

卓越教师教育精品丛书·学科课程标准与教材分析系列

# 中学数学课程标准 与教材分析

徐汉文 主编



科学出版社

卓越教师教育精品丛书  
学科课程标准与教材分析系列

# 中学数学课程标准与教材分析

徐汉文 主编

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书是华中师范大学“卓越教师教育精品丛书·学科课程标准与教材分析系列”中的一本,是作者依据多年教学经验编写而成的.全书共8章,分别是集合与基本初等函数,立体几何初步、解析几何初步,算法初步、统计与概率,三角函数、平面向量与三角恒等变换,解三角形、数列与不等式,常用逻辑用语、圆锥曲线与方程、空间向量与立体几何,导数、推理证明与数系扩充及复数,计数原理、统计与概率以及统计案例.

本书可以作为高等师范院校数学教育专业本科生或研究生的教材,也可以作为中学数学教师在职培训或研修的教材,还可以作为数学教育研究人员的参考资料.

### 图书在版编目(CIP)数据

中学数学课程标准与教材分析/徐汉文主编. —北京:科学出版社,2014  
(卓越教师教育精品丛书 学科课程标准与教材分析系列)  
ISBN 978-7-03-039408-8

I. ①中… II. ①徐… III. ①中学数学课-课程标准-研究②中学数学课-教材-研究 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 310972 号

责任编辑:任俊红 / 责任校对:鲁 素  
责任印制:阎 磊 / 封面设计:华路天然工作室

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

骏 杰 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2014年1月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2014年1月第一次印刷 印张:12

字数:302 000

定价:29.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 卓越教师教育精品丛书编委会

主 任 马 敏 杨宗凯

副主编 李向农

编 委 (按姓氏笔画排序)

王后雄 王坤庆 王恩科 石 挺 朱长江

朱庆海 任友洲 刘建清 李克武 李建华

吴伦敦 段 锐 洪早清 涂艳国 曹艳丽

曹慧东 詹一虹

本丛书获得华中师范大学国家教师教育创新平台  
教师教育理论创新与实践研究项目资助

# 前 言

进入 21 世纪后,我国开始了新一轮高中数学课程改革.随着《普通高中数学课程标准(实验)》(以下简称《课标》)的出台和普通高中课程标准实验教科书《数学》的编制,高中数学课程改革的大幕正式拉开.

《课标》是高中数学教学的纲领性文件,对我国数学课程发展面向现代化进程具有重要意义.《课标》对数学课程基本理念、课程目标、设计总体思路、课程内容与要求作出了说明,给出了高中数学教学的总体主线.《课标》是教材编写的依据、课堂教学的指导,认真学习《课标》精神,对《课标》进行解读有助于有针对性地实施教学.

普通高中课程标准实验教科书《数学》(人民教育出版社出版)是在《课标》的指导下编写的,结合我国国情和数学教育发展,吸收借鉴了国外教材经验,体现了新一轮课程改革的精神和理念.

如果不了解《课标》的理念,不能体会教材是如何体现新课程标准的,用传统的观念认识新教材,用传统的方法教新教材,新课程改革就难以推进.因此,需要分析教材中如何融入了新课程理念,使之再现于数学教师的大脑中,然后转化到富有生命力的课堂教学中,真正达成《课标》中的目标要求.每一幅图画、每一个例题、习题都是教材编写者精心设计的,需要一线教师和师范生学会对教材进行深入分析.通过通读教材,熟悉教材的基本内容、知识的编排体系,领会教材编写思想,向学生传授符合新时代需要的数学知识.

《课标》中提出:构建共同基础,提供发展平台;提供多样课程,适应个性选择;倡导积极主动、勇于探索的学习方式;注重提高学生的数学思维能力;发展学生的数学应用意识;与时俱进地认识“双基”;强调本质,注意适度形式化;体现数学的文化价值;注重信息技术与数学课程的整合;建立合理、科学的评价体系,即新课程改革的十大理念.现实中不少教师认为新教材内容过于“简单”,对于该如何处理、使用新教材,存在许多困惑或不适应感.究其原因,首先是教师没有从观念上转变,没有深刻理解教材,不懂得如何分析教材;其次是繁重的教学任务严重制约了教师对教材的深入分析.

普通高中课程标准实验教科书《数学》包括必修部分和选修部分.必修课程是整个高中数学课程的基础,包括五个模块,是所有学生都要学习的内容.在完成必修课程学习的基础上,希望进一步学习数学的学生,可以根据自己的未来发展,选择学习系列 1、系列 2.系列 1 是为希望在人文、社会科学等方面发展的学生而设置的,包括两个模块.系列 2 则是为希望在理工和部分经济类方面发展的学生设置的,包括三个模块.系列 3、系列 4 分别由若干专题组成,它们是为对数学有兴趣和希望进一步提高数学素养的学生设置的.

本书选择人教(人民教育出版社出版)A 版必修教材和有代表性的选修系列 2 教材进行分析,既从整体上把握了教材,又具有典型性.本书每章分四个部分:第一部分呈现《课



标》对相关内容的总体要求和教学建议,使得《课标》解读和教材分析有章可循。第二部分对《课标》内容与要求进行解读,重点是揭示《课标》内容与要求的内涵。第三部分从教材内容及结构、核心概念分析、典型例题分析、典型习题分析、教学设计案例及点评五个方面对教材进行具体分析。第四部分是问题与思考,通过对《课标》的解读和教材的分析,提出了对实际课堂教学有帮助和启发的思考题。

与同类数学教育教材相比较,本书有如下特点。

### (1) 系统、全面。

本书按照整体性、结构性、相关性、层次性、有序性、思想性原则进行教材分析。既从宏观上分析教材的编排意图、分析教材的地位和作用,又从微观上分析教材内在的、本质的内容。同时站在对数学整体认识的高度,讲历史、讲数学、讲文化。从整体出发,分析教材编写者的意图,对教材各知识点之间的逻辑关系进行全面分析,从整体上把握教材体系。

### (2) 实用、可操作。

本书最大的特色是实用性和可操作性强。选取典型的核心概念、典型例题和习题、教学设计案例进行分析。数学概念是人类对现实世界空间形式和数量关系的概括反映,是建立数学法则、公式、定理的基础,也是运算、推理、判断和证明的基石,更是数学思维交流的工具。概念教学的核心就是概括,将凝结在数学概念中的数学家的思维活动打开,以若干典型具体事例为载体,引导学生展开分析各事例的属性、抽象概括共同本质属性、归纳得出数学概念等思维活动而获得概念。例题、习题在教学中有着特别重要的作用,它直接影响着新课程的讲法,因此分析例题、习题对教材分析是不可或缺的。教学设计是教师根据学生的认知发展水平和课程培养目标,制定具体教学目标,选择教学内容,设计教学过程的整个过程。本书教材分析的内容和方法无论对在职数学教师,还是对师范院校学生,都具有一定的指导意义,能为师范生和在职教师深刻掌握数学课程标准和进行系统教材分析提供理论指导和实践范式,把教材的学术形态转化为学生容易接受的教育形态。

### (3) 开放性。

每一章末尾,设置“问题与思考”。我们以问题的形式引导读者进一步理解《课标》的深刻内涵和准确把握教材的内容、目标、重难点等,同时以反思甚至批判的态度审视《课标》和教材。

我们参阅了大量的相关论文和著作,虽然已将主要参考文献列出,但不免会有遗漏,恳请文献作者原谅,在这里向他们表示衷心的感谢。还要感谢我的研究生曹圣、陈飞、陈梅、高雷、彭攀、何耀焕、邹巍巍、韩霞、张芸峰等,他们在本书写作过程中做了大量的资料收集、整理工作。

本书可作为数学教育类本科生的教材,也可服务于在职教师的日常教学工作,也可从事教材分析的数学教育研究人员提供参考。

尽管我们已经尽力,但由于水平有限,本书一定还有不足之处,恳请各位数学教育专家、读者给予批评指正。

徐汉文

2013年4月于武昌·桂子山

# 目 录

## 前言

<b>第 1 章 集合与基本初等函数</b> .....	1
1.1 课程标准 .....	1
1.2 课程标准解读 .....	3
1.3 教材分析 .....	6
1.4 问题与思考 .....	24
<b>第 2 章 立体几何初步、解析几何初步</b> .....	25
2.1 课程标准 .....	25
2.2 课程标准解读 .....	27
2.3 教材分析 .....	29
2.4 问题与思考 .....	45
<b>第 3 章 算法初步、统计与概率</b> .....	46
3.1 课程标准 .....	46
3.2 课程标准解读 .....	48
3.3 教材分析 .....	51
3.4 问题与思考 .....	69
<b>第 4 章 三角函数、平面向量与三角恒等变换</b> .....	70
4.1 课程标准 .....	70
4.2 课程标准解读 .....	72
4.3 教材分析 .....	74
4.4 问题与思考 .....	93
<b>第 5 章 解三角形、数列与不等式</b> .....	94
5.1 课程标准 .....	94
5.2 课程标准解读 .....	95
5.3 教材分析 .....	98
5.4 问题与思考 .....	119
<b>第 6 章 常用逻辑用语、圆锥曲线与方程、空间向量与立体几何</b> .....	121
6.1 课程标准 .....	121
6.2 课程标准解读 .....	123
6.3 教材分析 .....	126
6.4 问题与思考 .....	145





<b>第7章 导数、推理证明与数系扩充及复数</b> .....	146
7.1 课程标准 .....	146
7.2 课程标准解读 .....	149
7.3 教材分析 .....	151
7.4 问题与思考 .....	165
<b>第8章 计数原理、统计与概率以及统计案例</b> .....	166
8.1 课程标准 .....	166
8.2 课程标准解读 .....	167
8.3 教材分析 .....	168
8.4 问题与思考 .....	183
<b>参考文献</b> .....	184

# 第 1 章 集合与基本初等函数

## 1.1 课程标准

在本模块中，学生将学习集合、函数概念与基本初等函数 I（指数函数、对数函数、幂函数）。

集合论是德国数学家康托尔在 19 世纪末创立的，集合语言是现代数学的基本语言。使用集合语言，可以简洁、准确地表达数学的一些内容。高中数学课程只将集合作为一种语言来学习，学生将学会使用最基本的集合语言表示有关的数学对象，发展运用数学语言进行交流的能力。

函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型。高中阶段不仅把函数看成变量之间的依赖关系，同时还用集合与对应的语言刻画函数，函数的思想方法将贯穿高中数学课程的始终。学生将学习指数函数、对数函数等具体的基本初等函数，结合实际问题，感受运用函数概念建立模型的过程和方法，体会函数在数学和其他学科中的重要性，初步运用函数思想理解和处理现实生活和社会中的简单问题。学生还将学习利用函数的性质求方程的近似解，体会函数与方程的有机联系。

### 1.1.1 内容与要求

#### 1. 集合（约 4 课时）

##### 1) 集合的含义与表示

- (1) 通过实例，了解集合的含义，体会元素与集合的“属于”关系。
- (2) 能选择自然语言、图形语言、集合语言（列举法或描述法）描述不同的具体问题，感受集合语言的意义和作用。

##### 2) 集合间的基本关系

- (1) 理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集。
- (2) 在具体情境中，了解全集与空集的含义。

##### 3) 集合的基本运算

- (1) 理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集。
- (2) 理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集。
- (3) 能使用 Venn 图表达集合的关系及运算，体会直观图示对理解抽象概念的作用。

#### 2. 函数概念与基本初等函数 I（约 32 课时）

##### 1) 函数

(1) 通过丰富实例，进一步体会函数是描述变量之间的依赖关系的重要数学模型，在此基础上学习用集合与对应的语言来刻画函数，体会对应关系在刻画函数概念中的作用；了解构成函数的要素，会求一些简单函数的定义域和值域；了解映射的概念。



(2) 在实际情境中, 会根据不同的需要选择恰当的方法(如图像法、列表法、解析法)表示函数.

(3) 通过具体实例, 了解简单的分段函数, 并能简单应用.

(4) 通过已学过的函数特别是二次函数, 理解函数的单调性、最大(小)值及其几何意义; 结合具体函数, 了解奇偶性的含义.

(5) 学会运用函数图像理解和研究函数的性质.

## 2) 指数函数

(1) 通过具体实例(如细胞的分裂, 考古中所用的 $^{14}\text{C}$ 的衰减, 药物在人体内残留量的变化等), 了解指数函数模型的实际背景.

(2) 理解有理指数幂的含义, 通过具体实例了解实数指数幂的意义, 掌握幂的运算.

(3) 理解指数函数的概念和意义, 能借助计算器或计算机画出具体指数函数的图像, 探索并理解指数函数的单调性与特殊点.

(4) 在解决简单实际问题的过程中, 体会指数函数是一类重要的函数模型.

## 3) 对数函数

(1) 理解对数的概念及其运算性质, 知道用换底公式能将一般对数转化成自然对数或常用对数; 通过阅读材料, 了解对数的发现历史以及对简化运算的作用.

(2) 通过具体实例, 直观了解对数函数模型所刻画的数量关系, 初步理解对数函数的概念, 体会对数函数是一类重要的函数模型; 能借助计算器或计算机画出具体对数函数的图像, 探索并了解对数函数的单调性与特殊点.

(3) 知道指数函数  $y=a^x$  与对数函数  $y=\log_a x$  互为反函数 ( $a>0, a\neq 1$ ).

## 4) 幂函数

通过实例, 了解幂函数的概念; 结合函数  $y=x, y=x^2, y=x^3, y=\frac{1}{x}, y=x^{\frac{1}{2}}$  的图像, 了解它们的变化情况.

## 5) 函数与方程

(1) 结合二次函数的图像, 判断一元二次方程根的存在性及根的个数, 从而了解函数的零点与方程根的联系.

(2) 根据具体函数的图像, 能够借助计算器用二分法求相应方程的近似解, 并了解这种方法是求方程近似解的常用方法.

## 6) 函数模型及其应用

(1) 利用计算工具, 比较指数函数、对数函数以及幂函数的增长差异; 结合实例体会直线上升、指数爆炸、对数增长等不同函数类型增长的含义.

(2) 收集一些社会生活中普遍使用的函数模型(指数函数、对数函数、幂函数、分段函数等)的实例, 了解函数模型的广泛应用.

## 7) 实习作业

根据某个主题, 收集 17 世纪前后发生的一些对数学发展起重大作用的历史事件和人物(开普勒、伽利略、笛卡儿、牛顿、莱布尼茨、欧拉等)的有关资料或现实生活中的函数实例, 采取小组合作的方式写一篇有关函数概念的形成、发展或应用的文章, 在班级中进行交流. 具体要求参见数学文化的要求.



### 1.1.2 说明与建议

(1) 集合是一个不加定义的概念，教学中应结合学生的生活经验和已有数学知识，通过列举丰富的实例，使学生理解集合的含义。学习集合语言最好的方法是使用，在教学中要创设使学生运用集合语言进行表达和交流的情境和机会，以便学生在实际使用中逐渐熟悉自然语言、集合语言、图形语言各自的特点，进行相互转换并掌握集合语言。在关于集合之间的关系和运算的教学中，使用 Venn 图是重要的，有助于学生学习、掌握、运用集合语言和其他数学语言。

(2) 函数概念的教学要从实际背景和定义两个方面帮助学生理解函数的本质。函数概念的引入一般有两种方法：一种方法是先学习映射，再学习函数；另一种方法是通过具体实例，体会数集之间的一种特殊的对应关系，即函数。考虑到多数高中学生的认知特点，为了有助于他们对函数概念本质的理解，建议采用后一种方式，从学生已掌握的具体函数和函数的描述性定义入手，引导学生联系自己的生活经历和实际问题，尝试列举各种各样的函数，构建函数的一般概念。再通过对指数函数、对数函数等具体函数的研究，加深学生对函数概念的理解。像函数这样的核心概念需要多次接触、反复体会、螺旋上升，逐步加深理解，才能真正掌握，灵活应用。

(3) 在教学中，应强调对函数概念本质的理解，避免在求函数定义域、值域及讨论函数性质时出现过于繁琐的技巧训练，避免人为地编制一些求定义域和值域的偏题。

(4) 指数幂的教学，应在回顾整数指数幂的概念及其运算性质的基础上，结合具体实例，引入有理指数幂及其运算性质，以及实数指数幂的意义及其运算性质，进一步体会“用有理数逼近无理数”的思想，并且可以让学生利用计算器或计算机进行实际操作，感受“逼近”过程。

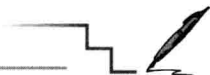
(5) 反函数的处理，只要求以具体函数为例进行解释和直观理解，例如，可通过比较同底的指数函数和对数函数，说明指数函数  $y=a^x$  和对数函数  $y=\log_a x (a>0, a\neq 1)$  互为反函数。不要求一般地讨论形式化的反函数定义，也不要求求已知函数的反函数。

(6) 在函数应用的教学中，教师要引导学生不断地体验函数是描述客观世界变化规律的基本数学模型，体验指数函数、对数函数等函数与现实世界的密切联系及其在刻画现实问题中的作用。

(7) 应注意鼓励学生运用现代教育技术学习、探索和解决问题。例如，利用计算器、计算机画出指数函数、对数函数等的图像，探索、比较它们的变化规律，研究函数的性质，求方程的近似解等。

## 1.2 课程标准解读

函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型。高中阶段不仅把函数看成变量之间的依赖关系，同时还用集合与对应的语言刻画函数，函数的思想方法将贯穿高中数学课程的始终。学生将学习指数函数、对数函数等具体的基本初等函数，结合实际问题，感受运用函数概念建立模型的过程和方法，体会函数在数学和其他学科中的重要性，初步运用函数思想理解和处理现实生活和社会中的简单问题。学生还将学习利用函数的性质求方程的近似解，体会函数与方程的有机联系。



结合新课程标准的理念、目标及其与传统教学大纲进行比较,我们可以得到如下有用的信息.

(1) 与以往的高中数学课程相比,《新课标》在安排必修课内容时,更加强调使学生了解这些知识产生和发展的背景,以及它们在现实世界中的应用.例如,函数的内容主要是作为描述客观世界变化的重要数学模型来介绍给学生,《新课标》要求学生联系生活中的具体实例,着重理解如何运用函数来刻画现实世界中变量之间的相互依赖关系,函数思想将贯穿于高中数学课程的始终.

(2) 新课程的必修内容覆盖了高中阶段传统的数学基础知识和基本技能的主要部分,在对这些内容的处理上,力求改变原有《大纲》对技巧和难度的过高要求,进一步强调数学知识中所含有的基本思想和基础知识.

例如,必修1中的函数内容,尤其是函数概念与性质的学习,原有的《大纲》要求学生了解映射的概念,在此基础上加深对函数概念的理解;要求学生了解判断函数的单调性和奇偶性的方法,并能利用函数的性质简化函数图像的绘制过程.而《新课标》指出,通过丰富实例,进一步体会函数是描述变量之间的依赖关系的重要数学模型,在此基础上学习用集合与对应的语言来刻画函数,体会对应关系在刻画函数概念中的作用,了解构成函数的要素,会求一些简单函数的定义域和值域,了解映射的概念;在实际情境中,会根据不同的需要选择恰当的方法(如图像法、列表法、解析法)表示函数;通过具体实例,能写出简单的分段函数,并能简单应用;通过已学过的函数,特别是二次函数,理解函数的单调性、最大(小)值及其几何意义;结合具体函数,了解奇偶性的含义;学会运用函数图像理解和研究函数的性质.《新课标》指出,考虑到多数高中生的认知特点,为了有助于他们对函数概念本质的理解,建议从学生已掌握的具体函数和函数描述性定义入手,引导学生联系自己的生活经历和实际问题,尝试列举各种各样的函数,构建函数的一般概念.《新课标》强调,避免在求函数定义域、值域以及讨论函数性质时出现过于繁琐的技巧训练,避免人为地编制一些求定义域和值域的偏题.

(3) 与传统内容相比,并结合课程标准中加强和削弱的具体内容进行分析,我们可以得到关于必修1的如下三方面变化.

第一,从加强内容的角度,我们可以分析得到如下信息:①根据高中课程目标的规定,此模块加强了函数模型的背景和应用的要求.②加强了知识之间的联系.由于高中数学是以模块形式呈现的,所以沟通各块内容之间的联系,使学生体会知识间的有机联系,感受数学分支自身的体系,对于学生学习数学、认识数学的整体性显得尤为重要.例如,《新课标》要求结合二次函数的图像,判断一元二次方程根的存在性及根的个数,从而了解函数的零点与方程根的关系.③加强了对数形结合、几何直观等数学思想方法学习的要求.函数这一内容是学习数形结合、几何直观等数学思想方法很好的载体,函数的图像教学应当放在重要的位置.④加强了与信息技术整合的要求.例如,利用计算器、计算机描绘指数函数、对数函数、幂函数的图像,探索、比较它们的变化规律,研究函数的性质,求方程的近似解等.

第二,从削弱内容这一方面去分析,我们同样可以得到:①削弱了对定义域、值域的过于繁杂的,尤其是过于技巧化的训练,目的是为了使学生更好地理解函数的基本思想和实质.②削弱了对反函数的要求,只要求知道指数函数和对数函数互为反函数;将复合函数概



念放到“导数及其应用”的相关内容中，同时对对数内容的要求也有所下降。③删去了有关一一映射等专题内容，将函数的奇偶性移到三角函数中讲授。

第三，在指数函数与对数函数处理上的变化也是值得我们好好体会的。《新课标》要求通过具体实例去了解指数函数模型、对数函数模型的实际背景，通过收集现实生活中的指数函数、对数函数的模型实例去了解他们应用的广泛性。并且，强调通过计算工具比较指数函数、对数函数和幂函数增长的差异，以及作为不同的函数增长模型的应用。

(4)从课程标准的目标来说，学习本模块的内容可以体现出如下两方面的具体的教育价值。

第一，这部分内容对于发展学生掌握数学语言和运用数学语言学习数学、进行交流的能力是非常有益的。数学科学具有丰富的内涵，包括数学理论、思想方法以及在其他学科中的广泛应用。其中一个重要的方面是运用数学语言将数量关系和数学结构表示出来。因此，在这个意义上，学习数学就是学习一种有特定含义的形式化语言，以及用这种形式化语言去表达、解释、解决各种问题。作为现代数学语言重要组成部分的集合语言，可以简洁、准确地表达数学对象和结构。

学生在小学和初中已经接触了集合，如自然数集、有理数集、实数集等，只是没有明确提出来。现在明确提出来，就要利用和结合学生已经学过的数学内容，以及生活中的实例，使学生感受在数学研究和数学学习中，运用集合语言对客观世界中某些特性的对象进行描述的意义和力量，进而发展学生运用数学语言来刻画现实世界，运用数学语言学习数学、进行交流的能力。

第二，在发展学生对变量数学的认识方面也起到非常重要的启发作用。

这一模块的学习应关注发展学生对变量数学的认识。通过本模块的学习，要使学生认识到：我们生活在充满变化的现实世界中，其中有一类具有重要的运动变化的关系。例如，火车票的票价随路程而变化；卫星离地面的距离随时间而变化；家庭的电费随用电量而变化；在改革开放的国策下，我国居民的平均收入随时间在不断增加；我国国土的绿化面积随时间在不断增加。这一类反映运动变化的关系有一个共同点，这就是变量之间有一种相互依赖的关系，可以从某一事物的变化信息推知另一事物的变化信息。这种认识事物的思想方法在我们周围及在各学科中随处可见。数学上用函数来描述这种运动变化中的数量关系。

总之，《标准》要求学生把函数作为描述客观世界变化规律的重要数学模型来学习，结合实际问题，感受运用函数概念建立模型的过程和方法，强调指数函数、对数函数、幂函数是三类不同的函数增长模型；收集函数模型的应用实例，了解函数模型的广泛应用；利用信息技术探索 and 了解指数函数、对数函数的变化规律和性质；将函数的思想方法贯穿于整个高中数学的学习中，不断加深对函数概念本质的认识和理解，等等。所有这些，都是为了有利于学生对这一特定的、重要的变量之间关系的认识，为了有利于学生对数学与现实世界之间联系的认识，最终达到发展学生对变量数学认识的目的。



## 1.3 教材分析

### 1.3.1 教材内容及结构

在本模块中, 学生将学习集合、函数概念与基本初等函数 I (指数函数、对数函数、幂函数).

集合论是德国数学家康托尔在 19 世纪末创立的, 集合语言是现代数学的基本语言. 使用集合语言, 可以简洁、准确地表达数学的一些内容. 高中数学课程只将集合作为一种语言来学习, 学生将学会使用最基本的集合语言表示有关的数学对象, 发展运用数学语言进行交流的能力.

作为新高中数学教科书中的第一本书, 本册书是义务教育初中数学教材的直接后继教材. 因此, 本册书的教学中要特别重视与初中数学教学的衔接过渡. 本册书中许多地方都涉及初、高中数学知识上的衔接过渡. 例如, 在第 1 章中讲集合和简易逻辑时, 所用的例子大多是初中数学里学生比较熟悉的内容, 这便于学生在原有知识的基础上, 通过已知的具体例子来理解新知识. 第 1 章中有关不等式的内容, 是初中所学相关内容的继续, 也是后面函数内容的预备知识. 又如函数的内容, 是在初中所学函数的对应观点下的定义和一次函数、二次函数等具体函数类型基础上的提高. 这种初、高中内容相结合的安排, 符合螺旋式上升和由具体到抽象的认识规律. 初、高中数学在教学方法上存在许多差别, 初中数学的教学内容较具体, 模仿性的练习较多, 比较强调基本技能训练; 高中数学的内容相对来说抽象性较强, 比较强调在对基本概念理解的基础上创造地运用, 对运算能力、思维能力、空间想象能力等的要求较高. 学生对于高中数学的教学方法也需要一个适应过程, 因此做好初、高中数学教学的过渡衔接不仅要考虑知识方面, 而且要考虑如何调动学生积极思维, 使他们尽快适应高中的教学方法.

本册书在全套教科书中具有基础地位. 这主要表现在以下三方面.

(1) 本册书的主要内容是整个高中数学教材体系的基础. 例如, 第 1 章“集合与函数概念”在整套教科书中的作用是至关重要的. 集合是最基础的概念, 数学中其他许多内容都与之相关, 几何图形是点的集合, 函数是数的集合间的映射, 概率统计要涉及随机试验下可能出现结果的集合……函数可以将中学数学中的解析式、方程、不等式等诸多内容统一起来, 组合数学和概率统计中函数的例子不胜枚举, 微积分专门讨论函数变化率……因此, 学好本册书会为整个高中数学学习打下良好的基础.

(2) 本册书的某些数学思想方法是高中数学中的重要思想方法. 例如, 利用化归思想将实际问题抽象为数学模型, 从特殊对象归纳出一般规律, 分类讨论的方法, 数形结合的方法等, 不仅在本册书中, 而且在后面其他各册书中都是常用的重要思想方法.

(3) 本册书所用的关于集合等内容的符号表示法, 是整个高中数学各部分内容都要使用的基本数学符号语言. 新增的简易逻辑是学习概念、判断、推理必须遵循的基本规则.

本书的编写特点主要有以下三点.

(1) 承上启下, 注重基础. 本册书是初中数学教材的直接后继教材. 因此, 本册书的编写特别重视与初中数学教学的衔接. 例如, 在第 1 章中讲集合与函数概念时, 所用的例子大多是学生在初中学过的内容, 这便使学生在原有知识基础上, 通过已知的具体例子来理解新



知识. 第1章中有关不等式的内容, 是初中所学相关内容的继续, 也是后面函数内容的预备知识. 这种初、高中内容相结合的安排, 符合螺旋式上升和由具体到抽象的认识规律. 此外, 初中数学的教学内容较具体, 模仿性的练习较多, 比较强调基本技能训练; 高中数学的内容抽象性较强, 比较强调对基本概念的理解基础上的再创造式的运用, 对思维能力、运算能力、空间想象能力等的要求较高. 学生对于高中数学的学习方法也需要一个适应过程, 因此做好初、高中数学教学的过渡衔接不仅要考虑知识方面, 而且要考虑如何调动学生积极思维, 使他们尽快适应高中的学习内容和方法. 为此, 本册书在编写时注意了如何在逐步提高学生分析和解决问题的能力上下工夫, 在叙述方式和例、习题的选编设计方面, 力求符合学生的认知规律.

(2) 联系实际, 强调应用. 本册书的编写, 力求贯彻理论联系实际的原则, 尽量从实际问题出发, 结合实际例子讲述抽象内容, 介绍数学知识的实际应用. 本册书的习题中适当地增加了一定量的联系实际的题目, 意在多创设些联系实际考虑问题的氛围和锻炼机会. 对于这些联系实际的内容, 编写时给予了充分重视, 虽然它们与真正的实际问题还有一定距离, 但是对于加强用数学的意识, 为今后更广泛地使用数学创造条件, 还是有重大作用的. 培养学生应用数学理论解决实际问题的能力, 需要一个循序渐进的过程, 作为教材的内容与专门的数学建模讨论有所不同, 因此教材中实际问题抽象为数学问题的训练难度不能过高, 而是从联系实际的数学应用问题入手做起. 教材安排联系实际的内容的目的, 不仅是为了介绍抽象理论的实际背景, 有利于抽象理论的学习, 而且更重要的是通过分析和解决这些问题, 使学生用数学的意识和能力得到加强.

(3) 渗透数学思想方法, 突出培养思维能力. 本册书在编写时考虑到数学教学不应仅是单纯的知识传授, 而应在讲知识内容时注意对其中的数学思想方法加以提炼总结, 使之能逐步被学生掌握并对他们发挥指导作用. 因此, 各章的内容安排注意对数学思想方法的体现. 本册书的知识内容中蕴含着许多基本的数学思想方法. 例如, 化归思想、分类方法、数形结合方法, 通过否定问题反面而肯定问题正面的证明方法反证法. 对数学思想方法的介绍, 要注意符合学生的接受能力, 对于高一学生, 由于他们思维发展及所学知识的限制, 我们认为以渗透方式和画龙点睛式的总结方式进行这方面的教学较为适宜. 因此, 本册书在具体处理方式上采用了这样的做法.

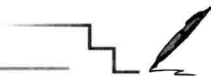
另外, 本册书的编写力求贯彻《大纲》所规定高中数学的教学目的, 体现全套书编写指导思想. 结合本册书中三章具体内容的特点, 提醒大家注意以下五个问题:

(1) 本册书在全套教科书中的基础地位. 对于本册书特殊的基础地位应予以充分重视, 搞好基础知识的教学、基本技能的训练和能力的培养, 是用好本册书的关键.

(2) 辩证唯物主义观点的培养及数学思想方法的介绍. “培养良好的个性品质和辩证唯物主义观点”, 是高中数学的教学目的之一. 本册书的数学内容许多处都充分体现辩证思想, 例如, 逻辑部分中四种命题间存在对立统一, 否定之否定等关系; 函数概念中蕴涵着事物的运动变化及事物间依一定规律相互联系的观点. 这些内容都可以成为对学生进行辩证唯物主义教育的素材, 应寓思想教育于数学教学之中, 通过运用辩证法的观点、方法分析和解决具体问题, 对学生进行潜移默化的熏陶.

如前所述, 本册书的知识内容中蕴涵着许多基本的数学思想方法. 教学中应注意由浅入深, 引导学生透过问题的表面理解问题的本质. 解题时不应仅停留在对具体题目就题论题,





而应像 G·波利亚所说的那样在解题后注意“回顾反思”，总结出思想方法上一些规律性的内容。对数学思想方法的介绍，要注意符合学生的接受能力，对于高一学生，由于他们思维发展及所学知识的限制，以渗透方式和画龙点睛式的总结方式进行这方面的教学较为适宜。

(3) 数学思维能力的训练。在数学思维能力方面，高中生应比初中生有较大的发展。初中数学中推理证明主要在几何内容中进行训练，在代数内容中偏重于培养运算能力。本册书的内容按传统教材的划分主要属于代数部分，但其中涉及较多思维训练的内容，例如，反证法、利用函数的有关概念和性质证明一些数学命题等。完成好这些内容的教学，有利于培养学生观察、比较、分析、综合、抽象和概括；会用归纳、演绎和类比进行推理；会合乎逻辑地、准确地阐述自己的思想和观点；能运用数学概念、思想和方法，辨明数学关系，形成良好的思维品质。

鉴于学生过去接触代数证明问题较少，而代数问题与几何问题相比抽象性一般更强些，所以有关这方面的推理论证训练应从简单问题入手，逐步提高，注意控制难度。反证法是较特殊的证明方法，教学中应将重点放在掌握证明过程的基本步骤，并能合乎逻辑地表述证明的基本过程上，注意避免片面地追求题目的难度，不要给学生过重的负担。总之，要把数学思维训练的目标定在一般学生经过努力可以达到的适当水平。

在本册书中，为加强学生思维能力的培养训练，安排了一些探索性和开放性较强的问题，需要采用“观察—归纳—猜想—试探—证明”的方式解决。对于这类问题应充分重视它们在思维训练方面的价值，注意引导学生总结解决这类问题的通法。

(4) 数学语言的使用训练。高中数学教学对学生使用数学语言的要求比初中数学教学有明显的提高，即要求表达问题时语言更准确、更简练、更规范。符号化是数学语言的一个显著特征，随着教学内容的不断扩充和抽象性的加强，高中数学中要使用更多的符号和术语。例如，本书的第 1 章的教学目标就包括了让学生掌握有关集合的术语和符号，并会用它们正确表示一些简单的集合问题。

对数学语言使用的训练应结合所学内容有的放矢地进行，教师应注意作好示范，并给学生较充分的练习机会。

(5) 加强用数学的意识。加强学生用数学的意识，引导他们把数学知识应用到相关学科和社会生活、生产的实际中去，切实培养他们解决实际问题的能力，是使用本册书时应注意的。本册书的编写中力求贯彻理论联系实际的原则，尽量从实际问题出发，结合实际例子讲述抽象内容，介绍数学知识的实际应用。

本册书共三章内容，在本模块中，学生将学习集合、函数概念与基本初等函数 I（指数函数、对数函数、幂函数）。具体内容包括：

(1) 集合。具体包括：集合的含义表示、集合间的基本关系、集合的基本运算。

集合语言是现代数学的基本语言。高中数学课程将集合作为一种语言来学习，通过本模块的学习，使学生学会使用最基本的集合语言表示有关数学对象，并能在自然语言、图形语言、集合语言之间进行转换，体会用集合语言表述数学内容的简洁性、准确性，发展运用集合语言进行交流的能力。