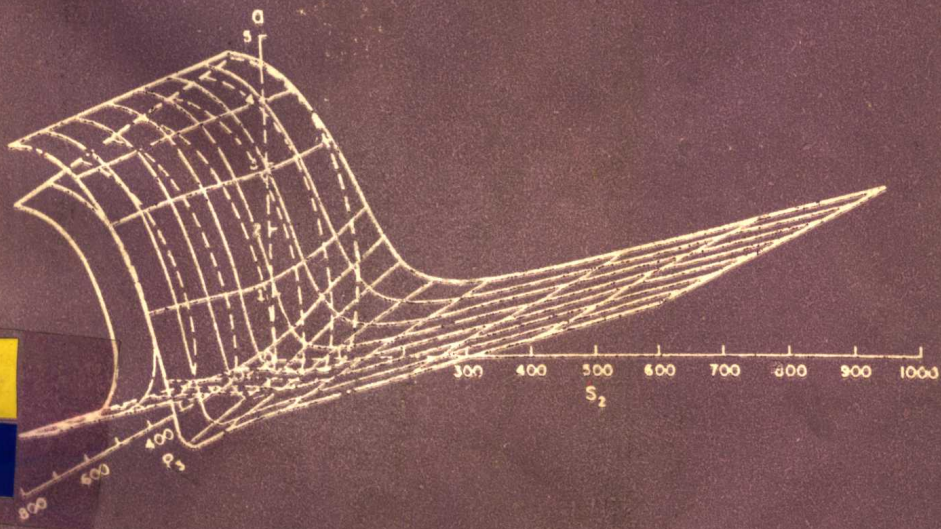


非线性振动

上册

[美] A.H. 奈弗 D.T. 穆克 著
宋家骥 罗惟德 陈守吉 译 朱照宣 校



非 线 性 振 动

上 册

[美] A. H. 奈弗 D. T. 穆克 著
宋家骥 罗惟德 陈守吉 译
朱照宣 校

高 等 教 育 出 版 社

内 容 简 介

本书根据美国 JOHN WILEY & SONS 公司 1979 年出版的 A. H. Nayfeh 和 D. T. Mook 著《Nonlinear Oscillations》译出,是非线性振动的最新著作之一,反映了这门学科 1970—1978 年的新发展。本书侧重于非线性振动的概念、方法和典型现象而不强调问题的数学方面,主要介绍如何将各种定量分析方法特别是多尺度方法用于解决物理和工程问题。

本书从基础内容一直讲到近代发展,并配有大量习题,适当取舍后可以用作不同深度,不同学时数的非线性振动课程的教材。本书论述广泛深入,附有极其丰富的参考文献,也很适合于研究工作者使用。

本书可供力学,应用数学,应用物理,机械,船舶,航空和宇航工程等方面的高年级大学生、研究生、教师和研究人员进行学习、参考。

中译本分上下册出版。

非 线 性 振 动

上 册

[美] A. H. 奈弗 D. T. 穆克 著

宋家骅 罗惟德 陈守吉 译

朱照宣 校

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京印刷二厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 13.875 字数 333,000

1980 年 6 月第 1 版 1980 年 6 月第 1 次印刷

印数 00001—1 245

ISBN 7-04-000097-0/O·45

定价 4.65 元

译 序

本书是非线性振动领域的最新著作之一。它的显著特点是比较充分地反映了这门学科在 1970—1978 年间的近代发展。以往出版的许多专著，都着重于单自由度系统和单频激励。本书则用一半以上的篇幅讨论有限自由度系统和连续系统。

尽管本书包括大量的数学运算，但在众多的非线性振动文献中，它还是偏向物理和工程应用方面的。主要目的是介绍各种定量分析方法，特别是作者曾作出重要贡献的多尺度方法。书中基本上没有涉及各种方法的理论根据的数学证明。这样可能会适合更广泛范围的读者的需要。

这本书是所谓自成体系(self-contained)的，它从基础内容一直讲到近代发展。适当选择章节后，可以用作不同深度、不同学时数的非线性振动课程的教材。二百多个习题，会大大有助于提高读者分析研究的能力。

原书附有超过 1500 篇的参考文献，搜罗之丰，诚属罕见。重要的是每篇文献都在正文中提到，因此本书实际上又是一篇极为详细的文献综述。尤其可贵的是，作者在引述近代文献时已经统一了记号，并作了某些必要的修改。这给读者带来了极大的方便，特别可以缩短青年读者学习和研究之间的距离。对于非线性振动大多数的研究课题，都可找到有关的引述。只要补充最近几年发表的论文，就可着手进行研究，免去了许多检索之劳。中译本继续保留这份文献单子，相信会受到研究工作者和广大读者的欢迎。

本书没有包括分叉理论，多维动力系统的定性方法和混沌运动等非线性振动的重要分支在内。这诚然是和作者的研究兴趣和

DAA 11/63

选材观点密切有关的。读者如有可能，应适当选学这些方面特别是有关浑沌运动。这不仅仅为了获得更全面的知识，而且还有助于深入了解定量分析方法的适用范围。

本书第一至四章、第七章由宋家骥翻译，第五章、第八章由罗惟德翻译，第六章由陈守吉翻译。作为教材，一九八一年八月由复旦大学出版过打字油印本，并承蒙许多兄弟单位陆续采用。这次正式出版前作了认真的修订，书中加了少量译注。对于大部分明显的小错误，在译文中已径直改正，不一一加注指出。译者衷心感谢朱照宣教授的精心校阅和高等教育出版社同志细致的编辑出版工作。限于译者水平，欠妥或误译之处一定还有，恳请国内专家和广大读者批评指正。

译 者

一九八四年十月于复旦大学应用力学系

原 序

近年来有关于多自由度系统¹⁾的大量研究,但现有的关于非线性振动的许多书籍中几乎没有这些内容。已出版的书籍着重于而且差不多只处理了单自由度系统。其中包括 Krylov 和 Bogoliubov (1947)²⁾, Minorsky (1947, 1962), Den Hartog (1947), Stoker (1950), McLachlan (1950), Hayashi (1953a³⁾, (1964), Timoshenko (1955), Cunningham (1958), Kauderer (1958), Lefschetz (1959), Malkin (1956), Bogoliubov 和 Mitropolsky (1961), Davis (1962), Struble (1962), Hale (1963), Butenin (1965), Mitropolsky (1965), Friedrichs (1965), Roseau (1966), Andronov, Vitt 和 Khaikin (1966), Blaquièrre (1966), Siljak (1969) 以及 Brauer 和 Nohel (1969) 的书籍。Evan-Iwanowski (1976) 和 Hagedorn (1978) 的书是例外,其中探讨了多自由度系统,但是许多近代发展尚未包括在内。本书的主要目的是填补这个空白。

打算把本书既作为课堂教学用,又供研究者参考用,所以差不多是自成体系的。前四章论述单自由度系统。虽然第四章中关于多频激励的某些结果为别处所未见,但这四章的大部分内容仍属

1) 本书中,多自由度系统 (systems having multidegrees of freedom) 包括有限自由度系统 (systems having finite degrees of freedom) 和连续系统 (continuous systems)。——译注。

2) 原版俄文,1937年出版。这里括号中的数字是指英文版的出版年份。本书所有有关年均依据书末所附参考文献所开列的版本(英文版或原版)。另外,苏联、德国等国家的作者名字均使用英文译名。——译注。

3) 在书末所附参考文献中,当某作者于同一年分发表多篇著作时,加英文字母 a, b, c... 来分别标记不同的著作。——译注。

于介绍基本概念和分析方法。后四章将这些概念和方法推广到多自由度系统。

本书强调这些系统的物理方面，因此宜用作为 A. H. Nayfeh 的《摄动方法》(Perturbation Methods)^{*)}一书的姐妹篇。本书中许多例子是解到底的，许多情形下将结果用图线表出，并用物理的语言来解释说明。

书中包括有一个广泛详细的文献目录。我们试图把出现在重要期刊中的有关本书内容的每一篇论文都列入目录中。当然一定会有遗漏，但不是故意的。除第一章外，每章末都有很多习题。这些习题由易到难，其中许多习题附有中间步骤以提示读者。事实上，其中有不少习题，假如把数值结果算出来，技巧水平会更好些。对某些习题还提供了进一步的参考文献。

感谢 D. T. Blackstock 博士，M. P. Mortell 博士和 B. R. Seymour 博士，感谢他们对第八章所提的宝贵意见，并感谢 J. E. Kaiser, Jr. 博士和 W. S. Saric 博士对第一章所提的宝贵意见。我们向我们的孩子 Samir Nayfeh(七岁)，Tariq Nayfeh(十岁)，Mahir Nayfeh(十一岁)，Art Mook(十六岁)以及 Patty Belcher, Tom Dunyak 特别道谢，感谢他们核对了参考文献。许多插图是 Chip Gilbert, Joe Mook 和 Fredd Thrasher 画的，我们向他们表示谢意。感谢 Janet Bryant，她担任了辛劳的打字工作。最后感谢 Indrek Wichman, Jerzy Klimkowski, Helen Reed, Albert Ten 和 Ten Liu，感谢他们校阅了手稿。

Ali Hasan Nayfeh Dean T. Mook

一九七九年一月于弗吉尼亚州布拉克斯堡

*) 《摄动方法》，王辅俊，徐钧涛，谢寿鑫译，陈美廉校，上海科学技术出版社，1984。——译注。

目 录

译序

原序

第一章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 单自由度保守系统	1
1.3 单自由度非保守系统	4
1.4 单自由度系统的强迫振动	7
1.4.1 Duffing 方程的主共振	7
1.4.2 Duffing 方程的次共振	12
1.4.3 具有平方非线性的系统	15
1.4.4 多频激励	16
1.4.5 自持系统	18
1.5 参数激励系统	22
1.6 有限自由度系统	29
1.7 连续系统	33
1.8 行波	39
第二章 单自由度保守系统	43
2.1 例子	43
2.1.1 单摆	43
2.1.2 受非线性弹簧约束的质点	43
2.1.3 在中心力场中的粒子	44
2.1.4 在转动的圆上的质点	45
2.2 定性分析	46
2.3 定量分析	53

2.3.1	直接展开法	55
2.3.2	Lindstedt-Poincaré 方法	59
2.3.3	多尺度方法	61
2.3.4	谐波平衡法	64
2.3.5	平均法	68
2.4	应用	70
2.4.1	单摆的运动	70
2.4.2	载流金属线的运动	74
2.4.3	在转动的抛物线上的质点的运动	80
	习题	86
第三章	单自由度非保守系统	103
3.1	阻尼的机制	103
3.1.1	Coulomb 阻尼	102
3.1.2	线性阻尼	104
3.1.3	非线性阻尼	104
3.1.4	滞后阻尼	105
3.1.5	材料阻尼	108
3.1.6	辐射阻尼	109
3.1.7	负阻尼	112
3.2	定性分析	116
3.2.1	奇点的研究	120
3.2.2	等倾线方法	128
3.2.3	Liénard 方法	129
3.3	近似解	130
3.3.1	多尺度方法	131
3.3.2	平均法	133
3.3.3	由摩擦产生的阻尼	134
3.3.4	负阻尼	141
3.3.5	带非线性恢复力的正阻尼系统的例子	143
3.4	非定常振动	150

3.4.1	保守系统	153
3.4.2	只带非线性阻尼的系统	155
3.5	张弛振动	156
	习题	161
第四章	单自由度系统的强迫振动	175
4.1	带立方非线性的系统	177
4.1.1	主共振 $\Omega \approx \omega_0$	178
4.1.2	非共振硬激励	190
4.1.3	超谐波共振 $\Omega \approx \frac{1}{3}\omega_0$	191
4.1.4	次谐波共振 $\Omega \approx 3\omega_0$	195
4.1.5	两项激励的组合共振	200
4.1.6	联合共振: $\omega_0 \approx 3\Omega_1$ 和 $\omega_0 \approx \frac{1}{3}\Omega_2$ 的情况	206
4.1.7	三项激励组合共振的一个例子	211
4.2	带平方和立方非线性的系统	215
4.2.1	主共振	215
4.2.2	超谐波共振	218
4.2.3	次谐波共振	219
4.2.4	组合共振	222
4.3	带自持振动的系统	224
4.3.1	主共振	225
4.3.2	非共振激励	231
4.3.3	超谐波共振	234
4.3.4	次谐波共振	238
4.3.5	组合共振	240
4.4	非定常振动	243
4.5	非理想系统	249
	习题	261
第五章	参数激励系统	282
5.1	例子	284

5.1.1	带运动支承的摆	284
5.1.2	一个机-电系统	286
5.1.3	双摆	287
5.1.4	弹性系统的动力稳定性	289
5.1.5	稳态解的稳定性	296
5.2	Floquet 理论	300
5.2.1	单自由度系统	301
5.2.2	多自由度系统	307
5.3	单自由度系统	313
5.3.1	Hill 无穷行列式	314
5.3.2	约束参数法	317
5.3.3	多尺度方法	321
5.3.4	Hill 方程	327
5.3.5	粘性阻尼的影响	333
5.3.6	非定常激励	335
5.4	频率彼此不等的线性系统	338
5.4.1	直接展开	340
5.4.2	一阶展开	341
5.4.3	二阶展开	345
5.4.4	由随动力所引起的支柱的横振动	355
5.4.5	粘性阻尼的影响	357
5.5	有相同频率的线性系统	359
5.5.1	ω 接近于 $2\omega_1$ 的情形	361
5.5.2	ω 接近于 $\omega_1 + \omega_2$ 的情形	363
5.5.3	ω 接近于 ω_1 的情形	367
5.6	陀螺系统	370
5.6.1	非共振情形	373
5.6.2	ω 接近于 $2\omega_n$ 的情形	374
5.6.3	ω 接近于 $\omega_2 - \omega_1$ 的情形	376
5.7	非线性的影响	378

5.7.1 平方阻尼的情形	382
5.7.2 Rayleigh 振荡器	383
5.7.3 带小阻尼的 Duffing 方程	384
习题	390
索引	406

第一章 绪 论

1.1 引言

这一章我们试图给全书一个提要，介绍以后各章中详细讨论的某些非线性物理现象。推出这里讨论的许多结果需要相当繁复的数学运算。在这里我们只描述物理现象，而将所有的数学运算留到以后各章中去。本章的叙述试图给出整本书的一个总的观察。因此，当读者读到其余各章的时候，通过重读本章的部分或全部，就会更好地了解一个特定的论题在总体中的位置。

1.2 单自由度保守系统

第二章中考虑非线性保守系统的自由振动。对于这类系统的大部分，其运动微分方程的一般形式是

$$\ddot{u} + f(u) = 0. \quad (1.1)$$

经积分后，我们得到

$$\frac{1}{2} \dot{u}^2 = h - F(u), \quad (1.2)$$

其中 $F(u) = \int f du$ ，而 h 是积分常数。关于方程(1.1)和(1.2)，我们注意到 $f(u)$ 是(非线性的)恢复力， $F(u)$ 是势能， $\frac{1}{2} \dot{u}^2$ 是动能，而 h 是单位质量的总能量(由初条件决定)。

在图 1-1 的上面一个图中，起伏的曲线表示势能曲线，而一些

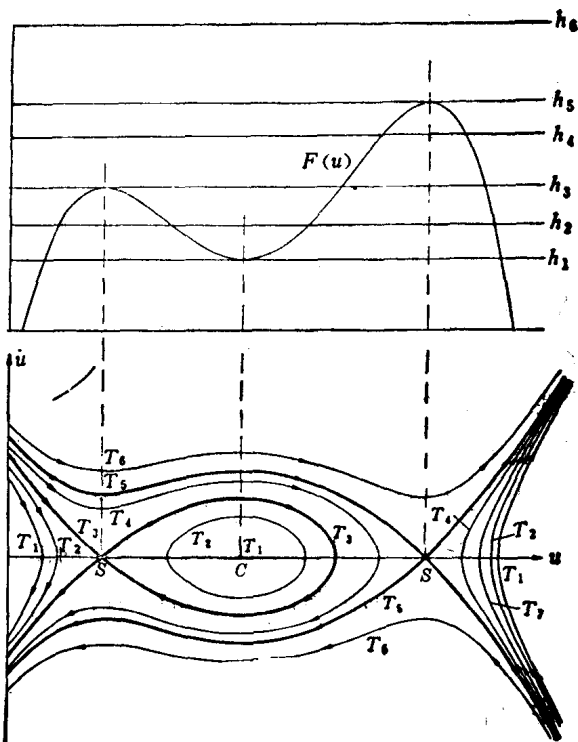


图 1-1 一个单自由度保守系统的相图¹⁾

水平直线表示总能量线。每一条总能量线对应着一种不相同的运动，给定的水平线和起伏的曲线之间的铅垂距离表示该运动的动能。所以，只有在势能曲线低于总能量线的那些区域中，运动才是可能的。

在图 1-1 的下面一个图中示出了 \dot{u} 随 u 的变化。这样的一幅图称为相图。对于一组给定的初条件(亦即对于给定的总能量)，系统的响应能看作为一个点沿一条单参数(时间)曲线的运动，这样的曲线称为轨线。标号为 T_n 的轨线对应于总能量 h_n ，箭头表示方

1) 原文直译为“相平面”(phase plane)，但是根据内容，习惯上常用“相图”，——译注

向,代表运动的点的时间增加时沿此方向移动。

标记为 S 的两个点称为鞍点¹⁾, 标记为 O 的点称为中心。鞍点和中心对应着势能的极值, 所以它们是平衡点。鞍点对应着势能的极大值, 而中心对应着极小值。在鞍点相交的轨线(图 1-1 上的 T_3 和 T_5)称为分界线, 即图中的粗实线。代表运动的点沿两条分界线趋向鞍点, 而沿另外两条离开鞍点。如果代表点从 S 点移开一小段距离, 那末就有三种可能性。第一, 该点精确地位于一条内向分界线上, 所以随着时间增加它趋近于 S 点。第二, 它可能在一条闭轨线上, 尽管它周期地接近 S 点, 但它又不时地远离 S 点(这里我们假定平衡点是孤立的)。第三, 它可能位于一条开轨线上, 所以随着时间增加它趋于无限远。因为对于任意的小位移而言, 代表点并不总是停留在接近于 S 的范围内, 所以说在一个鞍点邻近的运动是不稳定的(亦即为, 对应于势能极大值的平衡点是不稳定的)。

在中心邻近, 轨线是封闭的, 所以响应是周期的(虽然不一定是简谐的)。因此如果运动稍稍偏离于一个中心, 代表点将永远在一条绕中心的闭轨线上移动, 并且保持与中心很接近(我们仍假定平衡点是孤立的)。于是在中心邻近的运动被称为是稳定的(即对应于势能极小值的平衡点是稳定的)。对这些闭轨线的考察表明, 它们的周期是运动振幅的函数。一般地说, 这些轨线在中心左右两方伸展的距离并不相同, 因而在振幅增加时运动的中点将从静力中心点移开, 这种移位常称为漂移或平稳流动。

第二章中介绍了几种分析方法, 然后用以提供响应的近似表达式。这些方法用来处理中心邻近的小而有限的周期运动。对于各个例子, 将周期的近似值和精确值作了比较。

1) 原文除用 saddle point 外, 同时用 col. 后者通常也作山口或山坳解释。——译注

1.3 单自由度非保守系统

第三章中介绍了非保守系统的自由振动，提出了由干摩擦 (Coulomb 阻尼)，粘性效应，形状阻力，辐射以及滞后所引起的正阻尼的例子，也包括了负阻尼的例子。

图 1-2 示出了一幅典型的相图。此图描述了在粘性阻尼作用下的单摆的振动。这摆在振动运动开始前可能先作几圈完整的转动，圈数依赖于初条件。轨线盘旋地走向对应于摆的铅垂向下位置的一些点，这些点称为焦点。铅垂向上位置对应于相平面上的一些鞍点。如同保守系统情形一样，经过鞍点的轨线称为分界线。

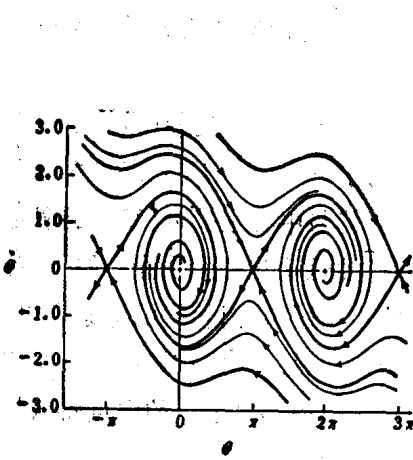


图 1-2 带粘性阻尼的单摆的相图

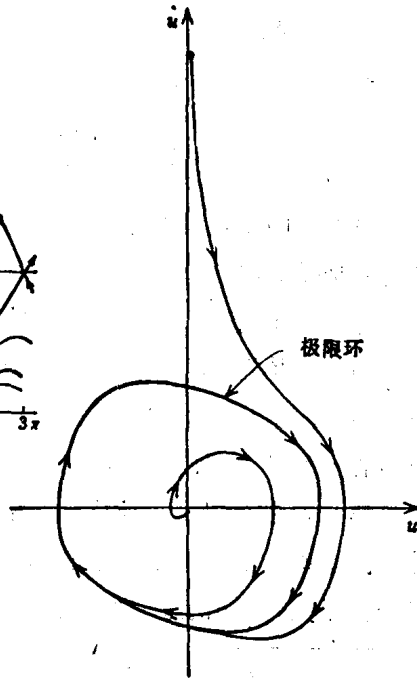


图 1-3 van der Pol 方程的相图 ($s=0.1$)

第三章中对极限环的概念作了介绍。作为一个例子，我们考察 Rayleigh 方程或 van der Pol 方程

$$\ddot{u} + \omega_0^2 u = \varepsilon \left(\dot{u} - \frac{1}{3} \dot{u}^3 \right). \quad (1.3)$$

我们将方程(1.3)的右端看作为阻尼项，并注意到它的作用依赖于运动的幅度。当运动幅度很小时， $\frac{1}{3} \dot{u}^3$ 比 \dot{u} 小，“阻尼”力与速度同号(负阻尼)，因此运动增长。当运动幅度足够大时， $\frac{1}{3} \dot{u}^3$ 比 \dot{u} 大，阻尼力与速度反号(正阻尼)，因此运动衰减。幅度小时增长和幅度大时衰减这一性质使人联想到，在中间某处存在着一个幅度既不增长又不衰减的运动。情况确实如此。这运动被称为一个极限环。

图 1-3 上示出了 van der Pol 方程的相图。图上有两条轨线，一条从极限环外相当远处出发，而另一条从接近于原点的某处出发。这里箭头仍旧指示代表点移动的方向。这两条轨线趋向于同一个极限环。

图 1-4 示出了参数 ε 对响应的影响。上面一幅图中的两条曲线对应于图 1-3 上的两条轨线。我们注意到，当 ε 增加时，运动会变得不平顺。那就是，在每一循环中，存在一段很快的运动，然后接着是一段很慢的运动。这种不平顺的运动称为张弛振动。作为另一个例子，跳动着的的心脏也具有这种不平顺类型运动的特征。

诸如 Rayleigh 振荡器或 van der Pol 振荡器这样一类系统，称为自激系统或自持系统。从中可以找到自持系统另一些例子的有，其它各种电子线路，颤振，经过液体薄膜的超音速气流，小提琴琴弦，运动皮带上的物块，Q 装置，激光器的多模工作等等问题，电弧放电器中的离子-声不稳定性问题以及电子束-等离子体系统。

在第三章中对奇点作了一般的讨论，然后叙述了各种定性方