bruit de fond.

Cet ouvrage s'adresse, non seulement aux candidats à l'Agrégation, mais à tous ceux, candidats à la Licence, élèves ingénieurs, chercheurs, qui ont à acquérir une solide culture en Physique générale. Le programme de l'Agrégation apporte en effet les éléments essentiels d'une telle culture et les quelques ouvertures sur la Physique moderne données en commentaires en seront le complément indispensable.

Par son objet, ce livre se distingue assez nettement des recueils d'exercices existants et ne fait pas double emploi avec eux. En particulier, le *Recueil de problèmes* de G. Bruhat et J. Roig reste indispensable à l'étudiant soucieux de s'exercer systématiquement sur toutes les parties du cours de Physique générale. A ce propos, je remercie très vivement Mr le Pr Roig qui m'a encouragé à publier ce livre et m'a autorisé à traiter les problèmes d'Agrégation masculine 1957 et féminine 1958 déjà résolus dans son *Recueil*.

Je remercie également les auteurs d'énoncés, MM. les Professeurs Maréchal, Curien, Cojan, Roig, Raoult et Blaquière qui ont bien voulu s'intéresser à ce livre et me faire bénéficier de leurs remarques, Mr Jacob auteur de diverses solutions parues dans le « *Bulletin de l'Union des Physiciens* », et Mr Gaudaire qui a accepté très amicalement de relire les épreuves.

Ce livre doit beaucoup à mes élèves de l'Ecole Normale Supérieure de St. Cloud. La participation active de la classe aux séances de problèmes suscitait de fructueuses discussions et bien des idées contenues dans ce livre en sont issues. Que tous trouvent ici l'expression de ma reconnaissance.

février 1964.

RAYONNEMENT - FOUR SOLAIRE

AGRÉGATION MASCULINE 1956

ÉNONCÉ

N. B. — *Les parties II, III, IV, et V du problème sont indépendantes.*

***I — Calcul préliminaire de certaines constantes solaires.* — 1°** *Calculer la masse M_s du soleil, supposé sphérique, sachant que la terre décrit autour de cet astre et d'un mouvement uniforme une orbite que l'on assimilera à un cercle, dont le rayon est égal à 150 millions de kilomètres, en un temps de 365 jours et que deux masses ponctuelles de 1 gramme, distantes de 1 centimètre, s'attirent avec une force égale à: $G = 6{,}68.10^{-8}$ dynes (constante de l'attraction universelle).*

2° *Calculer la masse spécifique moyenne ρ_s du soleil, sachant que l'on voit de la terre le diamètre solaire sous l'angle $2\,\alpha_s = 32$ minutes d'arc. On désignera par R_s, le rayon du soleil.*

3° *Calculer la puissance P rayonnée par la surface du soleil en l'assimilant à un corps noir à la température absolue $\Theta = 5710$ °K, sachant que un centimètre carré de corps noir, à la température absolue 1 °K, rayonne, dans le demi-espace, une puissance $\sigma = 5{,}71.10^{-5}$ erg/s (constante de Stefan).*

4° *Calculer la perte de masse par seconde correspondant à cette puissance P et la masse d'hélium produite, si l'on admet que l'énergie solaire provient d'un cycle de réactions, dont le bilan se traduit par la fusion de quatre protons en un noyau d'hélium.*

On donne:

$$H^+ = 1{,}00758 \quad , \quad He^{++} = 4{,}00276,$$

vitesse de la lumière dans le vide:

$$c = 300\,000 \text{ km/s}.$$

***II — Équilibre thermique de la terre.* — 5°** *Calculer la puissance p reçue par centimètre carré de surface terrestre lorsque celle-ci est exposée normalement aux rayons solaires, en négligeant tout d'abord l'absorption de l'atmosphère.*

6° En négligeant toujours l'absorption de l'atmosphère et en assimilant la terre à une sphère de température uniforme, dont la surface est parfaitement absorbante pour toutes les longueurs d'onde, calculer sa température absolue d'équilibre T'_0.

7° Dans le but d'étudier sommairement l'influence de l'absorption atmosphérique sur la température absolue d'équilibre T_0 *du sol terrestre, on assimilera l'atmosphère à un écran d'épaisseur négligeable devant le rayon terrestre de température absolue uniforme* T_a*, caractérisé par un facteur de transmission globale* τ_s*, correspondant aux radiations solaires émises par un corps à température élevée* (Θ) *et par un facteur de transmission globale* τ_0 *pour les radiations émises par un corps «froid» (température* T_0 *ou* T_a*). On admettra que la surface du globe terrestre absorbe entièrement les radiations solaires ainsi que les radiations émises par l'atmosphère et que les échanges d'énergie entre l'atmosphère et le sol ne sont dus qu'au rayonnement. Calculer dans ces conditions les températures* T_0 *et* T_a.

Application numérique:

$$\tau_s = 0{,}5 \quad ; \quad \tau_0 = 0{,}1.$$

Critiquer rapidement les hypothèses simplificatrices faites ici.

III — Étude d'un four solaire. — 8° *Un miroir parabolique concave M, de distance focale SF = f, forme dans son plan focal l'image du soleil (fig. 1), dont le centre est situé sur l'axe du miroir. L'image paraxiale coïncide exactement avec une ouverture pratiquée dans une enveloppe E, convenablement calorifugée, contenant une substance à traiter s (fig. 2): on admettra qu'il règne dans cette enceinte une température absolue uniforme* T_e *et que le four ne perd de chaleur que par le rayonnement de son ouverture; on négligera d'autre part l'effet de l'occultation du faisceau incident sur le miroir par le four.*

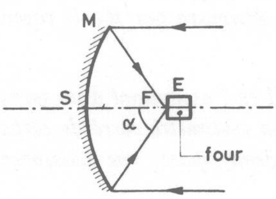

FIG. 1.

Déterminer la température absolue d'équilibre T_e *du four en fonction du demi-angle au sommet* α *du cône des rayons lumineux qui arrivent en F, du facteur de transmission global* τ *de l'ensemble optique (atmosphère, héliostat et miroir parabolique) et de la tempérture absolue* Θ *du soleil.*

On fera tout d'abord un calcul approximatif, valable lorsque α *est petit et on l'appliquera au cas où:*

$$\alpha = 15° \quad \textit{et} \quad \tau = 0{,}5.$$

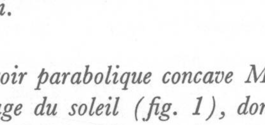

FIG. 2.

Après avoir vérifié que le faisceau conique de rayons, réfléchi par un petit élément du miroir, couvre constamment l'ouverture du four, on exprimera T_e *par une formule valable pour une valeur quelconque de* α *et on l'appliquera au cas où:*

$$\alpha = 45° \quad \textit{et} \quad \tau = 0{,}5.$$

Comment serait modifié ce dernier résultat, si l'on admettait que les pertes par conductibilité sont égales aux pertes par rayonnement à la température d'équilibre?

9° *On utilise le dernier dispositif du paragraphe 8 (où $\alpha = 45°$) et on admet, pour simplifier le calcul, que les pertes par conduction sont constamment égales aux pertes par rayonnement. Supposant que le faisceau solaire est interrompu accidentellement par un nuage opaque pendant 10 secondes, on évaluera la chute de température ΔT subie par le four au bout de ces 10 secondes, sachant que la surface de son ouverture est de 100 cm², et que son inertie calorifique équivaut à celle de 2 kilogrammes d'eau.*

Lorsque le faisceau solaire est rétabli, il se produit un réchauffement; étudier, en faisant les approximations que légitime la petitesse de ΔT par rapport à T_e, la loi de variation de la température absolue T en fonction du temps. Etudier les variations de la différence $T_e - T$ en fonction du temps, à partir du moment où le nuage interrompt le faisceau et calculer la constante de temps t_0 de la phase de réchauffement (temps nécessaire pour que la différence $T_e - T$ soit divisée par e).

On donne: $J = 4{,}18$ joules par calorie gramme.

10° *Evaluer approximativement la force exercée sur le four par la pression de radiation, en se plaçant toujours dans le dernier cas du paragraphe 8. On rappelle qu'un photon d'énergie $h\nu$ (ν fréquence de la radiation, h constante de Planck), possède la quantité de mouvement $\dfrac{h\nu}{c}$. On négligera l'influence du rayonnement solaire réfléchi par les bords du miroir, qui ne pénétrerait pas dans le four.*

IV — Étude spectrophotométrique de l'atmosphère. — 11° *Un spectrographe comprend les éléments suivants:*

- *un réseau plan par réflexion R (fig. 3), constitué par une surface métallique sur laquelle on a tracé 200 traits par millimètre. Les angles d'incidence i et de diffraction i' sont pratiquement égaux, comme l'indique la figure;*
- *un miroir concave M de distance focale $f = 1$ mètre;*
- *une fente d'entrée F, de 1 millimètre de largeur, située dans le plan focal de M et une fente de sortie F', image de F donnée par le système optique pour une longueur d'onde de réglage λ_0;*
- *un petit miroir plan m', renvoyant latéralement la lumière réfléchie par M;*
- *un miroir concave m, formant l'image de F' sur un ruban bolométrique noirci r.*

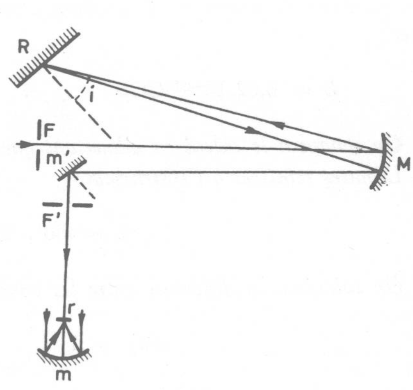

Fig. 3.

On admettra que l'image de la fente recouvre exactement le ruban et que l'équilibre thermique de celui-ci n'est déterminé que par les échanges de rayonnement.

Calculer la dispersion $\frac{d\lambda}{dx}$, *évaluée en angströms par millimètre, dans le plan du spectre du premier ordre, au voisinage de la fente de sortie* F'; *le spectrographe est réglé pour la longueur d'onde* $\lambda_0 = 5$ *microns, dans le premier ordre. En négligeant les variations de la luminance de la source au voisinage de* $\lambda = \lambda_0$, *représenter la répartition spectrale du flux* Φ *qui sort de la fente de sortie en fonction de* $\lambda - \lambda_0$.

Montrer que ce flux équivaut à un flux réparti uniformément dans un intervalle spectral de largeur $\delta\lambda$ *égal à la moitié de l'intervalle total dans lequel il se répartit effectivement. On négligera le flux diffracté par le réseau dans les ordres supérieurs à un.*

12° *On éclaire maintenant la fente d'entrée à l'aide de l'image du soleil; montrer:*

a) *que ce montage permet d'étudier l'absorption de l'atmosphère en fonction de la longueur d'onde;*

b) *que la température absolue* T_r *du ruban peut s'exprimer en fonction de la température* T_0, *que l'on supposera commune à l'atmosphère et à l'appareil, du facteur de transmission* $\tau(\lambda)$ *de l'atmosphère pour la longueur d'onde* λ, *du demi-angle au sommet* β *du cône des rayons qui viennent former sur* r *l'image de* F', *de l'intervalle spectral* $\delta\lambda$, *de la température absolue* Θ *du soleil et de quelques constantes physiques. On admettra que le facteur de transmission de l'appareillage, pour la longueur d'onde* λ *est égal à 0,7 et que le ruban bolométrique n'est noirci que d'un côté, l'autre côté étant supposé parfaitement réfléchissant.*

On utilisera l'expression suivante du flux énergétique rayonné par un élément de surface ds d'un corps noir, à la température absolue T, *dans un cône d'angle solide* $d\omega$, *dont le rayon moyen fait l'angle* β *avec la normale à la surface:*

$$d\Phi = \frac{2h \cdot c^2 \cdot \lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} ds \cdot \cos\beta \cdot d\omega \cdot d\lambda,$$

avec:

$$h = 6{,}62 \cdot 10^{-27} \text{ CGS} \qquad \textit{et} \qquad k = 1{,}38 \cdot 10^{-16} \text{ CGS et degré K.}$$

On conduira le calcul en admettant que $T - T_0$ *est petit devant* T_0.

Données relatives à l'instrument:

$$\beta = 30°, \ T_0 = 300° \text{ K.}$$

On calculera la différence entre les températures correspondant respectivement à :

$$\tau(\lambda) = 1 \qquad \textit{et} \qquad \tau(\lambda) = 0.$$

L'appareil vous paraît-il bien réglé?

13° *Montrer que l'on peut encore opérer sans l'aide du soleil, ni d'aucun autre astre, en pointant l'appareil vers une région obscure du ciel nocturne. Calculer la nouvelle variation de température obtenue pour* $\tau = 1$ *puis pour* $\tau = 0$ *et préciser son signe.*

V — Évaluation de la pression et de la température à l'intérieur du soleil. — **14°** *Nous admettrons que le soleil est constitué par une masse gazeuse présentant la symétrie sphérique (la masse spécifique ρ, la pression p, la température absolue T ne sont fonctions que de la distance r au centre). Si G est la constante d'attraction universelle, $M(r)$ la masse de matière située à l'intérieur de la sphère de rayon r, exprimer $\frac{dM}{dr}$ et $\frac{dp}{dr}$.*

Si l'on admet d'autre part que la masse spécifique ρ est constante, exprimer la pression p_0 au centre du soleil et la calculer.

15° *Supposant encore que la masse spécifique ρ du soleil est constante, on admet que le gaz est constitué pratiquement par un mélange électriquement neutre de noyaux et d'électrons et que les noyaux contiennent chacun un grand nombre de protons et sensiblement le même nombre de neutrons. Montrer que tout se passe comme si l'on avait affaire à un gaz de masse moléculaire $\mu = 2$.*

Évaluer dans ces conditions la température absolue T au centre du soleil.

La constante molaire des gaz parfaits est: $R = 8{,}31.10^7$ CGS.

16° *Toujours avec la même hypothèse (constance de ρ), évaluer la pression de radiation correspondant à cette dernière température et reprendre au besoin le calcul de la température au centre du soleil.*

SOLUTION

I - 1° — Ecrivons, pour le mouvement de la terre, l'égalité de la force d'inertie $m\omega^2 R$ (m = masse de la Terre, ω = vitesse angulaire, R = rayon de l'orbite) à la force d'attraction $G\frac{mM_s}{R^2}$:

$$\omega^2 R = G\frac{M_s}{R^2},$$

$$\boxed{M_s = \frac{\omega^2 R^3}{G} = 4\pi^2 \frac{R^3}{GT^2},}$$

où T est la période.

Application numérique dans le système C.G.S.

$$R = 1{,}5.10^{13}\ \text{cm} \quad , \quad T = 365 \times 24 \times 3600\ \text{s}.$$

$$\boxed{M_s = 2{,}01.10^{33}\ \text{g}.}$$

I - 2° —

$$\boxed{\rho_s = \frac{3}{4\pi}\frac{M}{R_s^3},}$$

où R_s, rayon du soleil, vaut :

$$\boxed{R_s = \alpha_s R.}$$

APPLICATION NUMÉRIQUE :

$$\boxed{\begin{aligned} R_s &= 6{,}98.10^{10}\ \text{cm}, \\ \rho_s &= 1{,}403\ \text{g/cm}^3. \end{aligned}}$$

Bien que formé d'éléments légers (hydrogène, hélium...), le soleil a une densité notable par suite de la forte pression.

I - 3° —

$$\boxed{P = 4\pi R_s^2 \sigma\, \Theta^4.} \qquad (1)$$

APPLICATION NUMÉRIQUE :

$$\boxed{P = 3{,}82.10^{33}\ \text{ergs/s}.}$$

I - 4° — La perte de masse par seconde μ est liée à la puissance P par la relation :

$$P = \mu c^2,$$

d'où :

$$\boxed{\mu = \frac{P}{c^2}.}$$

APPLICATION NUMÉRIQUE :

$$\boxed{\mu = 4{,}25.10^{12}\ \text{g/s}.}$$

La réaction globale s'écrit :

$$4H^+ \rightarrow He^{++} + 2e^+ + \text{rayonnement}.$$

En négligeant la masse des électrons et désignant par m_H et m_{He} les masses d'hydrogène et d'hélium respectivement détruite et produite :

$$\frac{m_H}{4H} = \frac{m_{He}}{He} = \frac{\mu}{4H - He},$$

d'où :

$$\boxed{m_{He} = \mu \frac{He}{4H - He}.}$$

Application numérique :

$$\boxed{m_{He} = 6{,}20.10^{14} \text{ g/s.}}$$

II - 5° —

$$\boxed{p = \frac{P}{4\pi R^2}.} \qquad (2)$$

Application numérique :

$$\boxed{p = 1{,}35.10^6 \text{ ergs/s/cm}^2.}$$

II - 6° — Ecrivons l'égalité entre :

— la puissance reçue par la Terre $p \,.\, \pi R_T^2$ (où R_T est le rayon de la Terre)

— et la puissance émise par la Terre, qui, étant parfaitement absorbante, rayonne comme un corps noir : $\sigma T_o'^4 \,.\, 4\pi R_T^2$.

$$p = 4\sigma T_o'^4,$$

$$\boxed{T_o' = \sqrt[4]{\frac{p}{4\sigma}}.} \qquad (3)$$

Application numérique :

$$\boxed{T_o' = 277° \text{ K.}}$$

REMARQUE : D'aprés (1) et (2), la température T'_o peut se mettre sous la forme simple :

$$\boxed{T'_o = \sqrt{\frac{\alpha_s}{2}}\,.\,\Theta.} \tag{4}$$

II - 7° — Écrivons l'équilibre thermique de la Terre. L'énergie reçue du Soleil est :

$$\sigma\Theta^4\,\alpha_s^2\,\tau_s\,.\,\pi R_T^2\,.$$

D'après la loi de Kirchhoff (Commentaires § 4°), l'énergie rayonnée par l'atmosphère est égale au produit de son pouvoir absorbant $(1 - \tau_o)$ par l'énergie rayonnée par le corps noir à la même température T_a; la Terre reçoit donc de l'atmosphère l'énergie :

$$\sigma T_a^4\,(1 - \tau_o)\,.\,4\pi R_T^2\,.$$

Enfin l'énergie rayonnée par la Terre est :

$$\sigma T_o^4\,.\,4\pi R_T^2\,.$$

Finalement l'équilibre thermique de la Terre s'écrit :

$$\boxed{T_o^4 - (1 - \tau_o)\,T_a^4 = \tau_s T_o'^4.} \tag{5}$$

Écrivons de même l'équilibre thermique de l'atmosphère :

Énergie reçue du Soleil : $\sigma\Theta^4\alpha_s^2\,(1 - \tau_s)\,\pi R_T^2$.

Énergie reçue de la Terre : $\sigma T_o^4\,(1 - \tau_o)\,4\pi R_T^2$.

Énergie émise (par les deux sphères limitant l'atmosphère) : $\sigma T_a^4\,(1 - \tau_o) 8\,\pi R_T^2$.

$$\boxed{- T_o^4 + 2T_a^4 = \frac{1 - \tau_s}{1 - \tau_o}\,T_o'^4.} \tag{6}$$

Résolvons le système (5)-(6) par rapport à T_o et T_a :

$$\boxed{T_o = \sqrt[4]{\frac{1 + \tau_s}{1 + \tau_o}}\,T'_o \quad , \quad T_a = \sqrt[4]{\frac{1 - \tau_s\,\tau_o}{1 - \tau_o^2}}\,T'_o.}$$

APPLICATION NUMÉRIQUE :

$$\boxed{T_o = 300°\,K \quad , \quad T_a = 274°\,K.}$$

CRITIQUE DES HYPOTHÈSES. — La Terre n'est pas un corps noir. Il faudrait tenir compte de son pouvoir réfléchissant (océans, glaciers, ...). D'autre part la température de l'atmosphère n'est pas uniforme.

III - 8° — ***a***) α **petit.** — 1ᵉ MÉTHODE : La puissance solaire captée par le miroir pénètre intégralement dans le four puisque l'ouverture coïncide avec l'image du Soleil. Écrivons que cette puissance est égale à la puissance rayonnée par l'ouverture du four :

$$\tau\sigma\Theta^4\alpha_S^2\,\pi R_M^2 = \sigma T_e^4 \,.\, \pi\,(f\alpha_S)^2,$$

R_M est le rayon de la circonférence du miroir; $\pi\,(f\alpha_S)^2$ représente la surface de l'ouverture (fig. 4).

$$T_e^4 = \tau\left(\frac{R_M}{f}\right)^2\Theta^4.$$

Finalement :

$$\boxed{T_e = \tau^{\frac{1}{4}}\alpha^{\frac{1}{2}} \,.\, \Theta.} \qquad (7)$$

APPLICATION NUMÉRIQUE :

$\alpha = 15°$,

$$\boxed{T_e = 2460°\ \mathrm{K}.}$$

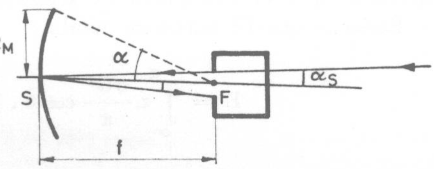

FIG. 4.

2ᵉ MÉTHODE : La luminance du Soleil, vue du point F est :

$$\tau\,\frac{\sigma\Theta^4}{\pi}.$$

La puissance solaire pénétrant dans le four est donc, par unité de surface d'ouverture (éclairement),

$$E = \tau\,\frac{\sigma\Theta^4}{\pi}\,.\,\pi\alpha^2 = \tau\sigma\Theta^4\alpha^2,$$

puisque $\pi\alpha^2$ est l'angle solide des rayons solaires. La relation (7) résulte immédiatement dc l'égalité dc cette puissance à la puissancc $H = \sigma\,T_e^4$ rayonnéc par unité de surface d'ouverture (radiance).

b) α **quelconque.** — Le faisceau des rayons solaires réfléchis par l'élément dS de centre P forment un cône d'axe PF (fig. 5). Sa section par le plan focal est une ellipse sensiblement centrée en F. Le petit axe, perpendiculaire au plan de figure, vaut :

$$r\alpha_S\ ;$$

r, rayon vecteur de la parabole, est supérieur à f ; le petit axe de l'ellipse est donc supérieur au rayon $f\alpha_s$ de l'ouverture du four et le faisceau couvre entièrement l'ouverture du four.

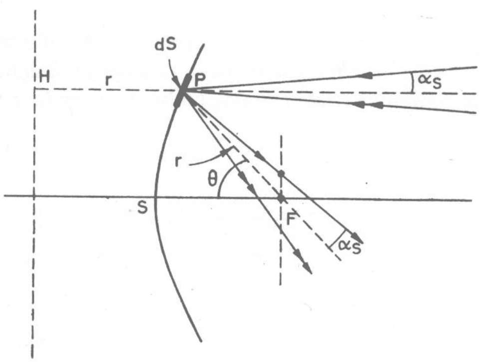

FIG. 5.

Ce fait permet d'appliquer la seconde méthode utilisée pour le cas *a*) ci-dessus (l'application de la première méthode, bien que possible, serait plus malaisée). La luminance des rayons solaires est ici encore :

$$\tau \frac{\sigma\Theta^4}{\pi},$$

et l'éclairement de l'ouverture par les rayons réfléchis sur dS est :

$$dE = \tau \frac{\sigma\Theta^4}{\pi} \cos\theta \, d\psi,$$

où $d\psi$ est l'angle solide sous lequel dS est vu de F et θ l'angle de PF avec l'axe optique(fig. 5).

Écrivons que l'éclairement total :

$$E = \int_0^\alpha \tau \frac{\sigma\Theta^4}{\pi} \cos\theta \, . \, 2\pi \sin\theta \, d\theta = \tau\sigma\Theta^4 \sin^2\alpha\,,$$

égale la radiance $H = \sigma T_e^4$:

$$\boxed{T_e = \tau^{\frac{1}{4}} (\sin\alpha)^{\frac{1}{2}} \, . \, \Theta.} \qquad (8)$$

REMARQUE : D'après (8), $T_e < \Theta$; c'est une condition imposée par le second principe de la Thermodynamique.

APPLICATION NUMÉRIQUE : $\alpha = 45°$:

$$\boxed{T_e = 4\,040° \text{ K.}}$$

PERTES PAR CONDUCTIBILITÉ. — L'équilibre s'écrit alors :

$$E = 2H,$$

d'où :

$$\boxed{T_e = \frac{\tau^{\frac{1}{4}} (\sin\alpha)^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{4}}} \Theta.} \qquad (9)$$