

数学和力学基础知识

第一册

铁道部 西南交通大学桥梁专业 编
大桥工程局桥梁工人大学

人 民 铁 道 出 版 社

1 9 7 7 年 · 北 京

毛主席语录

在生产斗争和科学实验范围内，人类总是不断发展的，自然界也总是不断发展的，永远不会停止在一个水平上。因此，人类总得不断地总结经验，有所发现，有所发明，有所创造，有所前进。

有工作经验的人，要向理论方面学习，要认真读书，然后才可以使经验带上条理性、综合性，上升成为理论，然后才可以不把局部经验误认为即是普遍真理，才可不犯经验主义的错误。

世上无难事，只要肯登攀。

数学和力学基础知识

铁道部 西南交通大学桥梁专业 编
大桥工程局桥梁工人大学

人民铁道出版社出版

(北京市东单三条14号)

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民铁道出版社印刷厂印

开本: $787 \times 1092 \frac{1}{2}$ 印张: 10.5 字数: 236千

1977年6月 第1版

1977年6月 第1版 第1次印刷

印数: 0001—47,000册 定价(科二): 0.70元

内 容 简 介

本书按由浅入深、由易到难的原则，将数学和力学进行分段组合，使广大工农兵读者能尽快地、循序渐进地掌握数学和力学基础知识，解决结构设计计算中的具体问题。本书共分三册。本册针对常见的一些静定结构的设计计算，编进了必要的初等数学，指数为正整数的幂函数的微积分，静力学，简单桁架内力分析，以及梁和压杆的计算原理等。

本书可供土建专业工人自学用，亦可作为“七、二一”工人大学和技术短训班教学参考用。

目 录

第一章 初等代数	1
一、正数和负数，加和减.....	1
二、数字的乘和除.....	4
三、代数式.....	8
四、乘法公式.....	15
五、一元一次方程.....	18
六、二元一次方程组.....	27
七、一元二次方程.....	29
第二章 平面几何	33
一、与几何形状有关的常用名词、术语及符号.....	33
二、几何学所用的证明方法和作图方法.....	38
三、关于角的相等条件和作图方法.....	40
四、三角形的作图条件、全等条件及其推理.....	44
五、平行四边形的判定定理及性质定理.....	47
六、用作图法将一线段分为若干等份.....	48
七、相似三角形及其推理.....	51
八、直角三角形.....	54
九、等腰三角形.....	57
十、圆及有关的作图题.....	59
第三章 平面三角	65
一、角的计量.....	65
二、锐角三角函数的定义.....	67
三、余角关系.....	68

四、同角的各三角函数间的倒数关系, 除法关系及平方和关系	69
五、当 $\alpha = 30^\circ$, 45° 及 60° 时的三角函数值	70
六、 $\alpha > 90^\circ$ 及 $\alpha < 0^\circ$ 时的三角函数	71
七、正弦定律	76
八、余弦定律	78
九、两角和及两角差的三角函数	79
第四章 平面汇交力	82
一、力的定义	82
二、作用和反作用	85
三、力的三要素和力的矢线表示法	86
四、分离体图和共线力的平衡	87
五、用平行四边形定律及力多边形法进行力的合成和分解	91
六、用实验方法检验力的平行四边形定律	93
七、用作图法解三力平衡问题	95
八、用正弦定律解力三角形	96
九、用投影法解汇交力平衡问题	97
十、钢梁起吊	100
十一、用三角架代替铁扁担进行起吊	103
十二、一种卡紧设备	106
十三、斜面问题 (一) ——不考虑摩擦力	107
十四、滑动摩擦力	109
十五、斜面问题 (二) ——考虑摩擦力	112
第五章 平面平行力和力偶	116
一、杠杆的平衡	116
二、平面平行力的平衡条件	117
三、简支梁在竖向荷载作用下的反力	119

四、轮轴	124
五、滑轮	125
六、平行力的合成	130
七、力偶	131
八、力的平移	133
第六章 共面力	134
一、共面力平衡条件	134
二、从分力求力矩	136
三、根据分离体的平衡条件所能求解的力 的未知值数目	137
四、用转动法及用扳起法竖立扒杆	138
五、结构抗滑动的稳定	140
六、结构抗倾覆稳定（一）——在硬质支点上	141
七、结构抗倾覆稳定（二）——在可压缩 支承面上	145
八、人字屋架	147
九、制动和牵引	149
第七章 桁架内力分析和木屋架设计	154
一、桁架	154
二、桁架内力分析（一）——节点法	157
三、桁架内力分析（二）——截面法	162
四、木屋架设计概说	168
五、制订容许应力的依据	170
六、木屋架设计所用容许应力简介	172
七、跨度为14m的木屋架设计	174
第八章 指数是正整数的幂函数的微积分	182
一、函数关系和它的表达法——式和图	182
二、导函数	192

三、极值及其应用	196
四、微分	200
五、积分	203
六、曲线所围的面积	209
七、体积的计算	214
八、重心, 形心, 图形的一次矩	216
第九章 梁的弯矩和剪力	221
一、梁的特点	221
二、伸臂梁	227
三、简支梁	229
四、外伸梁	232
五、用间接加载法将分布力化为集中力	235
六、荷载集度, 剪力与弯矩关系	237
七、固定荷载下的最大弯矩	239
八、两个移动集中力作用下的最大弯矩	240
九、铁路中——活载使简支梁所承受的最大弯矩和剪力	242
第十章 梁的法应力	246
一、法应力和法应变	246
二、矩形截面梁的法应力	248
三、单对称工形截面梁的法应力	252
四、截面惯矩的计算	254
五、钢筋混凝土矩形截面梁的法应力	263
六、钢筋混凝土T形梁的法应力	268
七、双向弯曲问题	270
八、挡土墙基底压应力	271
九、关于弯曲容许应力	272
第十一章 梁的变位和超静定梁	275

一、变位和超静定梁求解原理总说	275
二、固端伸臂梁	279
三、对称加载的简支梁	281
四、简支梁当跨度内有一集中力时的梁端角 变位	283
五、一端外弯矩作用下的简支梁变位	284
六、连续梁概说——以两跨连续梁为例	290
七、两等跨连续梁	293
八、一端固定、另端简支的单跨梁	294
九、两端均固定的单跨梁	296
十、三等跨连续梁在边跨加载的情况	298
十一、对称三跨连续梁进行对称加载的情况	302
十二、连续梁挠度简说	307
十三、超静定梁的承载力问题	309
第十二章 压杆和压弯杆	311
一、压杆容许应力	311
二、木压杆设计	318
三、轻型钢压杆设计	320
四、压弯杆验算简介	322

第一章 初等代数

一、正数和负数，加和减

在客观实际中，许多事物的数量在性质上是相反的。前进和后退，向东和向西，向上和向下，升温和降温，增加和减少，收入和支出，都是例子。若要计算这些数量的总数，那就不仅要知道它们各个的量是多少，还要知道上述性质。在算术课中，我们必须用文字说明这些性质，那才能判断应该用加法还是用减法来进行运算。在代数学内，则是用正负号来表示上述正好相反的性质。正和负是相对的。不管把哪方面当作正，把哪方面当作负，都是一样的；而且，正和负只是在它们的相互关系中才有意义，而每一个对自己说来是没有意义的。但在正负两方面既经指定之后，就必须按所知的各量性质为它们正确地决定正负号，并记在其数字之前，为运算作好准备。负号一面的量应记以“-”号，读为“负”。正号一面的量记以“+”，读为“正”，但这个“+”号是可以省去的。

为了形象化地表示正数和负数、加和减的意义，可以用数轴来说明。图 1—1 表示一根数轴。它是一根直线，取其中一点为原点，记以 0。再取一适当长度为单位，从点 0 开始，向右并向左依次按该单位量取许多个单位长度，标出分界点。指定其一端为正号，将其另一端定为负号；将正号一面的各个分界点，从原点起，依次标为 +1, +2, +3……（其“+”号可不标）；将负号一面的各个分界点，从原点起，依次标为 -1, -2, -3, ……。这就叫数轴。于

是，轴上任何一点，就可用它下面所标的数来表示；而任何一个数，不论它是正是负，也可用数轴上的一个点来表示——当它是正号时，就用原点右方的点，而当为负号时则用原点左方的点。

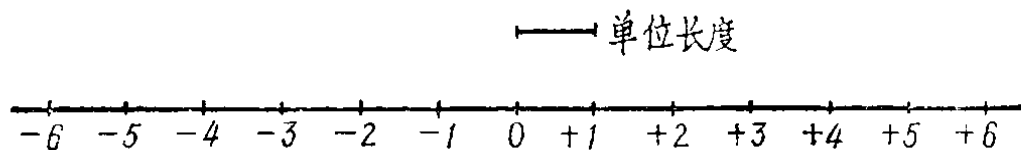


图 1—1 数轴

在算术中，没有负数。这在实际上就是认为算术运算所用的数都是正数。算术上的加和减，也可以用数轴上的点的沿轴移动来表示。例如，5 加 3 得 8，那就在轴上找到标有 5 字的点，再向右移 3 个单位，所到达的将是标有 8 字的点。又如，8 减 3 得 5，那就在轴上找到标有 8 字的点，再向左移 3 个单位，到达标有 5 字的点。

在有了负数之后，这应该怎样办呢？若以行车为例，取向东为正，向西为负，则在用图 1—1 的数轴表示时，向东就是向右，向西就是向左。在向东行驶 8 km 之后*，又向西行驶 3 km，则前一项是 + 8 km，后一项是 - 3 km，其总数是 + 5 km，我们是将 + 5 km 叫作 + 8 km 和 - 3 km 的代数和。在算术运算上，这叫相减。在代数中，这叫相加。在数轴上，加一个负数，就是向左量计。在用式表示时，这是：

$$(+8) + (-3) = 8 - 3 = 5 \quad (A)$$

即：加负数等于减正数。用这一方法，将加负数变成算术上的减法来运算。

用行车作例的这一数字运算，对于其他的正负数运算也适用。以收入和支出所得的结存量为例。从零开始，先收入 8m^3 木材**，后支出 3m^3 木材，前者是 $+8\text{m}^3$ ，后者是 -3m^3 ，

* 本书所用计量单位均以正体字母表示，这儿的 km 表示公里，其中符号 k 表示千，m 表示米。 ** m^3 表示立方米。

结存量是其代数和,即: $(+8) + (-3) = 8 - 3 = 5 \text{ m}^3$ 。

将向西当作负数,若向西少走 1 km ,其运算就是 $-(-1) \text{ km}$,写在 (-1) 之前的“-”号是减号,是减少的意思。以支出为负数,减少支出 1 m^3 木材,其运算就是 $-(-1) \text{ m}^3$,写在 (-1) 之前的“-”号是减号,也是减少的意思。这就出现了减负数问题。其运算规则也要到客观实际中去找。

继续以行车为例。在数轴上比划,先是找出代表 $+8 \text{ km}$ (8个单位)的点,原计划从这点向左移 3 km (3个单位),现在应该减少左移量 1 km (1个单位),实际是只左移 2 km ,其结果当是在 $+6 \text{ km}$ 处。若在已经计算到 $+5 \text{ km}$ 之后,再计算 $-(-1) \text{ km}$ (向西少走 1 km),其结果也应是 $+6 \text{ km}$ 。为达到这结果,必须将 $-(-1)$ 按 $+(+1)$ 计算,即:减负数等于加正数。用式表示,这是:

$$(+5) - (-1) = (+5) + (+1) = +6 \quad (\text{B})$$

在数轴上,向西走是向左量,减少向东走的路程也是向左量,那是按算术上的加减法来理解的。若按代数学引入正负号,则向西就是按向东的反向去量,减少就是按增加的反向去量;增加向西的数量是加负数,那是向左量;而减少向西的数量是减负数,那就应该又变为向右量,也就是和加正数一样。式(B)就是表达了这一规则的。

再从减法是加法的逆运算来理解。被减数应当等于减数和差数的和。看式(B), $+5$ 是被减数, (-1) 是减数, $+6$ 是差数。 $(-1) + (6) = +5$ 。这也正好说明所制订的运算规则是符合实际的。

再用日常实践中的节约(即减少支出)和增产(即增加收入)具有同样的使结存量增加的意义来理解,减负数也是和加正数的效果一样。减少 1 m^3 木材的支出,在效果上是

和增加 1 m^3 木材的收入一样。

从上述各点可以看到：减和负具有同样意义，加和正也具有同样意义。减和负使用同一符号，加和正使用同一符号，也就是这一原因。

还有，在算术中，若被减数小于减数，那就不好作答。在有了负数之后，那就可用负数作答案，而列在其负号后的数字则等于从减数中减去被减数所得的差。例如 $3 - 8 = -5$ ，即被减数为 3，小于减数 8，得负数，负号后的数字为 $8 - 3 = 5$ 。利用数轴，这是好理解的。

当在运算中不考虑数字前的正负号，只管数字本身时，实际上就是将正负数一律按正数处理。为表示这一特点，可将数的数字部分和正负号部分分开，将前者叫作绝对值。例如， -5 的绝对值是 5， $+5$ 的绝对值也是 5。换句话讲， -5 和 $+5$ 具有相同的绝对值。

【习题】 复核下列各题：

1. $(-20) - (+5) + (+3) - (-7) = -15$
2. $(-21) - (+4) - (-10) = -15$
3. $(-2.56) - (+3.48) - (-1.48) + (-7.34) = -11.90$
4. $(-3) - (-0.28) + (+5.25) + (-8.19) + (-0.67)$
 $= -6.33$
5. $(-23) + (178) + (-67) + (-28) = 60$
6. $(-14.84) + 24.52 - 65.16 + 56.48 = 1.0$
7. $(-18) + 37 - 42 + (-80) + 123 = +20$

注：本书习题数目较少。一般只是择其对力学和结构设计关系最为密切的基本运算来编制。熟悉这些习题，对力学和结构设计的学习有益。希望读者注意。

二、数字的乘和除

(一) 乘法的物理意义

一个是倍数关系，另一个是产生另一类物理量的关系。

例如，一袋水泥是50 kg (kg 表示公斤)，5 袋水泥的总量是多少？车子一小时行驶50 km，9 小时行驶多远？这都要用乘法。就所用单位讲，乘数的单位是 kg/袋或 km/小时，而被乘数的单位是袋或小时，因此，积的单位就是 kg 或 km。用式表示，是

$$5 \text{ 袋} \times 50 \text{ kg/袋} = 250 \text{ kg} \quad (\text{A})$$

$$9 \text{ 小时} \times 50 \text{ km/小时} = 450 \text{ km} \quad (\text{B})$$

这一运算实际上是以连加法为其依据。水泥是用一袋一袋的重量连加 5 个，即 $50 + 50 + 50 + 50 + 50 = 250$ 。而车子行驶的路程也是将它每小时行走的路程 50 km 连加 9 个，得 450 km。

又如，乘数和被乘数的单位若都是 m (m 表示米，是长度单位)，则积的单位就是 m^2 (m^2 表示平方米，是面积单位)。若乘数和被乘数的单位分别是 kG (力的单位)*和 m (位移的单位)，则积的单位就是 kGm (功的单位)。在这类性质的乘法中，积的单位所代表的就是另一类物理量。但若仍用连加法来理解其数值部分的计算，也还是好领会的。

(二) 乘法的正负号规则

(1) 异号相乘，得负。以第一类性质的乘法为例，若从材料库中支出水泥 5 袋，每袋 50 kg，求支出的水泥量，则因 5 袋是支出数，当记作 -5 袋，而每袋 50 kg 则没有什么正负，也就是按正号考虑，则支出量就记作 $-5 \times 50 = -250 \text{ kg}$ ；若车子是以向西 50 km/小时行驶，求它在 9 小时后的位移 (位移是指将方向计入的走行路程)，则在以东方为正的情况下，速度当记作 -50 km/小时，乘以 9 小时，那就是 $9 \times (-50) = -450 \text{ km}$ ，也就是在西方 450 km 处。以第二类性质的乘法讲，在从力和位移来计算功时，若

* kG 表示公斤力，而 kg 表示物的量 1 公斤，其区别见第四章之一。

力和位移都以向上为正，则在两者中有一个是向下时，功就是负值，这也是物理学所阐明的事例。还需说明：有些数量按其客观实际来说不会是负号，例如，一块矩形面积的长度或宽度就都不会是负的，我们就既没有需要，也没有理由硬将负数的运算规律去向它们那儿去套。

(2) 同号相乘，得正。正号与正号相乘，得正，这是算术中已用惯了的，不用再加解释。负号和负号乘，是否也得正号呢？以第一类性质乘法为例，减少水泥支出5袋，这是 $-(-5)$ 袋，圆括号内的“ -5 ”表示它是支出，括号外的“-”则是减号，但减号在意义上也和负号一样，所以，这也是负号乘负号〔若再乘以1，将 $-(-5)$ 写作 $(-1)(-5)$ ，那就看得更清楚〕，而按照减负数的规律，它的结果是正号；再乘以 $50\text{kg}/\text{袋}$ ，那就得出 $+250\text{kg}$ 来了。在行车的例子，以往后的时段（即时间间隔）为正号，则从前的时段就是负号。当车子是以 $50\text{km}/\text{小时}$ 向西行驶时（速度是 $-50\text{km}/\text{小时}$ ），它在9小时之前（时段是 -9 小时），位移就是 $(-9) \times (-50) = 450\text{km}$ ，即在东方 450km 处。再用第二类性质乘法为例，在将向上订为力和位移的正号方向时，若力和位移都是向下，都带负号，则因力的方向和位移方向一致，功的值就是正号，这也是物理学所肯定了的*。

(三) 除法能化为乘法

除法是乘法的逆运算。求商，实际是一个试凑过程。每次都是用一个试凑的商和除数相乘，要求其积恰好等于被除数。在将乘法按连加来理解的情况下，除法就可按连减来理解，也就是从被除数中减除数，看被除数等于几个除数，那几个的个数就是商。

*第十章之四（六）还提供一负乘负得正的例子。

在采用分数的情况下，除法能化为乘法。例如，已知水泥总重 250kg，分为 5 袋，求每袋水泥的重量。这既可用 $250 \div 5$ 来求，也可用 $250 \times 1/5$ 来求。在采用分数时，我们要有一个将总数当作 1 来看待的观点。总数一共包括 5 袋，其每一袋就是总数（等于 1）分为 5 个等份时的一份，所以，每袋就是总数的 $1/5$ 。因此，每袋的重量是：

$$250 \div 5 = 250 \times 1/5 = 50\text{kg} \quad (\text{C})$$

又：若以积为被除数，以其原来的乘数为除数，则原来的被乘数就是商。在式 (C) 中，50 是积， $1/5$ 是乘数，250 是被乘数，化为除法关系，当有：

$$50 \div 1/5 = 250 \quad (\text{D})$$

在知道总数的 $1/5$ 是 50kg 而 需要求总数时，就要使用这式，而这式内的除法在化为乘法时当为：

$$50 \div 1/5 = 50 \times 5 = 250 \quad (\text{E})$$

参照这些运算，可以总结出两点：

(1) 由于除法能化为乘法，乘法的正负号规则也就能通用于除法，即：异号相除，得负；同号相除，得正。具体例子就不列举了。

(2) 在化除为乘当中，是取除数的倒数为乘数。在式 (C)， $1/5$ 是 5 的倒数。在式 (E)，5 是 $1/5$ 的倒数。

(注：当两数相乘的积是 1 时，这两数就互为倒数；可以再举一些例子： $2/5$ 和 $5/2$ 互为倒数， $3/8$ 和 $8/3$ 互为倒数。)

又：若将除法先写成分数，再让分子分母同乘一数，并按可使分母变成 1 来选择该乘数，也可以同样地达到化除为乘的目的。例如，

$$\begin{aligned}
 500 \div \frac{2}{5} &= \frac{500}{\frac{2}{5}} = \frac{500 \times \frac{5}{2}}{\frac{2}{5} \times \frac{5}{2}} \\
 &= 500 \times \frac{5}{2} = 1250 \qquad (F)
 \end{aligned}$$

【习题】复核下列各式：

1. $0.5 \times (-2) = -1$
2. $(-4) \times (-0.8) = 3.2$
3. $(0.25) \div (-0.5) = -0.5$
4. $(-0.25) \times 8 = -2.0$
5. $(-0.8) \div (-2.0) = 0.4$
6. $(-108) \div 0.6 = -180$
7. $(-42) \times \frac{9}{14} = -27$
8. $\frac{3}{4} \div (-2) = -\frac{3}{8}$
9. $\frac{7}{15} \times \left(-\frac{3}{8}\right) = -\frac{7}{40}$
10. $\left(-\frac{20}{63}\right) \div \left(\frac{5}{21}\right) = -\frac{4}{3}$
11. $\frac{6}{5} \times \frac{5}{14} \times \left(-\frac{7}{9}\right) = -\frac{1}{3}$
12. $\frac{14}{3} \times \frac{3}{2} \div \left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{28}{5}$
13. $\frac{20}{9} \div \left(2 \times \frac{9}{7}\right) \times (-2) = -\frac{140}{81}$
14. $\left(-\frac{20}{9}\right) \div (-2) \times \frac{9}{7} = \frac{10}{7}$

三、代 数 式

(一) 以字母代替数

用字母代替数，这是代数学的主要特点。为什么要用字