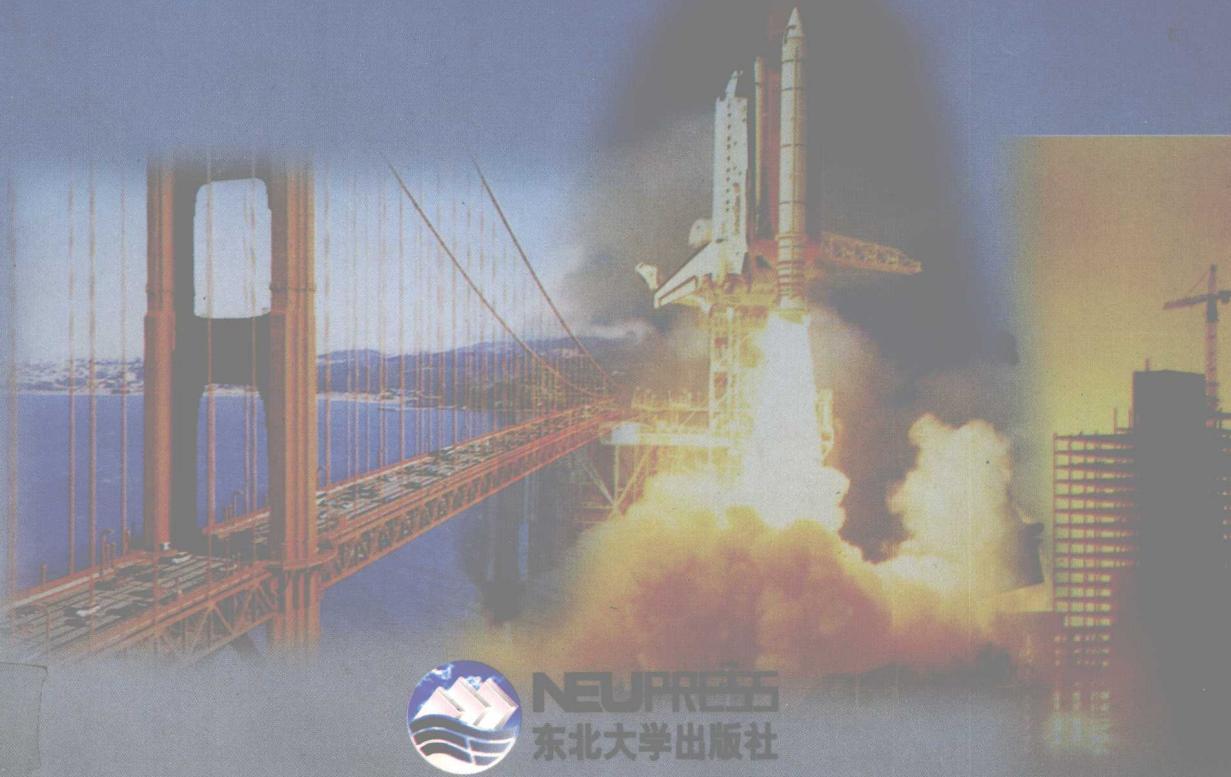


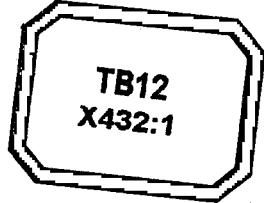
# 工程力学

主编 谢履冰 何顺昌



NEUPRESS  
东北大学出版社





# 工 程 力 学

主 编 谢 刚 沈 冰 闫晓瑗  
副主编 陈祖坤 吕海鸥 全婉莹  
尹立明 王德洲 姚 敏

东北大学出版社

## 图书在版编目 (CIP) 数据

工程力学/谢刚, 沈冰, 闫晓瑗主编 .—2 版 .—沈阳: 东北大学出版社, 2001.9  
ISBN 7-81054-660-0

I. 工… II. ①谢… ②沈… ③闫… III. 工程力学 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 065363 号

### 内 容 提 要

全书共 25 章, 内容包括静力学基础、平面汇交力系、力矩与力偶、平面任意力系、摩擦、空间力系、点的运动、刚体的基本运动、点的合成运动、刚体的平面运动、动力学基本方程、动静法、动力学定理、拉伸和压缩、剪切与挤压的实用计算、扭转、直梁的弯曲、应力状态和强度理论、组合变形时构件的强度、压杆稳定、动载荷、静定平面刚架、桁架、多跨梁的计算、结构位移的计算、用力法计算超静定结构。每章后均有思考题、习题, 书后附有答案。

本书可作为高职高专近机类专业的教材, 也可作为本科非机类各专业工程力学 (少学时) 的教学用书, 也可供有关工程技术人员参考。

### ◎东北大学出版社出版

(沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号 邮政编码 110004)

电话: (024) 23890881 (社务室) (024) 23892538 (传 真)

93687331 (发行部) 83687332 (出版部)

网址: <http://www.neupress.com>, E-mail: neuph@neupress.com

铁岭市新华印刷厂印刷

东北大学出版社发行

---

开本: 787mm × 1092mm 1/16 字数: 474 千字 印张: 19

印数: 4271 ~ 8280 册

2001 年 9 月第 2 版

2001 年 9 月第 1 次印刷

---

责任编辑: 任彦斌

责任校对: 米 戎

封面设计: 唐敏智

责任出版: 秦 力

---

定价: 22.00 元

## 前　　言

本书第一版于 1998 年出版,由沈阳电力高等专科学校等 8 所专科学校的师生使用。自面世以来,受到了各学校的好评,认为是一本适用性强、实用性好、可以满足教学要求的好教材。

随着高等教育管理体制改革的深入和高等教育规模的扩大,高等职业教育蓬勃发展。本书是根据高等职业技术教育发展的要求及读者使用本教材后提出的建议而进行修订的。修订后仍保持了第一版教材内容精练简明、突出应用、联系实际、方便教学、实用性强等特点。本次修订新增加了结构力学的部分内容,主要包括:静定平面刚架、桁架和多跨梁、结构位移的计算、用力法计算超静定结构。

本教材可作为高职高专近机类各专业的教学用书,也可作为本科非机类各专业(少学时)工程力学的教学用书。

参加本书修订的同志有沈阳电力高等专科学校沈冰、吕海鸥、尹立明、陈丽华;山东电力高等专科学校陈祖坤、王德洲;太原电力高等专科学校闫晓瑗。参加本书第一版编写的教师有西安电力高等专科学校全婉莹、赵兴洲,长春水利电力高等专科学校姚敏,郑州电力高等专科学校孙小芳、朱劲松,北京电力高等专科学校祝瑛、刘之汀,山东电力高等专科学校陈祖坤、宋云京,太原电力高等专科学校闫晓瑗、刘宏,沈阳电力高等专科学校谢刚、张陈、尹立明,并由于向军、沈冰主审。

由于编者水平所限,如有不当之处,敬请读者指正。

编　　者  
2001 年 7 月

# 目 录

|                             |           |
|-----------------------------|-----------|
| 绪 论 .....                   | 1         |
| <b>第一篇 静力学</b>              |           |
| <b>第一章 静力学基础.....</b>       | <b>3</b>  |
| § 1-1 静力学基本概念 .....         | 3         |
| § 1-2 静力学公理 .....           | 4         |
| § 1-3 约束与约束反力 .....         | 6         |
| § 1-4 受力分析与受力图 .....        | 8         |
| 思 考 题 .....                 | 11        |
| 习 题 .....                   | 11        |
| <b>第二章 平面汇交力系 .....</b>     | <b>13</b> |
| § 2-1 平面汇交力系合成与平衡的几何法 ..... | 13        |
| § 2-2 平面汇交力系合成与平衡的解析法 ..... | 15        |
| 思 考 题 .....                 | 19        |
| 习 题 .....                   | 19        |
| <b>第三章 力矩与力偶 .....</b>      | <b>21</b> |
| § 3-1 力 矩 .....             | 21        |
| § 3-2 力 偶 .....             | 23        |
| 思 考 题 .....                 | 25        |
| 习 题 .....                   | 26        |
| <b>第四章 平面任意力系 .....</b>     | <b>28</b> |
| § 4-1 力的平移定理 .....          | 28        |
| § 4-2 平面任意力系向已知点简化 .....    | 29        |
| § 4-3 平面任意力系的平衡方程 .....     | 31        |
| § 4-4 物体系统的平衡 .....         | 35        |
| 思 考 题 .....                 | 37        |
| 习 题 .....                   | 38        |
| <b>第五章 摩 擦 .....</b>        | <b>41</b> |
| § 5-1 滑动摩擦 .....            | 41        |
| § 5-2 摩擦角和自锁 .....          | 43        |
| § 5-3 考虑摩擦时的平衡问题 .....      | 44        |
| 思 考 题 .....                 | 46        |

|                         |           |
|-------------------------|-----------|
| 习 题 .....               | 47        |
| <b>第六章 空间力系 .....</b>   | <b>48</b> |
| § 6-1 力在空间坐标轴上的投影 ..... | 48        |
| § 6-2 力对轴之矩 .....       | 48        |
| § 6-3 空间力系的平衡方程 .....   | 50        |
| § 6-4 重心和形心 .....       | 52        |
| 思 考 题 .....             | 56        |
| 习 题 .....               | 56        |

## 第二篇 运 动 学

|                              |           |
|------------------------------|-----------|
| <b>第七章 点的运动 .....</b>        | <b>58</b> |
| § 7-1 用矢径法表示点的运动 .....       | 58        |
| § 7-2 用自然法研究点的运动 .....       | 60        |
| § 7-3 用直角坐标法研究点的运动 .....     | 64        |
| 思 考 题 .....                  | 67        |
| 习 题 .....                    | 67        |
| <b>第八章 刚体的基本运动 .....</b>     | <b>69</b> |
| § 8-1 刚体的平行移动 .....          | 69        |
| § 8-2 刚体的定轴转动 .....          | 70        |
| § 8-3 定轴转动刚体上各点的速度和加速度 ..... | 71        |
| 思 考 题 .....                  | 73        |
| 习 题 .....                    | 73        |
| <b>第九章 点的合成运动 .....</b>      | <b>74</b> |
| § 9-1 绝对运动、相对运动和牵连运动 .....   | 74        |
| § 9-2 速度合成定理 .....           | 75        |
| 思 考 题 .....                  | 78        |
| 习 题 .....                    | 78        |
| <b>第十章 刚体的平面运动 .....</b>     | <b>80</b> |
| § 10-1 平面运动的概念 .....         | 80        |
| § 10-2 平面运动分解为平动和转动 .....    | 80        |
| § 10-3 平面图形内各点的速度分析 .....    | 82        |
| 思 考 题 .....                  | 86        |
| 习 题 .....                    | 86        |

## 第三篇 动 力 学

|                           |           |
|---------------------------|-----------|
| <b>第十一章 动力学基本方程 .....</b> | <b>88</b> |
| § 11-1 质点的运动微分方程 .....    | 89        |

|                        |            |
|------------------------|------------|
| § 11-2 刚体定轴转动微分方程及其应用  | 92         |
| 思 考 题                  | 98         |
| 习 题                    | 98         |
| <b>第十二章 动静法</b>        | <b>100</b> |
| § 12-1 质点的惯性力与动静法      | 100        |
| § 12-2 质点系达朗伯原理        | 101        |
| § 12-3 刚体惯性力系的简化       | 103        |
| 思 考 题                  | 106        |
| 习 题                    | 106        |
| <b>第十三章 动力学定理</b>      | <b>108</b> |
| § 13-1 动量定理            | 108        |
| § 13-2 动量矩定理           | 113        |
| § 13-3 动能定理            | 117        |
| 思 考 题                  | 125        |
| 习 题                    | 126        |
| <b>第四篇 材料力学</b>        |            |
| <b>第十四章 拉伸和压缩</b>      | <b>130</b> |
| § 14-1 内力及拉(压)杆的内力     | 130        |
| § 14-2 横截面上的应力         | 132        |
| § 14-3 拉(压)杆的变形 胡克定律   | 134        |
| § 14-4 拉压杆斜截面上的应力      | 136        |
| § 14-5 应力集中的概念         | 137        |
| § 14-6 材料在拉伸和压缩时的力学性能  | 138        |
| § 14-7 拉伸和压缩的强度计算      | 142        |
| § 14-8 拉伸和压缩的超静定问题     | 145        |
| 思 考 题                  | 147        |
| 习 题                    | 147        |
| <b>第十五章 剪切与挤压的实用计算</b> | <b>150</b> |
| § 15-1 剪切与挤压的概念        | 150        |
| § 15-2 剪切与挤压的应力计算      | 150        |
| § 15-3 剪切和挤压的强度计算      | 151        |
| 思 考 题                  | 153        |
| 习 题                    | 153        |
| <b>第十六章 扭 转</b>        | <b>154</b> |
| § 16-1 扭转的概念           | 154        |
| § 16-2 扭矩和扭矩图          | 154        |

|                               |            |
|-------------------------------|------------|
| § 16-3 圆轴扭转时横截面上的应力 .....     | 156        |
| § 16-4 圆轴扭转时的强度计算 .....       | 159        |
| § 16-5 圆轴扭转时的变形及刚度计算 .....    | 161        |
| 思 考 题 .....                   | 162        |
| 习 题 .....                     | 162        |
| <b>第十七章 直梁的弯曲.....</b>        | <b>164</b> |
| § 17-1 弯曲的概念 .....            | 164        |
| § 17-2 梁的内力——剪力和弯矩 .....      | 165        |
| § 17-3 剪力图和弯矩图 .....          | 166        |
| § 17-4 载荷集度、剪力和弯矩间的微分关系 ..... | 169        |
| § 17-5 梁纯弯曲时的正应力 .....        | 172        |
| § 17-6 惯性矩 抗弯截面系数 .....       | 175        |
| § 17-7 弯曲正应力的强度条件 .....       | 178        |
| § 17-8 提高梁弯曲强度的措施 .....       | 179        |
| § 17-9 梁的变形 挠度和转角 .....       | 181        |
| § 17-10 挠曲线的近似微分方程及其积分 .....  | 182        |
| § 17-11 用叠加法计算梁的变形 .....      | 184        |
| § 17-12 超静定梁 .....            | 187        |
| 思 考 题 .....                   | 188        |
| 习 题 .....                     | 188        |
| <b>第十八章 应力状态和强度理论.....</b>    | <b>191</b> |
| § 18-1 点的应力状态 .....           | 191        |
| § 18-2 二向应力状态下的应力分析 .....     | 192        |
| § 18-3 广义胡克定律 .....           | 196        |
| § 18-4 强度理论 .....             | 197        |
| 思 考 题 .....                   | 199        |
| 习 题 .....                     | 200        |
| <b>第十九章 组合变形时构件的强度.....</b>   | <b>202</b> |
| § 19-1 弯曲与拉伸(压缩)的组合 .....     | 202        |
| § 19-2 弯曲与扭转的组合 .....         | 205        |
| 思 考 题 .....                   | 209        |
| 习 题 .....                     | 209        |
| <b>第二十章 压杆稳定.....</b>         | <b>211</b> |
| § 20-1 压杆稳定的概念 .....          | 211        |
| § 20-2 确定临界力的欧拉公式 .....       | 212        |
| § 20-3 中柔度杆的临界应力 .....        | 214        |
| § 20-4 压杆的稳定计算 .....          | 215        |
| § 20-5 提高压杆稳定性的措施 .....       | 216        |

|        |                     |     |
|--------|---------------------|-----|
| · ·    | 思 考 题 .....         | 217 |
| · ·    | 习 题 .....           | 217 |
| 第二十一章  | 动载荷.....            | 219 |
| § 21-1 | 构件作匀加速运动时的动应力 ..... | 219 |
| § 21-2 | 冲击载荷 .....          | 221 |
| § 21-3 | 交变应力 .....          | 223 |
| § 21-4 | 材料的持久极限 .....       | 225 |
|        | 思 考 题 .....         | 226 |
|        | 习 题 .....           | 227 |

## 第五篇 结构力学

|        |                        |     |
|--------|------------------------|-----|
| 第二十二章  | 静定平面刚架.....            | 231 |
| § 22-1 | 概 述 .....              | 231 |
| § 22-2 | 静定平面刚架的计算 .....        | 231 |
|        | 思 考 题 .....            | 236 |
|        | 习 题 .....              | 236 |
| 第二十三章  | 结构位移的计算.....           | 237 |
| § 23-1 | 位移计算的概念 .....          | 237 |
| § 23-2 | 虚功原理 .....             | 237 |
| § 23-3 | 平面杆件结构位移计算的单位载荷法 ..... | 238 |
| § 23-4 | 计算结构位移的图乘法 .....       | 241 |
| § 23-5 | 弹性结构的几个互等定理 .....      | 244 |
|        | 思 考 题 .....            | 246 |
|        | 习 题 .....              | 246 |
| 第二十四章  | 力法及其应用.....            | 247 |
| § 24-1 | 超静定结构概述 .....          | 247 |
| § 24-2 | 力法的基本原理 .....          | 249 |
| § 24-3 | 用力法计算超静定平面刚架 .....     | 251 |
|        | 思 考 题 .....            | 257 |
|        | 习 题 .....              | 257 |
| 第二十五章  | 平面桁架和梁.....            | 259 |
| § 25-1 | 静定平面桁架的计算 .....        | 259 |
| § 25-2 | 用力法计算超静定平面桁架 .....     | 264 |
| § 25-3 | 多跨静定梁的计算 .....         | 267 |
| § 25-4 | 用力法计算超静定梁 .....        | 269 |
|        | 思 考 题 .....            | 270 |
|        | 习 题 .....              | 271 |

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| 附录 1 习题答案 .....           | 273 |
| 附录 2 型钢表 .....            | 280 |
| 附录 3 工程力学名词术语中英文对照表 ..... | 288 |
| 参考文献 .....                | 293 |

# 绪 论

## 一、工程力学的研究对象和内容

工程力学是研究物体机械运动一般规律及构件承载能力的一门学科。

物体的机械运动是指物体在空间的位置随时间的变化，它包括移动、转动和流动等，同时还包括平衡。例如流体的运动、汽轮机主轴的转动、桥式起重机跑车的移动、人造卫星的发射等，都是机械运动的例子。

本课程研究的是速度远小于光速的宏观物体的机械运动，属于古典力学的范畴。现代工程技术中遇到的力学问题，一般都属于这种情况。当物体运动的速度接近光速时，其运动规律应用相对论力学定律描述，而基本粒子的运动应用量子力学定律描述。

构件的承载能力分析，是分析构件在外力作用下的变形及其破坏规律，在确保构件既安全又经济的前提下，合理设计构件，为构件选择适宜的材料，同时提供有关强度、刚度及稳定性计算的基本理论和方法。

工程力学的内容分为四个部分：静力学、运动学、动力学和材料力学。

## 二、工程力学的研究方法

工程力学的研究方法同样离不开认识过程的客观规律。其方法为：从实践或观察实验现象开始，通过抽象、归纳、建立公理或提出基本假设，用数学演绎法推导或逻辑推理而得到有关定理及结论，再回到实践中解决实际问题，从而验证有关理论的正确性。

## 三、学习工程力学的目的

工程力学是一门集理论性与实践性为一体的技术基础课，是现代工程技术的重要理论基础之一，已被广泛地应用于工程技术中，例如汽轮机及发电机的设计与制造、电站建筑、电器设备的制造与安装、航空与航天技术等均有大量的力学问题。因此，作为一名工程技术人员，工程力学的有关知识是必备的，以便直接或结合有关专业知识去解决工程技术中出现的新问题；另外，工程力学也是学习有关后续课程的基础。例如流体力学、汽轮机和机械设计基础等课程，都需要工程力学的有关理论与计算方法。而且工程力学的研究方法还有助于培养辩证唯物主义的观点以及分析问题和解决问题的能力。

## 四、工程力学发展简史

力学是一门历史悠久的学科，自产生以来就与生产实践密不可分，并随生产的发展而发展。

在古代，勤劳、智慧、勇敢的中国人民，应用劳动中所积累的经验开始创造了斜面、杠杆、滑轮等简单的工具或机械，用于农田灌溉、建筑、运输等方面，从而逐渐积累了一些初步的力学知识。例如，在我国的墨翟（前468~前382年）及其学派的著作《墨经》里，关于力、重心等概念以及杠杆（秤）平衡原理的叙述，是世界上最早的有关力学的论述。经历了汉、隋、唐、宋和明朝，我国力学及机械学得到了发展。汉朝大科学家张衡（78~139）创造了天文仪器“浑天仪”和测量地震的“候风地动仪”。三国时代的马钧创造了利用差动齿轮传动的指南车。隋朝（581~618）李春主持建造的赵州桥是世界上第一座最大的石拱桥，

桥的设计完全符合力学原理，虽经多次地震，但至今仍保持完好。东汉郑玄比胡克早 1500 年就有了力和变形成正比的记载；宋朝李诫（明仲，公元 1060~1110 年）的《营造法式》规定梁高宽比为  $3:2$  介于  $\sqrt{2}:1$  和  $\sqrt{3}:1$  之间，比伽利略的研究还早 500 年。上述部分事实足以证明我国的劳动人民在力学与其他自然科学方面具有伟大的聪明才智和创造精神，遗憾的是由于长期的封建统治，科学家及劳动人民的创造成果得不到重视，因此都未形成系统的理论。

古希腊自然科学家阿基米得（前 287~前 212）在他的著作《论比重》中，总结了前人积累起来的静力学知识，建立了有关杠杆平衡、重心、液体中浮体的平衡理论，奠定了静力学的基础。

自 15 世纪以后，随着西方科学技术的迅速发展，力学也同样得到了迅速发展，意大利著名画家、物理学家和工程师达·芬奇（1452~1519）曾研究过物体沿斜面的运动和滑动摩擦，通过实验得出了滑动摩擦力与物体间接触面大小无关的结论。在研究秤杆的平衡时，他提出了力矩的概念。荷兰物理学家斯蒂文（1548~1620）得出了平行四边形原理；法国科学家伐里农（1654~1722）提出力矩定理；布安索（1777~1859）提出力偶的概念及有关的理论，使静力学理论渐趋完善。

波兰科学家尼古拉·哥白尼（1473~1543）创立了宇宙“日心说”，引起科学界宇宙观的革命。在此基础上，德国学者约翰·开普勒（1571~1630）提出行星运动三定律，为牛顿发现万有引力定律打下了基础。

意大利著名科学家伽利略（1564~1642）首先在力学中进行了有计划的科学实验，并开创了科学的研究方法。通过实验确定了自由落体的运动规律，并明确提出了加速度的概念，还建立了动力学基本定律之一的惯性定律。

由伽利略开始的动力学奠基工作，经过法国学者笛卡儿（1596~1650）、荷兰学者惠更斯（1629~1695）等人的努力，后来由英国物理学家、数学家艾萨克·牛顿（1642~1727）集其大成，提出了动力学的三个基本定律，并在 1687 年出版了名著《自然哲学的数学原理》，将动力学的理论作了系统的论述。此外，他还发现了万有引力定律，推动了天体力学的发展。牛顿解决了许多新的数学和力学问题，创立了物体在阻尼介质中运动的理论。德国学者莱布尼茨（1646~1716）和牛顿彼此独立地发明的微分原理，对 18 世纪分析力学的发展奠定了基础。瑞士数学家约翰·伯努利（1667~1748）最先提出了虚位移原理（1717 年）。瑞士数学家、力学家列奥纳多·欧勒（1707~1783）在他的名著《力学》中给出了用微分方程表示的分析方法来解决质点运动的问题，发展了摩擦、刚体运动等方面的研究。1743 年法国科学家达兰贝尔（1717~1783）在他的著作《动力学专论》中提出了一个重要的原理——达兰贝尔原理。力学逐步发展成为理论严谨、体系完善的学科。

20 世纪，特别是近四五十年来，我国也和世界各国一样，科学技术的发展更为迅猛。工程力学也和其他各门学科一样，知识不断充实、更新。

# 第一篇 静力学

静力学是关于物体平衡的科学,研究物体在力系作用下的平衡规律。主要包括:物体受力分析的方法;力系的简化;建立力系的平衡条件及介绍平衡条件的应用。

静力学在工程技术中有着广泛的应用。例如,为了合理设计水轮机和汽轮机的主轴、桥式起重机的横梁等零部件,首先需对其进行静力分析,应用有关平衡条件确定其所受的全部外力,然后通过强度、刚度条件计算确定有关构件的截面形状和几何尺寸,选用合适的材料;塔式起重机的平衡重块的配置也是通过静力学有关知识解决的。

力系的简化理论和物体受力分析的方法是动力学和材料力学部分的理论基础,同时也是部分后续课的重要基础。

## 第一章 静力学基础

### § 1-1 静力学基本概念

#### 一、平衡的概念

对于一般的工程问题,平衡是指物体相对于地球处于静止或作匀速直线运动的状态,是物体机械运动的一种特殊形式。物体的平衡总是暂时的、相对的、有条件的,绝对的平衡是不存在的;工程问题中所遇到的平衡问题,绝大部分相对于地球是静止的。

#### 二、刚体的概念

实际的研究对象往往是相当复杂的,为了使复杂的分析简化,一般是抓住问题的主要因素,而撇开一些影响不大的次要因素,从而抽象出理想的力学模型作为研究的对象。例如,在研究物体的平衡规律及其运动特征时,将物体视为刚体。所谓刚体,是指受力时不变形的物体。实际的物体在受力时总是要变形的。但是,若所研究的物体变形很小,而不影响所研究问题的实质,就可忽略其变形,视其为刚体。对于一个具体的物体是否视为刚体,主要取决于所研究问题的性质。同一物体在理论力学部分被视为刚体,而在材料力学部分,为研究其受力和变形之间的关系,却被视为变形固体。静力学部分所研究的物体只限于刚体,所以称之为刚体静力学。

#### 三、力的概念

人们经过长期的生产实践,通过科学的抽象,建立了力的概念:力是物体间相互的机械作用,这种作用使物体的运动状态和形状发生改变。力使物体的运动状态发生改变的效应称为

外效应，而使物体的形状发生改变的效应称为内效应。对于刚体而言，只需考虑力的外效应。

物体间机械作用的形式是多种多样的，大体上可分为两大类：一类是通过物质的一种形式——场而起作用的，如重力、万有引力、电磁力等；另一类是由两个物体直接接触而产生的，如摩擦力和流体压力等。经验表明，力的物理来源并不决定其对物体的作用效应，上述不同来源的力可以产生同样的效应。起决定作用的是力的作用位置、方向和大小，称为力的三要素。

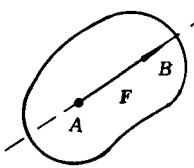
力的作用位置是指物体上承受力的那个部位。一般而言并不是一个点，而是物体的某一部分面积或体积。如蒸汽压力，分布于整个容器的内壁上；物体的重力，分布于物体的每一点。这些力均称为分布力。有些分布力的分布面积不大，例如，用钢索吊起重物时，钢索的拉力作用在与重物相连接的小部分面积上，如果不计钢索的粗细，就可以认为连接处是一个点，而拉力集中地作用于该点。这样的力称为集中力，而该点称为力的作用点。作用于刚体的分布力总是可以代换为产生同样效应的一个或几个集中力。例如：重力就可以认为集中地作用于刚体的重心。通过力的作用点而沿力的方向的直线，称为力的作用线。

力的大小可以根据力所产生的效应大小加以测定。在静力学中，常通过力的内效应大小来测定（例如用弹簧秤来测定）。为了量度力的大小，必须确定力的单位。在国际单位制中，力的单位是牛顿（N）或千牛顿（kN）， $1\text{kN} = 10^3\text{N}$ 。

力是矢量，可用一带箭头的有向线段来同时表示出力的三要素。如图 1-1 所示，线段的长度  $AB$  按一定比例尺来表示力的大小；线段的方位及箭头的指向表示力的方向；至于力的作用点位置，则可用线段的起点  $A$  或终点  $B$  来表示。线段  $AB$  的延长线（图 1-1 中的虚线）表示力的作用线。

本教材用黑体字母代表矢量，用对应的字母代表矢量的大小，如矢量冠以负号，则表示矢量的方向与原矢量方向相反。

图 1-1 一般来说，作用于物体上的力不止一个。将同时作用于物体上的一群力称为力系。而使物体保持平衡状态的力系称为平衡力系。如果作用于刚体上的一力系可用另一力系来代替，而不改变刚体的运动状态，则称两力系互为等效力系。如一个力与一个力系等效，则称这个力为该力系的合力；力系中的各个力称为合力的分力。将各分力代换成合力的过程，称为力系的合成；将合力代换成分力的过程，则称为力的分解。



## § 1-2 静力学公理

人类经过长期的实践、认识、再实践、再认识的过程，不仅建立了力的概念，而且还总结出概括力的基本性质的有关公理。公理本身的正确性是被公认的；由公理推导出来的结论，已被大量的实践所证实。静力学公理是静力学全部理论的基础。

**公理一**（二力平衡公理）：作用于同一刚体上的两个力使刚体保持平衡的必要与充分条件是：力的大小相等、方向相反，且作用在同一直线上。

这个公理揭示了作用于刚体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。对于刚体这个条件是既必要又充分的；但对于变形体，这个条件是不充分的。

在两个力作用下处于平衡的物体称为二力体，若物体是杆件，就称为二力杆。

**公理二**（加减平衡力系公理）：在作用于刚体的任意力系上添加或减去任何平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效应。

加减平衡力系公理是力系简化的重要理论依据。

**推论一** (力的可传性原理): 作用于刚体上的力可以沿其作用线移至刚体内任意一点, 而不改变它对刚体的作用效应。

**证明** 设力  $F$  作用于刚体上  $A$  点, 如图 1-2 所示。在力  $F$  作用线上任选一点  $B$ , 在  $B$  点加一对平衡力  $F_1$  和  $F_2$ , 使

$$F_1 = -F_2 = F$$

则  $F_1, F_2, F$  构成的力系与  $F$  等效。将平衡力系  $F_1, F_2$  减去, 则  $F_1$  与  $F$  等效。此时, 力  $F$  已由  $A$  点沿作用线移到了  $B$  点。

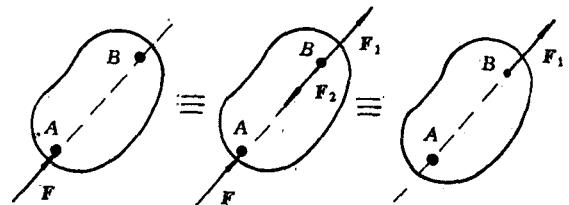


图 1-2

由力的可传性可知, 作用于刚体上的力是滑移矢量, 因此对刚体来说, 力的三要素为力的大小、方向和作用线。

必须注意, 公理二及其推论只适用于刚体。

**公理三** (力的平行四边形公理): 作用于物体上同一点的两个力, 可以合成为一个力, 此合力的大小和方向由以原来二力为邻边所构成的平行四边形的对角线矢量来表示。如图 1-3(a) 所示。

设在物体的  $A$  点作用有力  $F_1$  和  $F_2$ , 以  $F_R$  表示它们的合力, 则可以写成矢量表达式

$$F_R = F_1 + F_2$$

即合力  $F_R$  等于两分力  $F_1$  和  $F_2$  的矢量和。

欲求合力  $F_R$  的大小及方向, 可用几何作图法, 或利用几何关系计算。

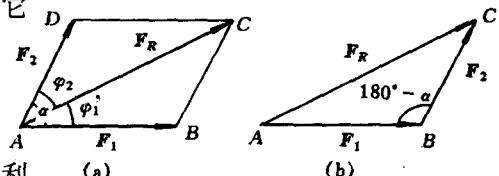


图 1-3

用几何作图法时, 首先选取恰当的比例尺作出力的平行四边形, 然后直接从图上量取对角线长度, 乘以比例尺就是合力  $F_R$  的大小, 量出对角线与两分力之间的夹角, 便确定了合力  $F_R$  的方向。

利用几何关系计算时, 根据图 1-3(b), 由余弦定理可得合力的大小为

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$$

由正弦定理, 可求出合力  $F_R$  分别与分力  $F_1, F_2$  间的夹角  $\varphi_1, \varphi_2$ , 即由

$$\frac{F_1}{\sin\varphi_2} = \frac{F_2}{\sin\varphi_1} = \frac{F_R}{\sin(180^\circ - \alpha)}$$

$$\text{得 } \sin\varphi_1 = \frac{F_2 \sin\alpha}{F_R}, \quad \sin\varphi_2 = \frac{F_1 \sin\alpha}{F_R}$$

**推论二** (三力平衡汇交定理): 作用于刚体上同平面内互不平行的三个力平衡的必要条件是: 三个力的作用线汇交于同一点。

**证明** 在刚体上  $A, B, C$  三点分别作用有相互平衡的力  $F_1, F_2, F_3$ , 如图 1-4 所示, 根据力的可传性, 将力  $F_1$  和  $F_2$  移至汇交点  $O$ , 然后根据力的平行四边形公理, 得合力  $F_{R1}$ , 则力  $F_3$  应与  $F_{R1}$  平衡。由于两个力平衡必共线, 所以  $F_3$  必定通过  $F_1, F_2$  的汇交点  $O$ 。

**公理四** (作用与反作用公理): 两物体间的作用力与反作用力必定等值、反向、共线, 分别且同时作用在这两个物体上。

物体间的作用都是相互的,因而作用力与反作用力总是同时出现,同时消失。可见,自然界的力总是成对地存在于彼此发生作用的物体上。该公理是分析物体受力的一条重要的、普遍的规律,对刚体或变形体、平衡状态或非平衡状态都是适用的。

必须注意,作用力与反作用力虽然等值、反向、共线,但它们不能互成平衡,因为二者分别作用在两个物体上,这与二力平衡公理中的两个力是不一样的。

**公理五(刚化公理):**当变形体在已知力系作用下处于平衡时,如果把变形后的变形体换成刚体,则平衡状态保持不变。

注意,刚化要在变形体发生变形后平衡时进行。刚化后把变形体也保留下来。例如,一根螺旋弹簧两端作用有等值、反向拉力时,要在变形后才能平衡。根据公理五,把这根变形后的弹簧换成相同形状的刚体,不会破坏平衡。

但是,不能反过来说,受力而平衡的刚体(例如受力而平衡的金属棒)当其变成变形体(加热至熔化)时仍能保持平衡。对刚体已具充分的平衡条件,对变形体就不充分。当变形体平衡时,除满足刚体平衡的充分条件外,还要满足某些附加条件。例如,柔索平衡时仅能承受拉力。

由上述分析可知,变形体的平衡条件包括了刚体的平衡条件。因此,可将任何已处于平衡的变形体看成刚体,它适用于刚体静力学的全部理论。

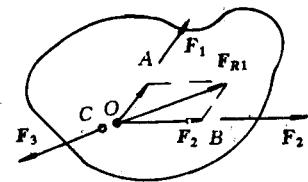


图 1-4

### § 1-3 约束与约束反力

凡可以在空间作任意运动的物体称为自由体,如在空中飞行的飞机、火箭等。如果物体的位移受到了预先给定的条件的限制,使它沿某些方向的运动成为不可能,则此物体称为非自由体或被约束体。所谓约束,就是阻碍物体某些位移的限制条件,这种限制条件是由与被限制的物体相联系的其他物体构成的。例如,书放在水平光滑的桌面上,桌面就是书的约束,它阻碍书沿铅直方向向下运动;各种机器中的向心轴承和止推轴承都是转轴的约束,前者阻碍转轴在垂直于轴的平面内沿任何方向移动,后者还阻碍转轴沿轴线方向的移动。

既然约束阻碍物体沿某些方向的运动,那么,当物体沿着约束所能阻碍的运动方向有运动趋势时,约束就对它作用一定的力以阻碍其运动。约束作用于被约束物体上的力,称为约束反力,简称反力。由于约束反力阻碍物体沿某些方向运动,因而约束反力的方向总是与约束所能阻碍的物体的运动方向相反,其作用点就是物体上与作为约束的物体相接触的点。至于反力的大小,则一般由力系的平衡条件求出。

所谓主动力,通常是指能主动引起物体运动或使物体有运动趋势的力。如重力、水压力、油压力、风压力和电磁力等。物体所受的主动力,一般是已知的。在一般情况下,由于有主动 力的作用,才引起约束反力,故约束反力也称为被动力。

下面介绍工程实际中常见的几种约束,并说明其性质及相应的约束反力的特征。

#### 一、柔性约束

由绳索、链条、皮带等柔软的物体构成的约束称为柔性约束。柔性约束能够承受较大的拉力,而不能承受压力和弯曲,只能限制物体沿柔性体伸长方向的运动。所以,柔性约束的约束

反力方向总是沿着柔体的轴线，并且只能是拉力。如图 1-5 所示绳索对物体的约束反力作用在接触点。

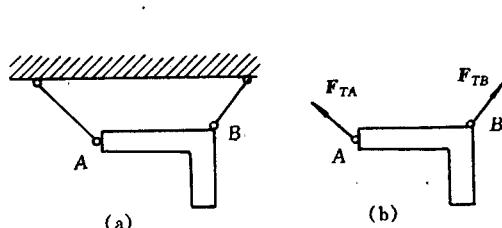


图 1-5

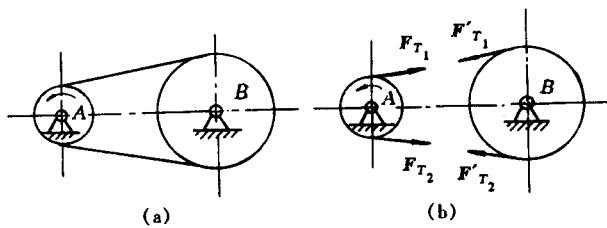


图 1-6

在图 1-6(a)所示的带传动中，带作用于带轮的力都是拉力。为了显示并确定带的拉力，在两带轮间将带假想截断，画出带受力如图 1-6(b)所示。

## 二、光滑接触面约束

在所研究的问题中，当物体接触面之间的摩擦力远小于物体所受的其他力时，摩擦力略去不计而认为接触面是光滑的。若两物体间的接触面是光滑的，则物体可以自由地沿接触面滑动，或沿接触面在接触点的公法线方向脱离接触，但不能沿公法线方向压入接触面。所以光滑面约束反力方向总是沿着接触面的公法线，指向被约束物体。如图 1-7(b)、图 1-8(b)及图 1-9(b)所示。

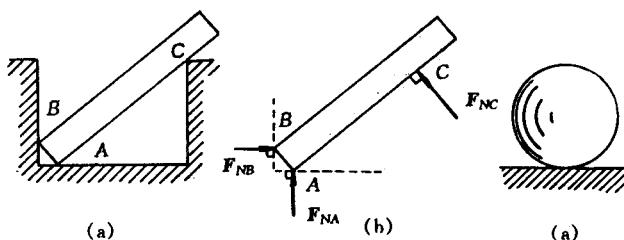


图 1-7

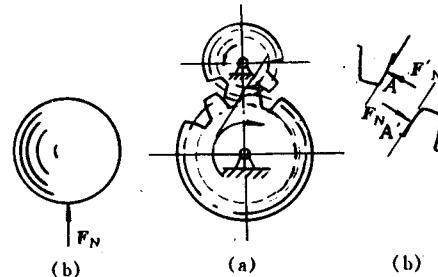


图 1-8

图 1-9

## 三、圆柱铰链和铰链支座

两个物体上被钻有同样大小的孔，并用销轴连起来构成的约束称为圆柱铰链约束，其结构如图 1-10(a), (b) 所示。常用图 1-10(c) 所示的简图表示。销轴只限制两物体的相对移动，而不限制两物体的相对转动。

由图 1-10(d) 可见，略去摩擦时，销轴与物体间是以两个光滑圆柱面接触，因此，其约束反力作用在圆孔上与销轴接触的任意一条母线上的一点 D，垂直于销轴轴线，且过圆孔的中心 C，指向物体，如图 1-10(d) 中的力  $F_N$ 。但由于可能在圆周上任一点发生接触，点 D 一般预先不能确定，所以力  $F_N$  的方向也不能确定。此时，铰链的约束反力通常用两个正交的垂直于销轴轴线且过圆孔中心的分力  $F_{Nx}$ ,  $F_{Ny}$  来表示，如图 1-10(e), (f) 所示。两分力的指向可任意假定。

若将圆柱铰链连接的两个物体中的一个固连于地面（或机架）上，就构成了固定铰支座。