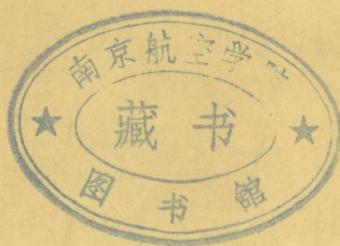


# 火箭发射装置设计

贺北斗 林永明 曹听荣 编著



国防工业出版社

V553.1  
1004

# 火箭发射装置设计

贺北斗 林永明 曹听荣 编著



30265201



000

国防工业出版社

643386

## 内 容 简 介

本书系统地介绍火箭发射装置设计的基本理论，内容包括有发射装置受力分析，各重要部件和典型机构的设计，发射装置对火箭射击密集度的影响，以及发射装置总体设计的一般知识等。

本书可作为高等院校有关专业的教材使用，也可供从事火箭科研、生产的有关工程技术人员参考。

### 火箭发射装置设计

贺北斗 林永明 曹听荣 编著

\*

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印刷

\*

787×1092 1/16 印张16<sup>1</sup>/4 376千字

1988年7月第一版 1988年7月第一次印刷 印数：0,001—1,000册

ISBN 7-118-00082-5/TJ13 定价：2.75元

## 前　　言

火箭是炮兵中的一个重要炮种，而火箭发射装置是火箭系统的重要组成部分。近三十年来，世界上涌现出了多种多样的火箭发射装置，并日趋采用新理论、新技术和新结构，使火箭发射装置形成了有异于火炮和导弹发射装置的专业技术特点。但反映火箭发射装置设计方面新成果的教科书，至今在国内外尚未公开问世。本书是在使用过多次讲义<sup>(1)</sup>的基础上，按这样两条原则编著而成的：1. 尽量反映新成果，突出专业特点；2. 不超出本课程的教学大纲，深入浅出，对某些需靠专著才能阐述清楚的专门性课题，只作一般介绍或提示。

本书以野战火箭发射装置<sup>●</sup>设计为主，系统地介绍了火箭发射装置机械部分设计的基本理论。内容包括：火箭发射装置受力分析与计算，各主要部件和典型机构的设计，发射装置对射击密集度的影响，有关的新理论、新技术和新结构介绍，以及总体设计的一般知识等。

本书可作为高等院校有关专业的教材，也可供科研单位、工厂和部队等有关工程技术人员参考。

阅读本书的读者，除需具有工科院校力学、数学和机械学方面的知识外，还需具有火箭弹设计原理、火箭外弹道学和火箭发射装置构造等方面的知识。

本书由三名同志合作编著：第一、六、七章由曹听荣执笔，第二、五章由贺北斗执笔，第三、四章由林永明执笔。贺北斗任主编，负责编写大纲的制订和全书的统稿与审定。

本书由王德佩副教授主审，戴成勋教授任责任编辑，他们提出了许多宝贵意见，特此致谢。

由于作者水平有限，书中缺点和错误在所难免，望同行专家和读者惠予批评指正。

### 编　著　者

● 多定向器联装的野战火箭发射装置，习惯上称为火箭炮。

## 主要符号

$a$	火箭弹沿定向器轴心线方向的平均加速度	$h$	火箭发射装置重心高
$a_p$	火箭弹在炮口外的平均推力加速度	$h_B$	火箭弹定心部高度
$a_0$	火箭射流结构系数	$h_n$	导转钮高度
$a_1$	火箭弹沿定向器轴心线方向的加速度	$I_A$	火箭弹赤道转动惯量
$B$	阻尼力矩系数	$I_c$	火箭弹极转动惯量
$B_f$	与最大射程对应的射弹方向散布	$i$	传动比
$C$	平衡机刚度	$K_N$	燃烧室面喉比
$C_s$	升力系数导数	$K_p$	燃气压力跳动系数
$D$	高压室火药外径	$k$	等熵指数；传动三角形长短边比
$D_B$	火箭弹定心部直径	$k_s$	弹的圆波数
$D_i$	高压室内径	$k_1$	矩形扭杆截面长短边比
$F$	火箭推力	$k_2$	圆形扭杆内外径比
$F_b$	闭锁力	$L$	弹复推力偏心
$F_D$	合成动载荷	$l$	全弹长
$F_d$	推力偏心与质量分布不均衡引起的动载荷	$l_B$	火箭弹前后定心部中心连线长
$F_p$	平衡机力	$l_F$	火箭弹前定心部中心至质心连线长
$F_s$	高低机手轮力	$l_R$	火箭弹后定心部中心至质心连线长
$F_T$	高低压发射时的总推力	$M$	瞄准机阻力矩
$F_w$	定向器导引面微弯曲引起的动载荷	$M_a$	马赫数
$F_z$	定向器振动引起的动载荷；高低压发射装置后坐力	$M_D$	合成动力矩
$F_r$	火箭燃气流作用力	$M_d$	推力偏心与质量分布不均衡引起的动力矩
$f_0$	火药的等压火药力	$M_n$	扭杆扭矩
$G$	火箭弹重力	$M_p$	平衡力矩
$G_b$	发射装置被缓冲部分重力	$M_g$	重力矩
$G_h$	回转部分重力	$M_w$	定向器导引面微弯曲引起的动力矩
$G_p$	发射装置重力	$M_{zF}$	火箭弹倾斜喷管或切向孔产生的导转力矩
$G_q$	起落部分重力	$M_{zw}$	斜置尾翼产生的导转力矩
$H$	平衡机力对耳轴的无因次力臂	$M_{zz}$	极阻尼力矩
		$M_z$	定向器振动引起的动力矩

$m$	火箭弹质量	$s_0$	有效定向器长
$m_F$	弹前定心部不平衡质量	$s_1$	弹在定向器上滑行长; 射流主段中任一横截面至射流极点的距离
$m_R$	弹后定心部不平衡质量	$T$	绝对温度
$m''_y$	马格努斯力矩系数二阶导数	$v$	火箭弹在定向器外任一点上的飞行速度
$m'_z$	弹的俯仰力矩系数导数	$v_e$	气体喷口流速
$m'_{zz}$	极阻尼力矩系数导数	$v_0$	火箭弹初速
$n$	高压室火药装药根数; 平衡机个数; 装弹量	$\alpha$	螺旋定向器的螺旋角
$n_I$	弹赤道转动惯量与极转动惯量之比	$\beta_D$	火箭弹的动不均衡度
$n_\lambda$	火箭弹在一个弹道波长内的自转周数	$\gamma$	火箭弹自转角
$R$	气体常数; 高低机手轮半径	$\zeta_e$	喷口扩张比
$R_A$	火箭弹赤道回转半径	$\eta$	传动效率
$R_c$	火箭弹极回转半径	$\theta_0$	射角
$R_e$	喷管出口截面半径	$\lambda$	不旋转火箭弹的弹道波长
$R_s$	火箭弹静不均衡度	$\chi$	火箭弹飞行角速度与速度之比
$R_t$	喷喉截面半径	$\mu$	动载系数
$r_0$	火箭燃气流初始段等速核心区半径	$\xi$	炮尾喷管推力系数
$S_d$	动稳定因子	$\rho$	空气密度; 摩擦角
$S_g$	弹的陀螺稳定因子	$\Phi$	弹轴复摆动角
$S_m$	弹体最大横截面面积	$\Psi_1$	喷管流速系数
$s$	弹道弧长; 弹离轨后喷管出口截面与定向器迎气面相隔距离	$\Psi_2$	喷管流量系数
$s_c$	火箭燃气流初始段核心区长度	$\varphi_n$	扭杆扭角
$s_e$	起落部分重心至耳轴距离	$\chi$	燃烧室热损失修正系数
		$\Psi^*$	火箭弹主动段偏角特征函数
		$\omega$	发射装置自振圆频率

# 目 录

主要符号 .....	1
第一章 火箭发射装置受力分析与计算	
§ 1.1 引言 .....	3
§ 1.2 火箭弹的推力偏心与质量分布不均衡、定向器导引面微弯曲简介 .....	3
一、火箭弹的推力偏心与质量分布 不均衡的表示法 .....	3
二、定向器导引面微弯曲及其 表示方法 .....	8
§ 1.3 发射状态下火箭发射装置受力分析与计算 .....	9
一、概述 .....	9
二、火箭弹推力偏心与质量分布 不均衡引起的动力载荷 .....	10
三、定向器导引面微弯曲引起的 动力载荷 .....	12
四、定向器振动引起的动力载荷 .....	17
§ 1.4 火箭燃气流对发射装置的冲击力 .....	18
一、湍流自由射流结构及火箭燃气流计算简图 .....	19
二、火箭燃气流流场特性参数的确定 .....	21
三、冲击力估算——利用电子数字 计算机模拟发射 .....	24
§ 1.5 行军时火箭发射装置受力分析与计算 .....	26
一、行军时发射装置的振动、振动 动力载荷 .....	26
二、行军时发射装置制动、制动 惯性力 .....	33
三、行军时火箭发射装置转弯、 离心惯性力 .....	34
第二章 定向器设计 .....	37
§ 2.1 概述 .....	37
§ 2.2 定向器长度的确定 .....	39
一、引言 .....	39
二、方向角散布计算公式 .....	40
三、有效定向器长度的确定 .....	44
四、保证不发生炮口撞击 .....	45
五、定向器长度的确定 .....	46
§ 2.3 螺旋定向器设计计算 .....	48
一、引言 .....	48
二、螺旋定向器螺旋角的确定 .....	48
三、用优选法确定有效定向器长度 和螺旋角的最佳值 .....	50
四、低速尾翼弹的飞行转速范围 .....	51
五、火箭飞行中的自转角速度计算 .....	53
六、确定螺旋角的另外两点说明 .....	54
七、螺旋定向器导转侧压力的计算 .....	54
§ 2.4 高低压发射原理 .....	55
一、高低压发射装置的原理 .....	55
二、高低压原理的优点 .....	56
三、高低压无后坐原理应用于火箭 发射装置上的前景 .....	57
§ 2.5 高低压火箭发射装置设计计算 .....	58
一、并联式高低压发射装置设计计算 .....	58
二、串联式高低压发射装置设计计算 .....	63
§ 2.6 闭锁挡弹器设计计算 .....	64
一、闭锁力的确定 .....	65
二、弹簧闭锁器设计计算 .....	66
三、卡簧闭锁器设计计算 .....	68
第三章 平衡机 .....	76
§ 3.1 概述 .....	76
一、重力矩的变化规律 .....	76
二、平衡力矩曲线的选择 .....	78
三、平衡机的分类 .....	78
四、传动三角形 .....	79
§ 3.2 弹簧推式平衡机 .....	80
一、两点控制的设计方法 .....	80
二、三点控制的设计方法 .....	81

<b>三、双弹簧变刚度推式平衡机</b>	
点控制设计方法	82
<b>四、按最小二乘法的设计方法</b>	85
§ 3.3 弹簧拉式平衡机	87
一、链索机构传动关系	88
二、弹簧拉式平衡机设计方法	90
§ 3.4 扭力平衡机	91
一、传动机构及其计算	91
二、扭杆设计计算公式	99
三、扭力平衡机的设计方法	105
§ 3.5 气压式平衡机	108
一、气体压力和平衡机抗力	109
二、平衡机主要参数的确定	109
三、平衡机的摩擦力	110
四、平衡机的结构尺寸	111
<b>第四章 瞄准机</b>	112
§ 4.1 螺杆式高低机的设计	112
一、传速比和瞄准速度的计算	112
二、高低机受力分析	116
三、高低机手轮力计算	122
四、高低机零件的强度校核	123
§ 4.2 滚珠丝杠高低机	124
一、额定动载荷	125
二、额定静载荷	126
三、传动效率	126
§ 4.3 齿弧式方向机设计	129
一、传速比分配	129
二、受力分析	131
三、手轮力计算	135
四、主要零件的强度校核	135
§ 4.4 行星传动	136
一、行星传动的传速比	137
二、行星传动轮系中各轮齿数的确定	140
三、行星传动效率计算	144
§ 4.5 自锁器设计	153
一、滚柱自锁器设计	153
二、滑块自锁器设计	163
三、楔块自锁器设计	167
<b>第五章 发射装置对火箭密集度的影响</b>	172
§ 5.1 引言	172
一、提高密集度的重要性	172
<b>二、火箭发射装置对火箭密集度的重大影响</b>	173
§ 5.2 半约束期弹轴摆动微分方程，弹质量分布不均衡引起的起始扰动	173
一、半约束期弹轴摆动微分方程	173
二、弹质量分布不均衡引起的起始扰动计算	176
§ 5.3 发射装置振动引起的起始扰动计算	177
一、振动引起的 $\Psi_0$ 的表达式	177
二、振动引起的 $E_{\Psi_0}$ 的求法	179
§ 5.4 随机振动基本概念简述	180
一、随机振动	180
二、样本函数与随机过程	181
三、随机过程的数字特征	181
四、平稳过程与各态历经过程	182
五、联合平稳、联合各态历经过程	183
六、随机过程函数的数字特征	183
七、随机过程积分的数字特征	184
§ 5.5 用随机振动理论求 $E_{\Psi_0}$	185
一、假设	185
二、 $E_{\Psi_0}$ 公式推导	186
三、发射 $n$ 发时 $E_{\Psi_0}$ 的计算	192
§ 5.6 重力矩引起的弹轴摆动角	192
§ 5.7 发射装置动力学	193
一、概述	193
二、动力学模型	194
三、运动微分方程	196
四、微分方程的解	199
五、结束语	205
§ 5.8 提高密集度的措施	205
一、保证有合适的炮口速度和炮口转速	206
二、保证起始扰动最小——减小火箭发射装置振动引起的起始扰动	207
三、保证起始偏差最小	213
<b>第六章 发射装置运行体</b>	215
§ 6.1 引言	215

§ 6.2 汽车的主要使用指标 .....	215	一、战术要求 .....	242
一、汽车的牵引性 .....	215	二、勤务使用要求 .....	244
二、汽车制动性 .....	221	三、生产经济性要求 .....	245
三、汽车的通过性 .....	221		
四、汽车机动性 .....	224	§ 7.3 自行式发射装置运行	
五、汽车燃料经济性 .....	225	体的选择 .....	246
六、汽车稳定性 .....	225	一、汽车的优缺点 .....	246
七、汽车行驶平顺性 .....	227	二、对高通过性的军用越野汽车	
§ 6.3 拖车式发射装置运行体 .....	228	的要求 .....	247
一、对拖车式发射装置运行体的要求 .....	229	三、履带车辆的优缺点 .....	247
二、拖车式发射装置运行体车轮			
的选择 .....	230	§ 7.4 火箭发射装置总体设计中	
三、拖车式发射装置运行体缓冲		的几个问题 .....	250
器的设计 .....	230	一、自行式火箭发射装置定向器数	
四、制动器设计 .....	236	目的概略估算法 .....	250
<b>第七章 总体设计 .....</b>	<b>242</b>	二、合理地配置耳轴和立轴位置 .....	251
§ 7.1 引言 .....	242	三、关于发射装置重量和重心位置 .....	252
§ 7.2 对火箭发射装置的战术		四、拖车式发射装置总体设计	
技术要求 .....	242	的特点 .....	253

# 主要符号

$a$	火箭弹沿定向器轴心线方向的平均加速度	$h$	火箭发射装置重心高
$a_p$	火箭弹在炮口外的平均推力加速度	$h_B$	火箭弹定心部高度
$a_0$	火箭射流结构系数	$h_n$	导转钮高度
$a_1$	火箭弹沿定向器轴心线方向的加速度	$I_A$	火箭弹赤道转动惯量
$B$	阻尼力矩系数	$I_c$	火箭弹极转动惯量
$B_f$	与最大射程对应的射弹方向散布	$i$	传动比
$C$	平衡机刚度	$K_N$	燃烧室面喉比
$C_s$	升力系数导数	$K_p$	燃气压力跳动系数
$D$	高压室火药外径	$k$	等熵指数；传动三角形长短边比
$D_B$	火箭弹定心部直径	$k_s$	弹的圆波数
$D_i$	高压室内径	$k_1$	矩形扭杆截面长短边比
$F$	火箭推力	$k_2$	圆形扭杆内外径比
$F_b$	闭锁力	$L$	弹复推力偏心
$F_D$	合成动载荷	$l$	全弹长
$F_d$	推力偏心与质量分布不均衡引起的动载荷	$l_B$	火箭弹前后定心部中心连线长
$F_p$	平衡机力	$l_F$	火箭弹前定心部中心至质心连线长
$F_s$	高低机手轮力	$l_R$	火箭弹后定心部中心至质心连线长
$F_T$	高低压发射时的总推力	$M$	瞄准机阻力矩
$F_w$	定向器导引面微弯曲引起的动载荷	$M_a$	马赫数
$F_z$	定向器振动引起的动载荷；高低压发射装置后坐力	$M_D$	合成动力矩
$F_r$	火箭燃气流作用力	$M_d$	推力偏心与质量分布不均衡引起的动力矩
$f_0$	火药的等压火药力	$M_n$	扭杆扭矩
$G$	火箭弹重力	$M_p$	平衡力矩
$G_b$	发射装置被缓冲部分重力	$M_q$	重力矩
$G_h$	回转部分重力	$M_w$	定向器导引面微弯曲引起的动力矩
$G_p$	发射装置重力	$M_{zF}$	火箭弹倾斜喷管或切向孔产生的导转力矩
$G_q$	起落部分重力	$M_{zw}$	斜置尾翼产生的导转力矩
$H$	平衡机力对耳轴的无因次力臂	$M_{zz}$	极阻尼力矩
		$M_z$	定向器振动引起的动力矩

$m$	火箭弹质量	$s_0$	有效定向器长
$m_F$	弹前定心部不平衡质量	$s_1$	弹在定向器上滑行长; 射流主段中任一横截面至射流极点的距离
$m_K$	弹后定心部不平衡质量	$T$	绝对温度
$m''_y$	马格努斯力矩系数二阶导数	$v$	火箭弹在定向器外任一点上的飞行速度
$m'_z$	弹的俯仰力矩系数导数	$v_e$	气体喷口流速
$m'_{zz}$	极阻尼力矩系数导数	$v_0$	火箭弹初速
$n$	高压室火药装药根数; 平衡机个数; 装弹量	$\alpha$	螺旋定向器的螺旋角
$n_I$	弹赤道转动惯量与极转动惯量之比	$\beta_D$	火箭弹的动不均衡度
$n_\lambda$	火箭弹在一个弹道波长内的自转周数	$\gamma$	火箭弹自转角
$R$	气体常数; 高低机手轮半径	$\zeta_e$	喷口扩张比
$R_A$	火箭弹赤道回转半径	$\eta$	传动效率
$R_c$	火箭弹极回转半径	$\theta_0$	射角
$R_e$	喷管出口截面半径	$\lambda$	不旋转火箭弹的弹道波长
$R_s$	火箭弹静不均衡度	$\chi$	火箭弹飞行角速度与速度之比
$R_t$	喷喉截面半径	$\mu$	动载系数
$r_0$	火箭燃气流初始段等速核心区半径	$\xi$	炮尾喷管推力系数
$S_d$	动稳定因子	$\rho$	空气密度; 摩擦角
$S_g$	弹的陀螺稳定因子	$\Phi$	弹轴复摆动角
$S_m$	弹体最大横截面面积	$\Psi_1$	喷管流速系数
$s$	弹道弧长; 弹离轨后喷管出口截面与定向器迎气面相隔距离	$\Psi_2$	喷管流量系数
$s_c$	火箭燃气流初始段核心区长度	$\varphi_n$	扭杆扭角
$s_e$	起落部分重心至耳轴距离	$\chi$	燃烧室热损失修正系数
		$\Psi^*$	火箭弹主动段偏角特征函数
		$\omega$	发射装置自振圆频率

# 第一章 火箭发射装置受力分析与计算

## § 1.1 引言

在火箭发射装置的设计中，为了确定各部件、零件合理的结构和尺寸，首先要对它在工作状态下所承受载荷的性质和大小进行分析与计算。另外，受力分析与计算也是对火箭发射装置进行射击密集度分析、射击与运动时的稳定性分析以及总体校核的基础。

当然，进行火箭发射装置受力分析与计算时，应区分不同的结构，不同的弹种，不同的运行体，特别是不同的工作情况，等等。但不论是什么样的火箭发射装置，它们在受力方面总有一些共同点，特别是一些处理受力问题的方法，更具有普遍适用的意义。讨论中将作一些必要的假设和简化，以建立合理的模型。

一般说来，整个火箭发射装置的受力可分为以下三种：

1. 野战条件下，放列状态时的受力；
2. 发射时的受力；
3. 行军时的受力。

火箭发射装置处于列列（静止）状态时，只承受弹重、结构自重等载荷。这些载荷一般均是静载荷，数值不大，在确定了结构之后，也不难进行估算。故本章不作专门研究。但需指出，火箭发射装置处于放列状态时，还可能承受其他的一些偶然载荷，如弹片、飓风、原子弹爆炸冲击波等。这些载荷严重时能使火箭发射装置倾覆或破坏，因此，在设计中从降低重心、改善外形等方面加以考虑是必要的。

在发射和行军时，火箭发射装置将会承受由多种因素引起的动载荷，这些动载荷比静载荷大若干倍。本章将着重讨论这两种情况下的受力与计算。

## § 1.2 火箭弹的推力偏心与质量分布不均衡、定向器导引面微弯曲简介

本节将介绍两个在发射时引起发射装置承受动载并造成发射装置振动的重要因素——火箭弹的推力偏心与质量分布不均衡、定向器导引面微弯曲的基本概念及表示方法。

### 一、火箭弹的推力偏心与质量分布不均衡的表示法

为了具体了解推力偏心和质量分布不均衡表示法的物理意义，可参阅图1.1。

图中 $o'$ 表示火箭弹的理想质心， $\xi$ 轴为弹的几何纵轴，平面坐标 $\eta o' \zeta$ 与过质心的弹体横截面（称为赤道面）固连， $o' \xi \eta \zeta$ 为服从右手定则的直角坐标系，称为弹体坐标系。

由于制造的误差，喷管的歪斜，燃气流的不均衡性等原因，推力 $F$ 的作用线偏离质心 $o'$ 。可认为作用线通过喷喉中心所在横截面与 $\xi$ 轴的交点 $K$ ，与赤道面的交点为 $G$ 。 $o' G$ 即为推力偏心 $L$ ，它在 $\eta$ 轴和 $\zeta$ 轴上的投影分别为 $L_\eta$ 和 $L_\zeta$ ，如图1.2所示。显然

$$L_n = L \cos \theta_L$$

(1.1)

$$L_\zeta = L \sin \theta_L$$

式中  $\theta_L$ ——推力偏心相位角。

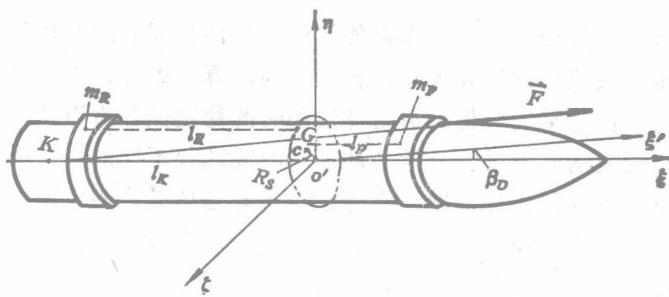


图1.1 推力偏心与质量分布不均衡表示法

目前，推力偏心一般是在不允许弹体自转的六分力实验台上进行测试，其测试结果经处理后能给出  $L_n$  和  $L_\zeta$  随时间  $t$  变化的曲线，如图1.3所示。图中  $t_0$  为发射时火箭弹后定

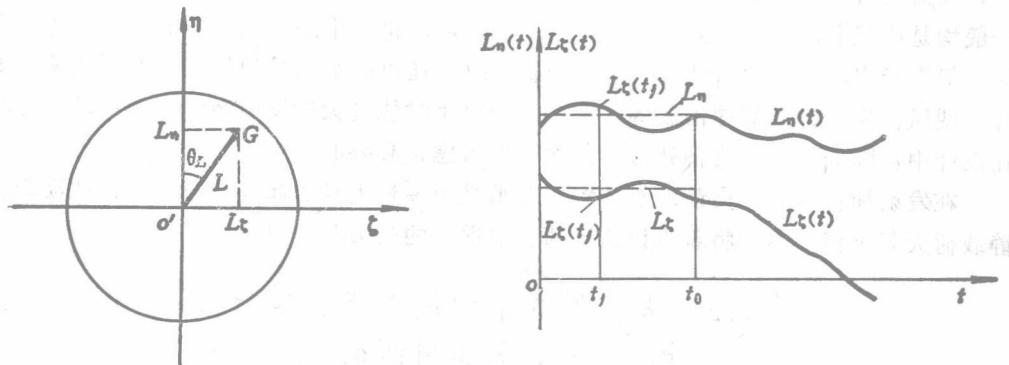


图1.2 推力偏心

图1.3 推力偏心的投影随时间变化曲线

心部滑离定向器口部的时间。当研究弹在定向器上滑行时期的问题时，我们关心的当然是  $t = 0 \sim t_0$  时的  $L_n(t)$  和  $L_\zeta(t)$ ，它们都是时间的函数。对一发弹而言，在任一瞬时  $t_j$ ，它有确定的值  $L_n(t_j)$  和  $L_\zeta(t_j)$ ；在  $[0, t_0]$  时期内，它有平均值（常数） $L_n$  和  $L_\zeta$ 。

对于一组弹（ $n$  发）而言， $L_n(t_j)$  和  $L_\zeta(t_j)$  均为随机变量，故  $L_n(t)$  和  $L_\zeta(t)$  均为随机过程。目前，尚未见到从随机过程的角度来研究推力偏心的资料，但有下述实验研究结果<sup>[2]</sup>：推力偏心的投影的平均值  $L_n$  和  $L_\zeta$  为相互独立的正态随机变量，它们的中间偏差相等（记为  $E_L$ ），即

$$E_{L_n} = E_{L_\zeta} = E_L$$

若测试无系统误差（即测试时  $\eta o' \zeta$  的坐标原点  $o'$  确实与弹的理想质心重合），则  $L_n$  和  $L_\zeta$  的数学期望同为零。于是，由概率统计理论可知，图1.2所示推力偏心  $L$  为服从瑞利分

布的随机变量，推力偏心相位角 $\theta_L$ 在整个圆周上服从均匀分布的随机变量，且有关关系式

$$E_L = 0.5381 L_{av} \quad (1.2)$$

式中  $L_{av} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i$  为一组弹的  $L$  的平均值， $L_i$  为第  $i$  发弹的  $L$  值。

将图1.1所示推力 $\vec{F}$ 向 $o'$ 点搬移，得一作用于 $o'$ 点的力矢 $\vec{F}$ 及一力偶矩矢 $\vec{M}_F$ ，它们沿 $\xi$ 、 $\eta$ 和 $\zeta$ 轴的分矢量如图1.4所示。易知这些分矢量之值为

$$\left. \begin{aligned} F_\xi &\approx F \\ F_\eta &\approx \frac{L_\eta}{l_K} F \\ F_\zeta &\approx \frac{L_\zeta}{l_K} F \\ M_{F\xi} &= 0 \\ M_{F\eta} &\approx FL_\eta \\ M_{F\zeta} &\approx -FL_\eta \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

式中  $l_K$ —— $K$ 点至 $o'$ 点的连线长（见图1.1）。

弹的质量分布不均衡性，目前在火箭发动机不点火条件下，可由动力平衡机进行测试。测试结果能给出简化到前、后定心部表面的不平衡质量的大小 $m_F$ 、 $m_R$ 和相位角 $\theta_F$ 、 $\theta_R$ ，如图1.1和图1.5所示。

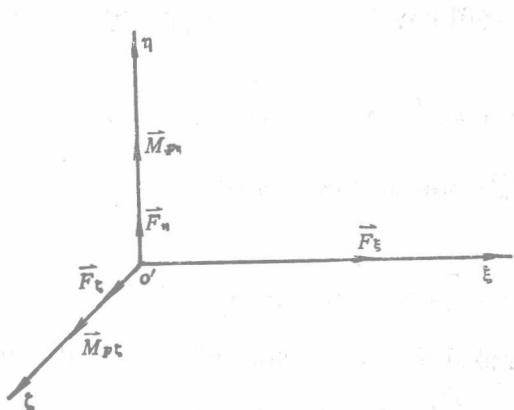


图1.4 推力向 $o'$ 点搬移

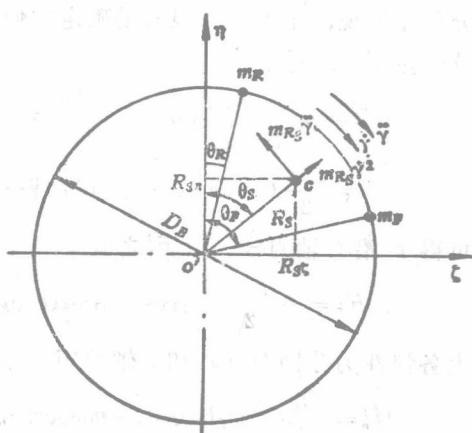


图1.5 静不均衡度

如果简化结果没有小质量 $m_F$ 和 $m_R$ 存在，则弹的质量分布为均衡状态，此时弹的实际质心与理想质心 $o'$ 重合，几何纵轴 $\xi$ 即为惯性主纵轴（所谓惯性主轴，是指与它有关的惯性积等于零的轴，在这里即有 $J_{\xi\eta} = \iiint_m \xi \eta dm = 0$ ， $J_{\xi\zeta} = \iiint_m \xi \zeta dm = 0$ ）。这

时，若弹体绕 $\xi$ 轴作自转运动，则其惯性力系向 $o'$ 点简化的结果仅为一沿 $\xi$ 轴的惯性力偶矩矢 $\vec{M}_\xi = -I_e \vec{\gamma}$  ( $I_e$ ——极转动惯量， $\vec{\gamma}$ ——弹体自转角加速度矢)，沿 $\eta$ 轴和 $\zeta$ 轴

没有任何惯性力和惯性力偶矩分矢量。

由于有小质量  $m_F$  和  $m_R$  存在，因此，当弹体绕  $\zeta$  轴作自转运动时，其惯性力系中要增加质点  $m_F$  和  $m_R$  的惯性力

$$\vec{F}_F^I = -m_F \vec{a}_F = -m_F \vec{a}_F^t - m_F \vec{a}_F^n$$

$$\vec{F}_R^I = -m_R \vec{a}_R = -m_R \vec{a}_R^t - m_R \vec{a}_R^n$$

式中， $\vec{a}_F$  和  $\vec{a}_R$  分别为质点  $m_F$  和  $m_R$  的加速度，它们的切向分量  $\vec{a}_F^t$  和  $\vec{a}_R^t$  的大小同为  $\frac{D_B}{2} \ddot{\gamma}$ ，它们的法向分量  $\vec{a}_F^n$  和  $\vec{a}_R^n$  的大小同为  $\frac{D_B}{2} \dot{\gamma}^2$ 。这里  $D_B$  为弹定心部外径； $\dot{\gamma}$ 、 $\ddot{\gamma}$  为弹体自转角速度、角加速度。如图 1.6 所示。

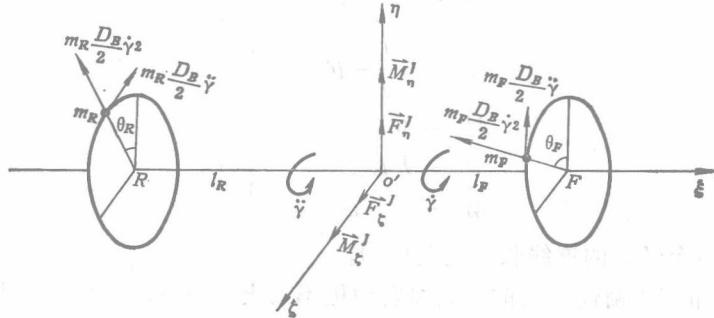


图1.6 不均衡质量的惯性力

这时，弹体的惯性力系向  $o'$  点简化时，所得主矢量  $\vec{F}^J$  和主矩  $\vec{M}^J$  便有沿  $\eta$  轴和  $\zeta$  轴的分矢量出现，由图 1.6 很容易确定它们。将图上各惯性力向  $\eta$  轴投影，得  $\vec{F}^J$  沿  $\eta$  轴的分矢量  $\vec{F}_\eta^J$  之值

$$\begin{aligned} \vec{F}_\eta^J &= m_F \frac{D_B}{2} \ddot{\gamma} \sin \theta_F + m_R \frac{D_B}{2} \ddot{\gamma} \sin \theta_R + m_F \frac{D_B}{2} \dot{\gamma}^2 \cos \theta_F + m_R \frac{D_B}{2} \dot{\gamma}^2 \cos \theta_R \\ &= \frac{D_B}{2} (m_F \sin \theta_F + m_R \sin \theta_R) \ddot{\gamma} + \frac{D_B}{2} (m_F \cos \theta_F + m_R \cos \theta_R) \dot{\gamma}^2 \end{aligned} \quad (1.4a)$$

同理可得  $\vec{F}^J$  沿  $\zeta$  轴的分矢量  $\vec{F}_\zeta^J$  之值

$$\vec{F}_\zeta^J = -\frac{D_B}{2} (m_F \cos \theta_F + m_R \cos \theta_R) \ddot{\gamma} + \frac{D_B}{2} (m_F \sin \theta_F + m_R \sin \theta_R) \dot{\gamma}^2 \quad (1.4b)$$

将图上各惯性力分别对  $\eta$  轴和  $\zeta$  轴取矩，相应得  $\vec{M}^J$  沿  $\eta$  轴和  $\zeta$  轴的分矢量  $\vec{M}_\eta^J$  和  $\vec{M}_\zeta^J$  之值

$$\begin{aligned} \vec{M}_\eta^J &= \frac{D_B}{2} (m_F l_F \cos \theta_F - m_R l_R \cos \theta_R) \ddot{\gamma} - \frac{D_B}{2} (m_F l_F \sin \theta_F - m_R l_R \sin \theta_R) \dot{\gamma}^2 \\ \vec{M}_\zeta^J &= \frac{D_B}{2} (m_F l_F \sin \theta_F - m_R l_R \sin \theta_R) \ddot{\gamma} + \frac{D_B}{2} (m_F l_F \cos \theta_F - m_R l_R \cos \theta_R) \dot{\gamma}^2 \end{aligned} \quad (1.5)$$

式中  $l_F$ 、 $l_R$ ——分别为前、后定心部中点  $F$ 、 $R$  至质心  $o'$  的连线长（见图 1.1 和图 1.6）。

以上这种用  $m_F$ 、 $\theta_F$ 、 $m_R$ 、 $\theta_R$  表示质量分布不均衡的方法较直观，且能由测试直接得出其数据。但它有时不便于用来作理论推导，故有必要用与之等价的表示法来代替，这就是外弹道学上所用的动、静不均衡度  $\beta_D$ 、 $R_s$  的表示方法。

$R_s$  表示由于不均衡质量  $m_F$  和  $m_R$  的存在, 使弹的实际质心在赤道平面内相对于理想质心  $o'$  的偏离 (即通常所说的动不均衡度)。如图 1.1 和图 1.5 所示 (图中已将实际情况夸大)。 $R_s$  在  $\eta$  轴和  $\zeta$  轴上的投影分别为  $R_{s\eta}$  和  $R_{s\zeta}$ , 显然

$$R_s = \sqrt{R_{s\eta}^2 + R_{s\zeta}^2} \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} \theta_s &= \arctg \frac{R_{s\eta}}{R_{s\zeta}} \\ R_{s\eta} &= R_s \cos \theta_s \\ R_{s\zeta} &= R_s \sin \theta_s \end{aligned} \quad (1.7)$$

式中  $\theta_s$  ——质量偏心相位角。

$\beta_D$  表示由于  $m_F$  和  $m_R$  的存在, 使弹的惯性主纵轴  $\xi'$  偏离几何纵轴  $\xi$  的角度, 如图 1.1 和图 1.7 所示。图 1.7 所示球面为半径等于单位长度的球面 (示出第一象限), 故球面上的弧长  $\beta_D$  即等于  $\xi'$  与  $\xi$  轴的夹角值, 弧长  $\beta_{D\eta}$  即等于  $\xi'$  轴在  $\xi o' \eta$  平面上的投影与  $\xi$  轴的夹角值, 弧长  $\beta_{D\zeta}$  即等于  $\xi'$  轴在  $\xi o' \zeta$  平面上的投影与  $\xi$  轴的夹角值。由于  $\beta_D$ 、 $\beta_{D\eta}$  和  $\beta_{D\zeta}$  皆为微量, 故有

$$\begin{aligned} \beta_D &= \sqrt{\beta_{D\eta}^2 + \beta_{D\zeta}^2} \\ \theta_D &= \arctg \frac{\beta_{D\zeta}}{\beta_{D\eta}} \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} \beta_{D\eta} &= \beta_D \cos \theta_D \\ \beta_{D\zeta} &= \beta_D \sin \theta_D \end{aligned} \quad (1.9)$$

式中  $\theta_D$  —— 动不均衡度相位角。

下面将从惯性力系等效的角度对质量分布不均衡两种表示法的关系式进行推导。

当弹体绕  $\xi$  轴作自转运动时, 在  $C$  点处的切向惯性力的大小分别为  $mR_s\ddot{\gamma}$  和  $mR_s\dot{\gamma}^2$  (这里  $m$  为弹的质量), 方向如图 1.5 所示。这两个惯性力在  $\eta$  轴和  $\zeta$  轴上的投影分别为

$$\begin{aligned} F'_\eta &= mR_{s\eta}\ddot{\gamma} + mR_{s\zeta}\dot{\gamma}^2 \\ F'_\zeta &= -mR_{s\eta}\ddot{\gamma} + mR_{s\zeta}\dot{\gamma}^2 \end{aligned} \quad (1.10)$$

此式与 (1.4) 式对比, 得

$$\begin{aligned} R_{s\eta} &= \frac{D_B}{2m} (m_F \cos \theta_F + m_R \cos \theta_R) \\ R_{s\zeta} &= \frac{D_B}{2m} (m_F \sin \theta_F + m_R \sin \theta_R) \end{aligned} \quad (1.11)$$

由于  $\beta_D$  的存在, 当弹体绕  $\xi$  轴作自转运动时, 惯性力偶矩矢量沿  $\eta$  轴和  $\zeta$  轴的分矢量之值分别为

$$\begin{aligned} M'_\eta &= (I_A - I_C)(\beta_{D\eta}\ddot{\gamma} - \beta_{D\zeta}\dot{\gamma}^2) \\ M'_\zeta &= (I_A - I_C)(\beta_{D\zeta}\ddot{\gamma} + \beta_{D\eta}\dot{\gamma}^2) \end{aligned} \quad (1.12)$$

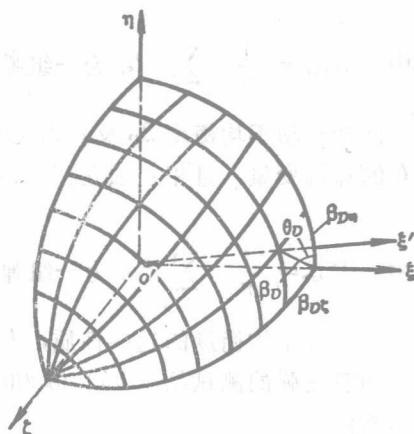


图 1.7 动不均衡度

式中  $I_A$ 、 $I_C$ ——分别为弹的赤道转动惯量和极转动惯量。此二式的推导留待 § 5.2 再作。(1.12) 式与 (1.5) 式对比, 得

$$\begin{aligned}\beta_{Dn} &= \frac{D_B}{2(I_A - I_C)} (m_F l_F \cos \theta_F - m_R l_R \cos \theta_R) \\ \beta_{Dc} &= \frac{D_B}{2(I_A - I_C)} (m_F l_F \sin \theta_F - m_R l_R \sin \theta_R)\end{aligned}\quad (1.13)$$

当测试得出了  $m_F$ 、 $\theta_F$  和  $m_R$ 、 $\theta_R$  时, 由 (1.11) 式和 (1.13) 式即可分别求得  $R_s$  和  $\beta_D$  的两个分量, 再由 (1.6) 式和 (1.8) 式可得静、动不均衡度的大小及相位角。

试验研究表明: 对于一组弹 ( $n$  发) 而言, 质量偏心距的投影  $R_{sn}$  和  $R_{sc}$  为相互独立的正态随机变量, 它们的中间偏差相等 (记为  $E_{Rs}$ ), 即

$$E_{R_{sn}} = E_{R_{sc}} = E_{Rs}$$

它们的数学期望同为零。质量偏心距  $R_s$  和质量偏心相位角  $\theta_s$  为相互独立的随机变量,  $R_s$  服从瑞利分布,  $\theta_s$  在整个圆周上服从均匀分布, 且有关系式

$$E_{Rs} = 0.5381 R_{sav} \quad (1.14)$$

式中  $R_{sav} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_{si}$  为一组弹的  $R_s$  的平均值,  $R_{si}$  为第  $i$  发弹的  $R_s$  值。

同样, 动不均衡度  $\beta_D$  及其相位角  $\theta_D$  分别为服从瑞利分布和在整个圆周上服从均匀分布的随机变量, 且相互独立。 $\beta_{Dn}$  和  $\beta_{Dc}$  的中间偏差相等 (记为  $E_{\beta_D}$ ), 有

$$E_{\beta_D} = 0.5381 \beta_{Dav} \quad (1.15)$$

式中  $\beta_{Dav} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta_{Di}$  为一组弹的  $\beta_D$  的平均值,  $\beta_{Di}$  为第  $i$  发弹的  $\beta_D$  值。

动、静不均衡度的这些性质, 与前述推力偏心的性质相同。

由各发弹的测试结果  $m_F$ 、 $\theta_F$  和  $m_R$ 、 $\theta_R$  求算一组弹的  $E_{Rs}$ 、 $E_{\beta_D}$ , 其计算任务是相当繁重的。

理论推导中, 有时使用复数形式的静、动不均衡度更为方便。其复数形式如下:

$$R_s = R_{sn} + i R_{sc} \quad (1.16)$$

$$\beta_D = \beta_{Dn} + i \beta_{Dc} \quad (1.17)$$

利用 (1.11) 式和 (1.13) 式可得复数形式的  $R_s$  和  $\beta_D$  的表达式

$$\begin{aligned}R_s &= \frac{D_B}{2m} [m_F (\cos \theta_F + i \sin \theta_F) + m_R (\cos \theta_R + i \sin \theta_R)] \\ &= \frac{D_B}{2m} (m_F e^{i\theta_F} + m_R e^{i\theta_R})\end{aligned}\quad (1.18)$$

$$\beta_D = \frac{D_B}{2(I_A - I_C)} (m_F l_F e^{i\theta_F} - m_R l_R e^{i\theta_R}) \quad (1.19)$$

## 二、定向器导引面微弯曲及其表示方法

由于制造上的原因, 定向器导引面一般有弯曲度和波纹度, 如图 1.8 所示。我们将定向器导引面的弯曲度和波纹度统称为微弯曲。

图 1.8 中,  $l$  为弯曲长度,  $R$  为弯曲半径,  $l/R$  愈大, 弯曲度愈大;  $\lambda$  为波长,  $h$