

# 作战航空综合体 及其效能

徐浩军 魏贤智 华玉光  
胡孟权 王 旭 唐铁军 编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

V221



2006070068

V221  
1037-1

1037

# 作战航空综合体 及其效能

徐浩军 魏贤智 华玉光 编著  
胡孟权 王 旭 唐铁军



国防工业出版社

·北京·

2006070068

## 图书在版编目(CIP)数据

作战航空综合体及其效能/徐浩军等编著. —北京：  
国防工业出版社, 2006.1

ISBN 7-118-04222-6

I . 作... II . 徐... III . 航空—作战 IV . ①V221  
②E844

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 133651 号



开本 850×1168 1/32 印张 6 178 千字  
2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月北京第 1 次印刷  
印数：1—2500 册 定价：18.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010) 68428422  
发行传真: (010) 68411535

发行邮购: (010) 68414474  
发行业务: (010) 68472764

## 前　　言

关于空战的效能评估,国内外有不少理论和方法。无论是作战飞机单元的对抗,还是编队飞机的对抗,或者是航空装备系统的对抗,目前可以使用的方法很多。作者在俄罗斯儒可夫斯基空军工程学院进修期间,专门注意了俄罗斯的研究方法和理论,对此进行了专门的学习研究,也与俄罗斯专家进行了许多有益的探讨。回国后,结合我国特点,在查阅大量文献资料及与同行们广泛讨论的基础上,编著此书,供国内同行参考。

由于俄罗斯的军事理论研究相对来说较为封闭,曾经有一段时间国内专家对欧美的研究方法和理论跟踪较紧,而对俄罗斯的军事理论研究知之不多。近年来,由于和俄罗斯各方面交往增多,使我们有机会对其研究理论和成果有所了解。

儒可夫斯基空军工程学院提出的“作战航空综合体效能”的概念,有别于国内同行提出的“作战飞机效能”或“航空装备作战效能”的概念,重点突出了军方的使用效能需求;在研究作战飞机效能需求的同时,综合考虑了航空工程保障装备、指挥与控制装备的效能需求。作者认为此种思路尤其应该引起我国军方的关注。

随着我军装备的跨越式发展,我国空军已装备了大量具有先进水平的机载设备和武器系统的新型飞机。严格地说,它们应是新型航空综合体。它们包括功能相互关联的武器系统、机载设备、自动化指挥设备、综合保障设备,另外还为这些新型飞机的作战使用,配备了相应的航空工程和机场技术保障设备。这些功能上相互关联的作战飞机、地面技术保障设备组成了航空综合体。航空综合体作战使用的效能水准很大程度上取决于各组成部分的战术

技术性能和作战使用性能。

本书主要讲述各种类型的作战航空综合体的组成、结构和作战功能,以及在各种战术—战役环境和各种地面保障设备状态下航空综合体作战效能的评估理论和方法;分别叙述了歼击型、前线攻击型、远程攻击型、侦察型及军用运输型航空综合体的组成、用途及功能;分析了航空综合体空中和地面停放的使用性能对作战能力、作战准备的影响;给出了不同使用条件及战术技术要求下,作战航空综合体局部与总体效能指标的确定方法;结合航空工程保障、机场技术保障及战术应用的特点给出了一些应用例子。

全书共分十二章。

本书第二章、第六章、第七章由徐浩军和魏贤智编写;第一章、第八章、第九章由华玉光编写;第三章由王旭编写;第四章、第十一章、第十二章由徐浩军和华玉光编写;第十章由胡孟权编写;第五章由胡孟权和唐铁军编写。

空军工程大学工程学院张凤鸣院长、冯世平政委、训练部谢军部长为本书的编写工作作了许多重要指示,并对本书的出版给予了大力支持;本书的出版同时得到了李应红教授的总装预研基金、徐浩军教授的教育部优秀青年教师基金的资助,在此表示衷心感谢。

编者

2005年8月

# 目 录

<b>第一章 作战效能评估方法综述</b>	1
1.1 解析法	2
1.1.1 概率法	2
1.1.2 效能指数法	3
1.1.3 层次分析法	4
1.1.4 兰彻斯特方程	7
1.2 统计法	10
1.2.1 线性回归分析	10
1.2.2 蒙特卡洛法	11
1.3 仿真模拟法	14
1.3.1 基于 HLA 的分布交互仿真	14
1.3.2 柔性建模仿真技术	17
<b>第二章 作战航空综合体的概念</b>	21
2.1 作战航空综合体的结构与功能	21
2.2 研究航空综合体效能的数学模型	26
<b>第三章 作战航空综合体的效能指标</b>	30
3.1 作战效能指标	30
3.2 航空综合体作战效能标准	31
<b>第四章 作战航空综合体的使用性能及其对效能的影响</b>	44
4.1 飞机的使用性能与使用质量	44

4.2	航空综合体使用质量指标对其效能的影响 .....	49
4.3	飞机的使用工艺性对再次出动准备时间的影响 .....	53
4.4	用于改善使用工艺性的起飞质量的增加 .....	57
<b>第五章</b>	<b>作战航空综合体的生存力 .....</b>	<b>61</b>
5.1	作战航空综合体生存力的概念 .....	61
5.2	航空综合体克制防空火力系统作用的效能 .....	62
5.2.1	防空火力系统概述 .....	62
5.2.2	各种类型的目标克服防空火力的概率 .....	63
5.3	作战航空综合体在地面停放时的生存力 .....	69
5.4	作战备弹量与平均出动波次 .....	75
<b>第六章</b>	<b>歼击型航空综合体 .....</b>	<b>80</b>
6.1	歼击型航空综合体的用途、组成与功能 .....	80
6.2	歼击型航空综合体作战效能指标 .....	84
6.3	歼击机执行任务时及时出动的概率 .....	90
6.4	歼击机瞄准空中目标的概率 .....	97
6.5	歼灭空中目标的概率 .....	113
6.5.1	空—空导弹歼灭目标的概率 .....	113
6.5.2	火箭和航炮击毁目标的概率 .....	119
<b>第七章</b>	<b>前线攻击型航空综合体 .....</b>	<b>126</b>
7.1	攻击型航空综合体用途、组成与功能 .....	126
7.2	前线攻击型航空综合体机载设备组件 .....	128
7.3	攻击机遂行作战任务及时出动的概率 .....	130
7.4	攻击机成功进入对地面目标攻击线的概率 .....	137
7.5	击毁地面目标的概率 .....	145
<b>第八章</b>	<b>远程攻击型航空综合体 .....</b>	<b>148</b>
8.1	远程攻击型航空综合体的用途、组成和功能 .....	148

8.2	远程攻击型航空综合体的效能	149
8.3	侦察机发现航空母舰突击编队的效能	155
8.4	空射巡航导弹及其效能	159
<b>第九章</b>	<b>侦察型航空综合体</b>	<b>161</b>
9.1	侦察型航空综合体的用途、组成和功能	161
9.2	航空侦察设备	164
9.3	侦察型航空综合体的作战效能指标	166
9.3.1	进攻时搜索目标的效能指标	166
9.3.2	精确侦察效能指标	169
9.3.3	检验性侦察的效能	170
9.4	侦察—攻击型航空综合体	171
9.4.1	侦察—攻击型航空综合体的用途、组成 和功能	171
9.4.2	侦察—攻击型航空综合体作战效能指 标	173
<b>第十章</b>	<b>军用运输型航空综合体</b>	<b>176</b>
10.1	军用运输型航空综合体的用途、组成和功能	176
10.2	军用运输型航空综合体作战效能指标	178
<b>第十一章</b>	<b>作战航空综合体战术—技术要求的建立原则</b>	<b>185</b>
11.1	飞行器全寿命周期概述	185
11.2	确定最优战术—技术要求的数学模型	187
11.3	最优参数间的关联特性	190
11.4	确定最优参数的数学方法	193
<b>第十二章</b>	<b>航空综合体系统战役级综合效能评估</b>	<b>196</b>
12.1	航空综合体系统对抗作战的特点	196
12.2	战役级作战过程功能过程的描述	198

12.2.1 攻防对抗双方作战样式	198
12.2.2 航空综合体系统对抗战役过程的描述	200
12.3 对抗双方在战役过程中综合效能评估	202
<b>参考文献</b>	<b>210</b>

同上。④ 1995 年 10 月 2 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑤ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑥ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑦ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑧ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑨ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑩ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑪ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑫ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑬ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑭ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑮ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑯ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑰ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑱ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑲ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑳ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。⑳ 1996 年 1 月 10 日, 中国海军航空兵某团飞行员驾驶苏-27 战斗机, 在黄海海域成功地击落了美国海军 F/A-18 战斗机, 成功地实现了对美制先进战斗机的首次空中拦截。

# 第一章 作战效能评估方法综述

在介绍本书的主要内容之前,首先对作战效能的各种评估方法进行综合论述。

作战效能评估的发展,从单个装备作战性能的评估,如武器的射击效率、命中精度、毁伤概率等,到对抗条件下的装备作战效能评估,再到基于战役全过程的装备体系对抗效能评估,已经经历了3个阶段。

第一个阶段是从20世纪30年代到50年代,其方法论为概率统计和在第二次世界大战中发展起来的军事运筹学,包括规划论、排队论、网络与图论、随机试验统计法等。

第二个阶段是从20世纪60年代到80年代,其方法论随着系统工程的发展逐步形成了从军事运筹学到军事系统工程的方法论体系,如蒙特卡洛法、随机格斗理论、仿真模拟(又称战争博弈)、费用—效能分析、风险分析、网络分析等方法。同时为了定量分析的需要,发展了一系列基于定性分析的定量分析方法,如德尔菲法、层次分析法、战史统计法和指数法等。因此,对抗条件下的装备作战效能的评估,使军事运筹学的方法论体系得到了很大的扩展和完善,其中由于信息技术和计算机技术的飞速发展,仿真模拟受到了特别的关注和迅速发展。

第三个阶段的发展始于20世纪90年代初,由于高技术战争的特点,基于战役全过程的体系对抗和陆、海、空、天联合作战已经成为现代战争的主要方式。

新时期的军事变革和装备的跨越式发展,使得新一代作战飞机总体设计思想有很大转变,军事理论专家提出了不少装备体系对抗效能的理论和方法,除了应用较多的效能指数法、专家评分法

外,系统动力学法、兰彻斯特法等在不断地成熟和完善,神经网络等方法也开始得到广泛应用,评估方法也从原来的定性化方法向定量化或定性与定量相结合的方法发展。

常用的效能评估方法可以分为解析法、统计法和仿真模拟法三大类。

## 1.1 解析法

### 1.1.1 概率法

概率法的理论基础主要是概率论、数理统计和随机过程理论等。概率论主要用于建立静态概率模型,由已知随机因素的概率特征来计算这些随机因素的函数的概率特征。

比较常见的情况有两种:

(1)根据武器系统的战术性能指标计算武器系统对目标的毁伤效果,例如根据导弹命中精度指标计算导弹对圆形目标的命中概率。

(2)根据单个武器系统的效能指标计算一个作战单位中多个同类武器系统的综合效能指标。最简单的例子如  $n$  个同类武器装备对同一目标在独立射击下的毁伤概率为

$$P_n = 1 - (1 - p)^n \quad (1.1)$$

式中  $p$ ——单个武器对目标的毁伤概率。

概率法是在模型中描述随机现象的一种间接方法。它通过建立随机变量或随机事件概率特征之间的数学关系来描述军事行动中随机因素的影响。这些概率特征通常限于事件概率、随机变量的数学期望和标准偏差等少数参数,因此,所建立的模型一般比统计实验模型要简单且易于了解。

当随机变量或随机事件的概率特征仅在其分布满足一定条件(如接近正态分布)时,才能由少数概率特征完全确定。当随机变量经运算、变换后,其概率分布仍接近易于解析处理的模型(如正

态分布、指数分布等)。

### 1.1.2 效能指数法

处理装备作战效能的一种办法是将所有参战的装备等价为一个综合的虚拟战斗单位,以评估其综合作战能力,这就是效能指数法。

效能指数法根据作战飞机的性能指标和实战使用的经验为每一种航空综合体打分,用单位指数值作为基本的兵力强度的度量。在仿真模拟中,交战双方战斗效能的度量,称为战斗效能值。该值是许多不能直接度量的因素合成的结果。许多难以捉摸的因素,如训练、士气、合作精神、指挥、组织和协调,都对作战效能产生影响。

应用效能指数法时,选取衡量飞机作战能力的主要因素:火力、信息、易损性、可探测性、机动性、操纵能力和作战半径。其中火力和信息是相互关联的,可以描述飞机的攻击能力,用函数  $f_1(\overline{\text{火力}}, \overline{\text{信息}})$  表示;易损性和可探测性是相互关联的,可以描述生存能力,用函数  $f_2(\overline{\text{易损性}}, \overline{\text{可探测性}})$  表示;机动性和操纵能力是相互关联的,可以描述生存能力,用函数  $f_3(\overline{\text{机动性}}, \overline{\text{操纵能力}})$  表示;作战半径可以描述续航能力,用函数  $f_4(\overline{\text{作战半径}})$  表示。

最后的综合作战能力  $A$  可以表示为

$$A = \{f_1(\overline{\text{火力}}, \overline{\text{信息}}) + f_2(\overline{\text{易损性}}, \overline{\text{可探测性}}) + \\ f_3(\overline{\text{机动性}}, \overline{\text{操纵能力}}) + f_4(\overline{\text{作战半径}})\} \epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 \epsilon_4 \quad (1.2)$$

式中:  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$  为可靠性、安全系数、预警探测和驾驶员因素,它们对全局都有影响。

其中各项的权系数可以根据专家经验,采用层次分析法确定。各分项能力指数上边的“—”号表示相对基准的相对值,使分项能力之间数值匹配,具备一致性,并以此值作为该项指标的指数值。

通常选择被比较飞机中典型飞机作为基准,以它的效能指标作为基准值,令其各项参数均为基准值“1”,表 1.1 为几种典型三

代机的各项因素的相对值。

表 1.1 三种飞机的主要因素相对值

	火力	信息	易损性	可探测性	机动性	操纵能力	作战半径
米格 -X	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
F-X	1.08	1.25	1.2	0.82	1.2	1.0	1.79
幻影 -X	1.08	1.08	1.0	1.36	0.8	1.5	1.04

有了相对值,在具体的作战条件下,通过函数关系和给定的  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$ , 就可以计算出飞机的效能指数,并可以进行比较。

指数法具有结构简单、使用方便的特点,适合用于宏观分析和快速评估。实际上影响作战效能的因素很多,各种因素之间不是独立的,它们的相互作用和不同的组合会对作战效能指数产生不同的影响。所以从本质上说,指数方法仍是基于经验的方法。

### 1.1.3 层次分析法

层次分析法是 20 世纪 70 年代中期美国匹兹堡大学萨迪教授所创立的一种将复杂评估问题进行分解处理的简易决策方法。其基本步骤为:首先把评估问题分解为若干组成因素,将这些因素按从属关系建立层次结构分析模型,通过专家对同层次因素两两对比建立评价矩阵,然后用特征向量法进行层次排序,评估作战能力优劣,最后对层次排序进行一致性检验。

以下为层次分析法对航空综合体作战效能评估的一般步骤。

#### 1. 层次结构分析模型

以评估 F-X 和米格 -X 两种航空综合体为例,层次结构分析模型包括 3 个层次,如图 1-1 所示。

最高层(E 层):表示评估总目标,即航空综合体作战效能。

中间层(C 层):表示影响作战效能的各种因素,如机动性、火力、发现目标能力、生存能力、操纵效能,分别用  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$  代表。

最低层(F 层):表示要评估的各种航空综合体。

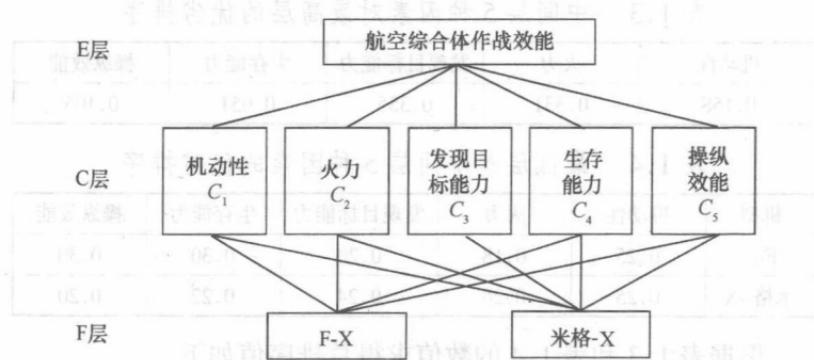


图 1.1 层次分析模型的层次分类

## 2. 评价矩阵的建立

根据专家的评价对一系列成对因素的比较,引入九分制标度,用数值表示出来,写成评价矩阵。评价矩阵中的元素,表示针对上一层次某因素,本层次与之有关因素之间相对重要性的比较。

表 1.2 为中间层 5 种因素对最高层作战能力的相对重要性的评价矩阵  $C$ 。

表 1.2 中间层的评价矩阵

对 E 层的影响因素	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
$C_1$	1	1/2	1/2	4	1
$C_2$	2	1	1	5	4
$C_3$	2	1	1	7	4
$C_4$	1/4	1/5	1/7	1	1/2
$C_5$	1	1/4	1/4	2	1

## 3. 对层次进行排序

在层次分析法中,所谓某层次的排序,是指计算该层次因素相对于上一层次中某因素的相对重要性的权值。这一般要采用特征向量法,即计算评价矩阵的特征向量和最大特征值。

表 1.3 和表 1.4 为用方根法求得的中间层对最高层和最低层对中间层的优劣排序。

表 1.3 中间层 5 种因素对最高层的优劣排序

机动性	火力	发现目标能力	生存能力	操纵效能
0.158	0.331	0.355	0.051	0.105

表 1.4 最底层对中间层 5 种因素的优劣排序

机型	机动性	火力	发现目标能力	生存能力	操纵效能
F-X	0.25	0.18	0.20	0.30	0.30
米格 -X	0.25	0.26	0.24	0.22	0.20

根据表 1.3 和表 1.4 的数值求得总排序值如下。

$$\begin{aligned} \text{F-X: } & 0.25 \times 0.158 + 0.18 \times 0.331 + 0.20 \times 0.355 \\ & + 0.30 \times 0.051 + 0.30 \times 0.105 = 0.217 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{米格 -X: } & 0.25 \times 0.158 + 0.26 \times 0.331 + 0.24 \times 0.355 \\ & + 0.22 \times 0.051 + 0.20 \times 0.105 = 0.243 \end{aligned}$$

表 1.5 中列出了以 F-X 为基准的作战能力指数。

表 1.5 F-X 和米格 -X 对抗效能指数对比

机型	F-X	米格 -X
对抗效能系数	0.217	0.243
对抗效能指数	1	1.12

#### 4. 层次排序的一致性检验

应用层次分析法评估作战能力, 还必须进行层次单排序及总排序的一致性检验。这是因为, 层次分析法的信息基础是评价矩阵, 而评价矩阵则是根据专家的两两因素对比结果所列出的。当因素较多时, 有可能出现矛盾的评价。

层次分析法是一种十分有效的对抗效能评估方法, 特别在对多个航空综合体作战效能进行对比时, 当找不到其它适合的方法, 就可以用该方法。随着进一步的研究和探索, 有人提出了把层次分析法与模糊综合评判、灰色理论等理论相结合的新方法, 用来对航空综合体的作战效能进行评估。但由于该方法体现的是专家意见, 客观性较差, 使用局限性较大, 不能用作准确的定量分析, 多用于定性分析。

### 1.1.4 兰彻斯特方程

兰彻斯特方程是最早关于作战确定性解的模型,是在一些简化假设下建立的描述交战双方兵力变化关系的微分方程组。第一次世界大战期间,英国工程师 F. W. Lanchester 在英国工程杂志上发表了一系列论文。此后,根据具体的建模要求,兰彻斯特方程有了许多改进和发展。当前,随着现代战争理论研究的不断深入,对兰彻斯特方程的研究也在不断深入。随机型兰彻斯特方程、变系数兰彻斯特方程、合成军交战时的兰彻斯特方程和战术决策的优化等问题都有了新进展,与计算机仿真模拟相结合而构成的混合模型兰彻斯特方程也得到了普遍的应用。

兰彻斯特基本作战模型分为确定型和概率型两类。确定型有直接射击模型(平方律)、区域射击模型(线性律)以及由此发展而来的游击战(混合律)、自动射击(对数律)、几何平均(线性律)和 Helmbold(规模效应)等模型,下面介绍主要的几种。

#### 1. 线性律

假设红军为相同战斗单位,其数量为  $y$ , 蓝军战斗单位也相同,其数量为  $x$ , 双方皆不知道对方战斗单位的准确位置,因此火力为面火力。如对远距离处某区域或山脊的敌人进行排枪射击、像对鸟群开枪那样用霰弹火力攻击敌人等都属于这种情况。这种情况下排除了火力集中的可能性。兰彻斯特方程以这样一个假设为研究的出发点:双方战斗单位数量损失的速率正比于双方战斗单位数量的乘积。于是建立微分方程:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = -\alpha xy \\ \frac{dx}{dt} = -\beta xy \end{cases} \quad (1.3)$$

式中  $t$ ——时间;

$x$ ——蓝军在时刻  $t$  的战斗单位数量;

$y$ ——红军在时刻  $t$  的战斗单位数量;

$\alpha$ ——蓝军每个战斗单位的平均战斗力；

$\beta$ ——红军每个战斗单位的平均战斗力。

式(1.3)即为兰彻斯特线性定律。所谓的平均战斗力是指战斗单位的战斗效能值。在战斗单位由一个士兵一支步枪组成的情况下，是指与步枪连续射击时的杀伤概率成正比的一个数值。

## 2. 平方律

如果红蓝双方任何一个战斗单位都在对方视线内，每一个战斗单位射击对方任意战斗单位的机会大体相等；如果在给定时间对每一个战斗单位记分，平均起来，一定数量的射击是有效的。假设每一方战斗单位的损失速率与对方战斗单位的数量成正比。以这样一个假设作为研究的出发点得到关于战斗损失的微分方程：

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = -\alpha x \\ \frac{dx}{dt} = -\beta y \end{cases} \quad (1.4)$$

若交战双方的实力相等，可得

$$\alpha x^2 = \beta y^2 \quad (1.5)$$

式(1.5)的意思是说，当战斗单位数量的平方与单个战斗单位平均战斗力的乘积相等时，两支部队的总战斗实力相等，或者说，一支部队的战斗实力可以定义为与战斗单位数量的平方和单个战斗单位平均战斗力成正比的一个量。这个结果称为兰彻斯特平方律，它表示战斗实力与战斗单位数量平方之间的关系。

若双方战斗力不相等时，式(1.5)则变为

$$x^2 - y^2 = \text{const} \quad (1.6)$$

## 3. 混合律和对数律

假如红军为面火力，而蓝军为点火力，则得到兰彻斯特混合律方程：

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = -\alpha xy \\ \frac{dx}{dt} = -\beta y \end{cases} \quad (1.7)$$