数学和力学基础知识

第一册

铁道部 西南交通大学桥梁专业 大桥工程局桥梁工人大学 编

人民铁道出版社

1977年·北京

毛主席语录

在生产斗争和科学实验范围内，人类总是不断发展的，自然界也总是不断发展的，永远不会停止在一个水平上。因此，人类总得不断地总结经验，有所发现，有所发明，有所创造，有所前进。

有工作经验的人，要向理论方面学习，要认真读书，然后才可以使经验带上条理性、综合性，上升成为理论，然后才可以不把局部经验误认为即是普遍真理，才可不犯经验主义的错误。

世上无难事，只要肯登攀。

数学和力学基础知识

铁道部 西南交通大学桥梁专业
大桥工程局桥梁工人大学 编

人民铁道出版社出版

(北京市东单三条14号)

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092$\frac{1}{32}$ 印张：10.5 字数：236千

1 9 7 7 年6月 第1版

1 9 7 7 年6月 第1版 第1次印刷

印数：0001—47,000册 定价(科二)：0.70元

内 容 简 介

本书按由浅入深、由易到难的原则，将数学和力学进行分段组合，使广大工农兵读者能尽快地、循序渐进地掌握数学和力学基础知识，解决结构设计计算中的具体问题。本书共分三册。本册针对常见的一些静定结构的设计计算，编进了必要的初等数学，指数为正整数的幂函数的微积分，静力学，简单桁架内力分析，以及梁和压杆的计算原理等。

本书可供土建专业工人自学用，亦可作为“七、二一”工人大学和技术短训班教学参考用。

目 录

第一章 初等代数

一、正数和负数，加和减

在客观实际中，许多事物的数量在性质上是相反的。前进和后退，向东和向西，向上和向下，升温和降温，增加和减少，收入和支出，都是例子。若要计算这些数量的总数，那就不仅要知道它们各个的量是多少，还要知道上述性质。在算术课中，我们必须用文字说明这些性质，那才能判断应该用加法还是用减法来进行运算。在代数学内，则是用正负号来表示上述正好相反的性质。正和负是相对的。不管把哪方面当作正，把哪方面当作负，都是一样的；而且，正和负只是在它们的相互关系中才有意义，而每一个对自己说来是没有意义的。但在正负两方面既经指定之后，就必须按所知的各量性质为它们正确地决定正负号，并记在其数字之前，为运算作好准备。负号一面的量应记以“－”号，读为“负”。正号一面的量记以“＋”，读为“正”，但这个“＋”号是可以省去的。

为了形象化地表示正数和负数、加和减的意义，可以用数轴来说明。图1—1表示一根数轴。它是一根直线，取其中一点为原点，记以0。再取一适当长度为单位，从点0开始，向右并向左依次按该单位量取许多个单位长度，标出分界点。指定其一端为正号，将其另端定为负号；将正号一面的各个分界点，从原点起，依次标为＋1，＋2，＋3……（其“＋”号可不标）；将负号一面的各个分界点，从原点起，依次标为－1，－2，－3，……。这就叫数轴。于

是，轴上任何一点，就可用它下面所标的数来表示；而任何一个数，不论它是正是负，也可用数轴上的一个点来表示——当它是正号时，就用原点右方的点，而当为负号时则用原点左方的点。

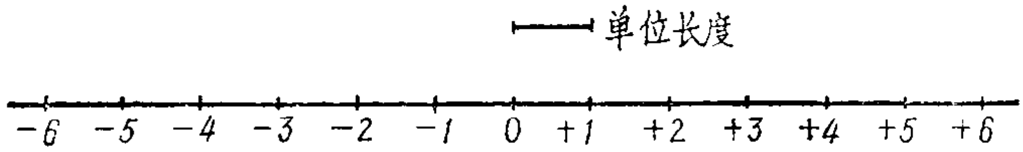

图 1—1　数轴

在算术中，没有负数。这在实际上就是认为算术运算所用的数都是正数。算术上的加和减，也可以用数轴上的点的沿轴移动来表示。例如，5 加 3 得 8，那就是在轴上找到标有 5 字的点，再向右移 3 个单位，所到达的将是标有 8 字的点。又如，8 减 3 得 5，那就是在轴上找到标有 8 字的点，再向左移 3 个单位，到达标有 5 字的点。

在有了负数之后，这应该怎样办呢？若以行车为例，取向东为正，向西为负，则在用图 1—1的数轴表示时，向东就是向右，向西就是向左。在向东行驶8km之后*，又向西行驶 3km，则前一项是＋ 8 km，后一项是－ 3 km，其总数是＋ 5 km，我们是将＋ 5 km叫作＋8km和－3km的代数和。在算术运算上，这叫相减。在代数中，这叫相加。在数轴上，加一个负数，就是向左量计。在用式表示时，这是：

$$(+8)+(-3)=8-3=5 \qquad \text{(A)}$$

即：加负数等于减正数。用这一方法，将加负数变成算术上的减法来运算。

用行车作例的这一数字运算，对于其他的正负数运算也适用。以收入和支出所得的结存量为例。从零开始，先收入 $8m^3$ 木材**，后支出 $3m^3$ 木材，前者是 $+8m^3$，后者是 $-3m^3$，

* 本书所用计量单位均以正体字母表示，这儿的 km 表示公里，其中符号 k表示千，m 表示米。** m^3 表示立方米。

结存量是其代数和，即：$(+8)+(-3)=8-3=5\ m^3$。

将向西当作负数，若向西少走 1 km，其运算就是 $-(-1)$ km，写在 (-1) 之前的"$-$"号是减号，是减少的意思。以支出为负数，减少支出 1 m^3 木材，其运算就是 $-(-1)\ m^3$，写在 (-1) 之前的"$-$"号是减号，也是减少的意思。这就出现了减负数问题。其运算规则也要到客观实际中去找。

继续以行车为例。在数轴上比划，先是找出代表 +8 km（8 个单位）的点，原计划从这点向左移 3 km（3 个单位），现在应该减少左移量 1 km（1 个单位），实际是只左移 2 km，其结果当是在 +6 km 处。若在已经计算到 +5 km 之后，再计算 $-(-1)$ km（向西少走 1 km），其结果也应是 +6 km。为达到这结果，必须将 $-(-1)$ 按 $+(+1)$ 计算，即：减负数等于加正数。用式表示，这是：

$$(+5)-(-1)=(+5)+(+1)=+6 \qquad \text{(B)}$$

在数轴上，向西走是向左量，减少向东走的路程也是向左量，那是按算术上的加减法来理解的。若按代数学引入正负号，则向西就是按向东的反向去量，减少就是按增加的反向去量；增加向西的数量是加负数，那是向左量；而减少向西的数量是减负数，那就应该又变为向右量，也就是和加正数一样。式（B）就是表达了这一规则的。

再从减法是加法的逆运算来理解。被减数应当等于减数和差数的和。看式（B），+5 是被减数，(-1) 是减数，+6 是差数。$(-1)+(6)=+5$。这也正好说明所制订的运算规则是符合实际的。

再用日常实践中的节约（即减少支出）和增产（即增加收入）具有同样的使储存量增加的意义来理解，减负数也是和加正数的效果一样。减少 1 m^3 木材的支出，在效果上是

和增加 1 m^3木材的收入一样。

从上述各点可以看到：减和负具有同样意义，加和正也具有同样意义。减和负使用同一符号，加和正使用同一符号，也就是这一原因。

还有，在算术中，若被减数小于减数，那就不好作答。在有了负数之后，那就可用负数作答案，而列在其负号后的数字则等于从减数中减去被减数所得的差。例如$3-8=-5$，即被减数为 3 ，小于减数 8 ，得负数，负号后的数字为 $8-3=5$ 。利用数轴，这是好理解的。

当在运算中不考虑数字前的正负号，只管数字本身时，实际上就是将正负数一律按正数处理。为表示这一特点，可将数的数字部分和正负号部分分开，将前者叫作绝对值。例如，-5 的绝对值是 5 ，$+5$ 的绝对值也是 5 。换句话讲，-5 和 $+5$ 具有相同的绝对值。

【习题】 复核下列各题：

1. $(-20)-(+5)+(+3)-(-7)=-15$
2. $(-21)-(+4)-(-10)=-15$
3. $(-2.56)-(+3.48)-(-1.48)+(-7.34)=-11.90$
4. $(-3)-(-0.28)+(+5.25)+(-8.19)+(-0.67)$
   $=-6.33$
5. $(-23)+(178)+(-67)+(-28)=60$
6. $(-14.84)+24.52-65.16+56.48=1.0$
7. $(-18)+37-42+(-80)+123=+20$

注：本书习题数目较少。一般只是择其对力学和结构设计关系最为密切的基本运算来编制。熟悉这些习题，对力学和结构设计的学习有益。希望读者注意.

二、数字的乘和除

（一）乘法的物理意义

一个是倍数关系，另一个是产生另一类物理量的关系。

例如，一袋水泥是50 kg（kg 表示公斤），5 袋水泥的总量是多少？车子一小时行驶50 km，9 小时行驶多远？这都要用乘法。就所用单位讲，乘数的单位是 kg/袋或km/小时，而被乘数的单位是袋或小时，因此，积的单位就是kg或km。用式表示，是

$$5袋 \times 50kg/袋 = 250kg \tag{A}$$

$$9小时 \times 50km/小时 = 450km \tag{B}$$

这一运算实际上是以连加法为其依据。水泥是用一袋一袋的重量连加 5 个，即50＋50＋50＋50＋50＝250。而车子行驶的路程也是将它每小时行走的路程 50 km 连加 9 个，得 450 km。

又如，乘数和被乘数的单位若都是m（m表示米，是长度单位），则积的单位就是m^2（m^2表示平方米，是面积单位）。若乘数和被乘数的单位分别是 kG（力的单位）*和m（位移的单位），则积的单位就是 kGm（功的单位）。在这类性质的乘法中，积的单位所代表的就是另一类物理量。但若仍用连加法来理解其数值部分的计算，也还是好领会的。

（二）乘法的正负号规则

（1）异号相乘，得负。以第一类性质的乘法为例，若从材料库中支出水泥 5 袋，每袋50 kg，求支出的水泥量，则因 5 袋是支出数，当记作－5 袋，而每袋 50kg则没有什么正负，也就是按正号考虑，则支出量就记作 $-5\times50=-250$ kg；若车子是以向西50 km/小时行驶，求它在 9 小时后的位移（位移是指将方向计入的走行路程），则在以东方为正的情况下，速度当记作 －50 km/小时，乘以 9 小时，那就是 $9\times(-50)=-450$ km，也就是在西方 450 km 处。以第二类性质的乘法讲，在从力和位移来计算功时，若

* kG 表示公斤力，而 kg表示物的量 1 公斤，其区别见第四章之一。

力和位移都以向上为正，则在两者中有一个是向下时，功就是负值，这也是物理学所阐明的事例。还需说明：有些数量按其客观实际来说不会是负号，例如，一块矩形面积的长度或宽度就都不会是负的，我们就既没有需要，也没有理由硬将负数的运算规律去向它们那儿去套。

（2）同号相乘，得正。正号与正号相乘，得正，这是算术中已用惯了的，不用再加解释。负号和负号乘，是否也得正号呢？以第一类性质乘法为例，减少水泥支出5袋，这是－（－5）袋，圆括号内的“－5”表示它是支出，括号外的“－”则是减号，但减号在意义上也和负号一样，所以，这也是负号乘负号〔若再乘以1，将－（－5）写作（－1）（－5），那就看得更清楚〕，而按照减负数的规律，它的结果是正号；再乘以50kg/袋，那就得出＋250kg来了。在行车的例子，以往后的时段（即时间间隔）为正号，则从前的时段就是负号。当车子是以50km/小时向西行驶时（速度是－50km/小时），它在9小时之前（时段是－9小时），位移就是$(-9)\times(-50)=450$km，即在东方450km处。再用第二类性质乘法为例，在将向上订为力和位移的正号方向时，若力和位移都是向下，都带负号，则因力的方向和位移方向一致，功的值就是正号，这也是物理学所肯定了的*。

（三）除法能化为乘法

除法是乘法的逆运算。求商，实际是一个试凑过程。每次都是用一个试凑的商和除数相乘，要求其积恰好等于被除数。在将乘法按连加来理解的情况下，除法就可按连减来理解，也就是从被除数中减除数，看被除数等于几个除数，那几个的个数就是商。

* 第十章之四（六）还提供一个负乘负得正的例子。

在采用分数的情况下，除法能化为乘法。例如，已知水泥总重250kg，分为5袋，求每袋水泥的重量。这既可用250÷5来求，也可用250×1/5来求。在采用分数时，我们要有一个将总数当作1来看待的观点。总数一共包括5袋，其每一袋就是总数（等于1）分为5个等份时的一份，所以，每袋就是总数的1/5。因此，每袋的重量是：

$$250 \div 5 = 250 \times 1/5 = 50\text{kg} \qquad \text{(C)}$$

又：若以积为被除数，以其原来的乘数为除数，则原来的被乘数就是商。在式（C）中，50是积，1/5是乘数，250是被乘数，化为除法关系，当有：

$$50 \div 1/5 = 250 \qquad \text{(D)}$$

在知道总数的1/5是50kg而需要求总数时，就要使用这式，而这式内的除法在化为乘法时当为：

$$50 \div 1/5 = 50 \times 5 = 250 \qquad \text{(E)}$$

参照这些运算，可以总结出两点：

（1）由于除法能化为乘法，乘法的正负号规则也就能通用于除法，即：异号相除，得负；同号相除，得正。具体例子就不列举了。

（2）在化除为乘当中，是取除数的倒数为乘数。在式（C），1/5是5的倒数。在式（E），5是1/5的倒数。（注：当两数相乘的积是1时，这两数就互为倒数；可以再举一些例子：2/5和5/2互为倒数，3/8和8/3互为倒数。）

又：若将除法先写成分数，再让分子分母同乘一数，并按可使分母变成1来选择该乘数，也可以同样地达到化除为乘的目的。例如，

$$500 \div \frac{2}{5} = \frac{500}{\frac{2}{5}} = \frac{500 \times \frac{5}{2}}{\frac{2}{5} \times \frac{5}{2}}$$

$$= 500 \times \frac{5}{2} = 1250 \qquad (F)$$

【习题】复核下列各式：

1. $0.5 \times (-2) = -1$
2. $(-4) \times (-0.8) = 3.2$
3. $(0.25) \div (-0.5) = -0.5$
4. $(-0.25) \times 8 = -2.0$
5. $(-0.8) \div (-2.0) = 0.4$
6. $(-108) \div 0.6 = -180$
7. $(-42) \times \frac{9}{14} = -27$
8. $\frac{3}{4} \div (-2) = -\frac{3}{8}$
9. $\frac{7}{15} \times (-\frac{3}{8}) = -\frac{7}{40}$
10. $\left(-\frac{20}{63}\right) \div \left(\frac{5}{21}\right) = -\frac{4}{3}$
11. $\frac{6}{5} \times \frac{5}{14} \times \left(-\frac{7}{9}\right) = -\frac{1}{3}$
12. $\frac{14}{3} \times \frac{3}{2} \div \left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{28}{5}$
13. $\frac{20}{9} \div \left(2 \times \frac{9}{7}\right) \times (-2) = -\frac{140}{81}$
14. $\left(-\frac{20}{9}\right) \div (-2) \times \frac{9}{7} = \frac{10}{7}$

三、代　数　式

（一）以字母代替数

用字母代替数，这是代数学的主要特点。为什么要用字